

實驗八 交流串聯共振電路實驗

一、實驗目的：

瞭解交流串聯共振電路及其頻率響應(frequency response)之特性。

二、實驗原理：

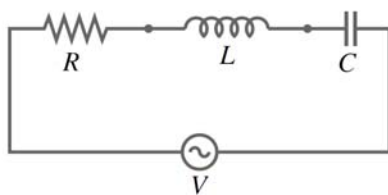
當一電路有電動勢(electromotive force, emf)存在時，會有電流在電路中流動，但是電流的大小與電路中的阻抗(impedance)成反比，阻抗 $Z = V/I$ ，也就是電動勢與電流的比值。阻抗包含電阻(resistance)與電抗(reactance)。

電子在導體中運動時，受到導體內部原子或電子的阻礙，即為電阻的來源，以符號 R 表示。歐姆定律(Ohm's law)， $V = IR$ 的關係式中，電壓 V 和電流 I 的相位相同，是因為電阻不會影響交流電源的相位。

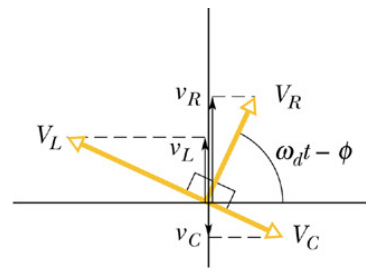
將交流電源接在電感器(inductor)的兩端時，電流的變化並不會與電壓的變化同步，這是由於在電感器中，磁通量(magnetic flux)的變化而產生的感應電動勢與外接電源的電壓方向相反，使得導通的電流相位比外加電壓的相位落後 90° 。電感器的電抗為 $X_L = 2\pi fL$ ，稱為感抗(inductive reactance)，其中 L 是電感(inductance)。因此頻率愈高，感抗愈大。

直流電路中的電容器(capacitor)會充電，充電完成後，接到電容器的那個分支電路上的電流會降為零。至於交流電路中的電容器，因為交流電的電壓方向隨時間而交換，使得電容器不斷的充電、放電，於是電路上的電流就不停地來回流動。但電容器兩端的電壓因為充電而開始增加，因此使得充電的電流由大變小，所以電流的相位超前了電容器端電壓的相位 90° 。電容器的電抗為 $X_C = 1/(2\pi fC)$ ，稱為容抗(capacitive reactance)，其中 C 為電容(capacitance)。頻率愈高，容抗愈小。

因為電感器與電容器的電流和電壓之間有 90° 的相位差，所以如圖一由電阻器、電感器、電容器串聯電路的總阻抗 Z ，必須使用如圖二所示的向量加法概念，而不能直接將 R 、 X_L 、 X_C 相加。



圖一



圖二

$$R = \frac{V_R}{I}$$

$$X_L = \frac{V_L}{I}$$

$$X_C = \frac{V_C}{I}$$

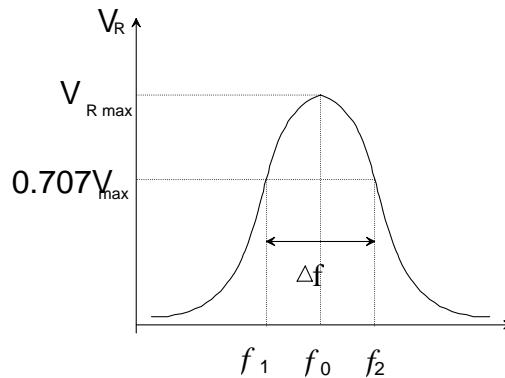
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

在方程式 $Z = V/I$ 中，當電壓一定，阻抗最小時，可以得到最大的電流，而阻抗最小的條件為 $X_L = X_C$ ，即

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} \quad (1)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2)$$

此頻率稱為共振頻率(resonant frequency)，記為 f_0 ，即是使電流最大($I = I_{\max}$)的頻率，也就是電阻兩端電壓最大的頻率。圖三為改變輸入頻率時，電阻兩端之電壓與頻率(V_R-f)之關係圖，稱為頻率響應曲線。



圖三

電路共振時，電路上的電流為 $I_{\max} = V/R$ ，此時電感器與電容器的端電壓分別為

$$V_L = X_L I_{\max} = 2\pi f_0 L \frac{V}{R} \quad (3)$$

$$V_C = X_C I_{\max} = \frac{1}{2\pi f_0 C} \cdot \frac{V}{R} \quad (4)$$

此二端電壓相等，但極性相反。共振時的這個端電壓與電源電壓之比值稱為品質因子(quality factor)，用符號 Q 表示。則

$$Q = \frac{V_L}{V} = 2\pi f_0 \frac{L}{R} \quad (5)$$

$$Q = \frac{V_C}{V} = \frac{1}{2\pi f_0} \cdot \frac{1}{RC} \quad (6)$$

再將式(2)代入式(5)或式(6)，即得

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (7)$$

從 R 、 L 、 C 的值算出 Q 值，即為理論值。而實驗上，則是用共振頻率與頻帶寬度來表示。頻帶寬度的定義為電流 $I = 0.707I_{\max}$ 或電阻端電壓 $V_R = 0.707V_{\max}$ 的兩個頻率差值 $\Delta f = |f_2 - f_1|$ ，如圖三所示。則

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (8)$$

$$\Delta f = |f_2 - f_1| = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L} \quad (9)$$

因此只要能將實驗數據描繪出如圖三的頻率響應曲線，即可得到 Q 值。

三、實驗儀器：

交流串聯共振實驗裝置（包含信號產生器、電阻器、電感器、電容器及交流伏特計）、連接線。

四、實驗步驟：

1. 線路接法如圖一，實驗裝置本身已經接妥。實驗時，只需輸入訊號，並將伏特計跨接在電阻兩端即可。
2. 選定一組電阻 R 、電感 L 、電容 C 後，改變信號產生器的頻率由小而大，則可發現伏特計上的數值，起初隨著頻率增加而增加，但到達某一頻率後，如頻率繼續增加，伏特計的數值卻反而下降，此時之頻率即為此組 LC 的共振頻率，伏特計數值記錄為 V_{\max} 。
3. 在共振頻率前後測定其頻率 f 與相對應的伏特計讀數 V_R ，然後畫出 V_R-f 的頻率響應曲線（如圖三所示）。
4. 取 $V_R = 0.707 V_{\max}$ 時，其所相對應的頻率值分別為 f_1 與 f_2 。由式(8)可求出 Q 值。
5. 將選定的 R 、 L 、 C 值代入式(2)與式(7)，可得 f_0 與 Q 的理論值，並與實驗值比較之。
6. 改變 R 、 L 、 C 的數值，重複上述步驟，至少測量三組不同 R 、 L 、 C 的共振電路。

*注意事項：

1. 仔細核對線路是否接法正確。
2. 頻率設定應適當。

五、問題與討論：

1. 試比較電壓增益 Q 值的誤差。
2. 頻帶寬度取 $V_R = 0.707 V_{\max}$ 的兩個頻率差，在物理上有何意義？
3. 在共振頻率時，量取電阻的兩端的電位差與整個系統的電位差是否相同何故？

