

第 3 講:RC 電路(頻域分析)

參考文獻與網頁:

[1]蕭敏學，大學電子學實習(一):電子電路分析篇，台科大圖書，2013

[2]YouTube: 吳順德，應用電子電實驗(I4 RC 電路)，

<https://www.youtube.com/watch?v=e4CL1FT-ehg&list=PLXxs-fSMcpYfBBswuFSBfefLbeBmOUbZ2&index=4>

[3] YouTube: 吳順德，應用電子電實驗(I5 RC 電路)，

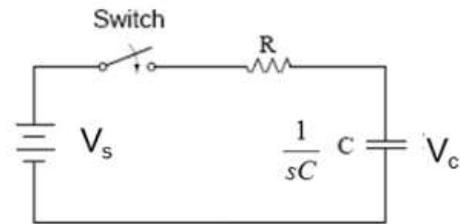
<https://www.youtube.com/watch?v=q8udxIQANW4&list=PLXxs-fSMcpYfBBswuFSBfefLbeBmOUbZ2&index=5>

一、教學過程: 請參考[2][3]

RC Circuit

By using voltage divider rule:

$$V_c = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} V_s = \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} V_s$$



$$s = j\omega$$

圖 3-1 RC 電路

虛數的大小與角度

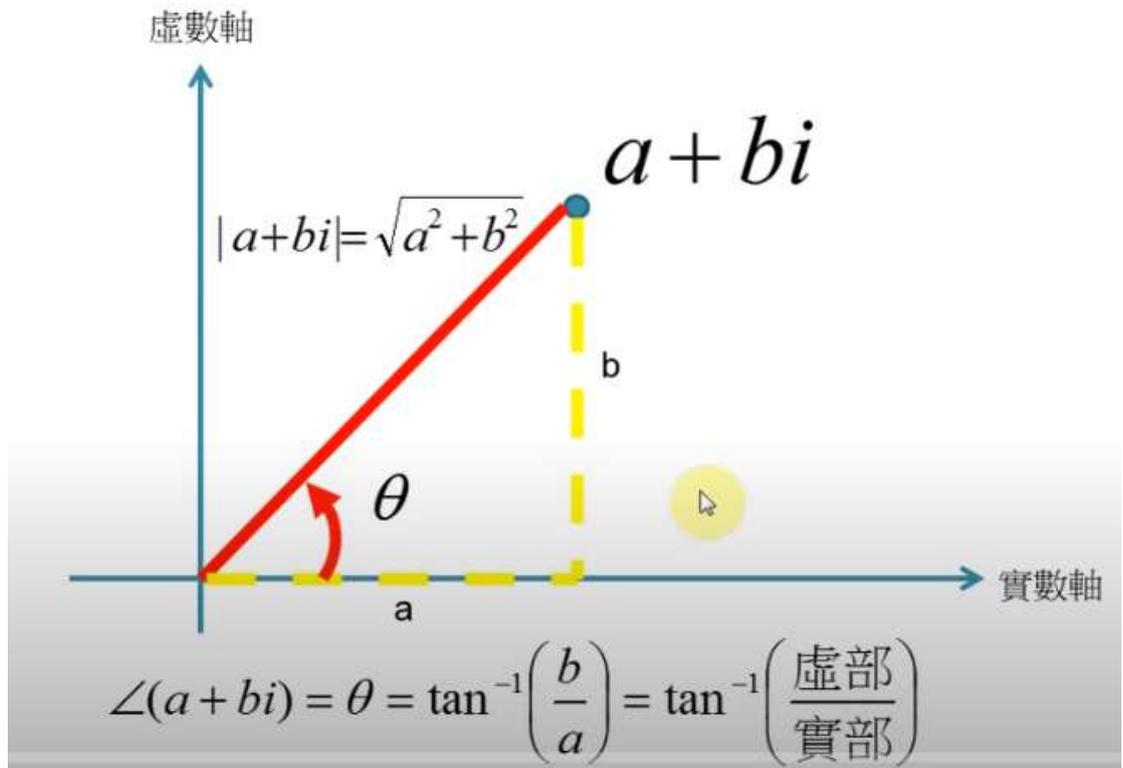


圖 3-2 複數表示法

虛數的大小與角度

$$V_c = \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} V_s$$

$$\frac{V_c}{V_s} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1 - jRC\omega}{(1 + jRC\omega)(1 - jRC\omega)} = \frac{1}{1 + R^2C^2\omega^2} (1 - jRC\omega)$$

大小 $\left| \frac{V_c}{V_s} \right| = \frac{1}{1 + R^2C^2\omega^2} \sqrt{1 + R^2C^2\omega^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}}$

角度 $\angle \frac{V_c}{V_s} = \tan^{-1}\left(\frac{-RC\omega}{1}\right) = \tan^{-1}(-RC\omega) = -\tan^{-1}(RC\omega)$

圖 3-3 RC 電路複數表示法

倍率轉db

A

$$20 \log_{10}(A)$$

1	→	0 db
10	→	20 db
100	→	40 db

圖 3-4 dB 表示

RC 電路的頻譜響應

$$\left| \frac{V_c}{V_s} \right| = \frac{1}{1 + R^2 C^2 \omega^2} \sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}}$$

時間常數：RC (秒)

3db frequency:

$$\text{當 } \omega = \frac{1}{RC} \quad \left| \frac{V_c}{V_s} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = -3\text{db}$$

$\frac{1}{RC}$ 稱之為 3db frequency 單位為 rad/s

$$\frac{1}{RC} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{RC} (\text{Hz})$$

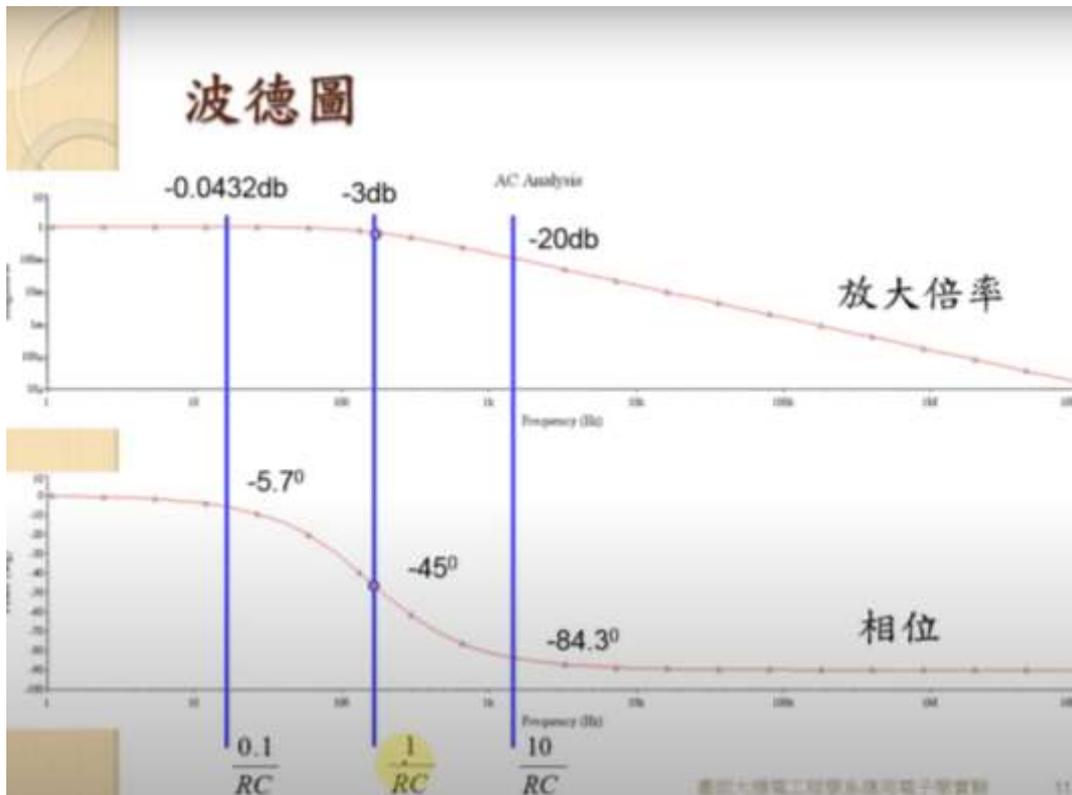
圖 3-5 -3dB 頻率

Frequency response

$$\left| \frac{V_c}{V_s} \right| = \left| \frac{\frac{1}{RC}}{j\omega + \frac{1}{RC}} \right| = \left| \frac{1}{1 + jRC\omega} \right| = \sqrt{\frac{1}{1 + R^2C^2\omega^2}} \quad \angle \frac{V_c}{V_s} = -\tan^{-1}(RC\omega)$$

ω (rad/s)	$\left \frac{V_c}{V_s} \right $	$\angle \frac{V_c}{V_s}$
0	0 db	0°
$0.1 \times \frac{1}{RC}$	-0.0432db	-5.7°
$\frac{1}{RC}$	-3db	-45°
$10 \times \frac{1}{RC}$	-20db	-84.3°
$100 \times \frac{1}{RC}$	-40db	-89.4°

圖 3-6 -3, -20, -40dB 頻率



二、RC 電路時域分析，參考[2][3]

- 建立 RC 電路如下圖(圖 3-6)

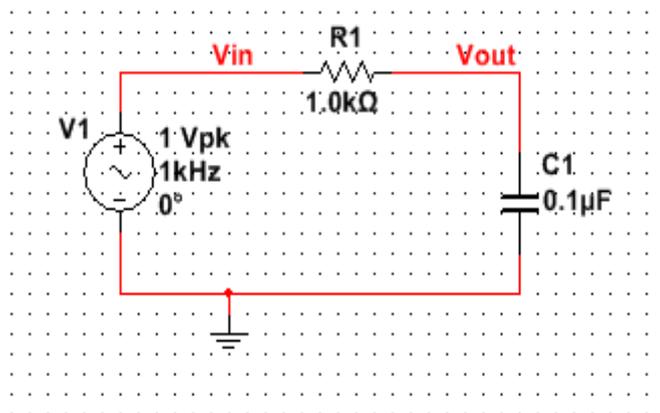


圖 3-8 RC 電路

- AC 訊號源:

Place→Component→Sources→SIGNAL_VOLTAGE_SOURCES→AC_VOLTAGE

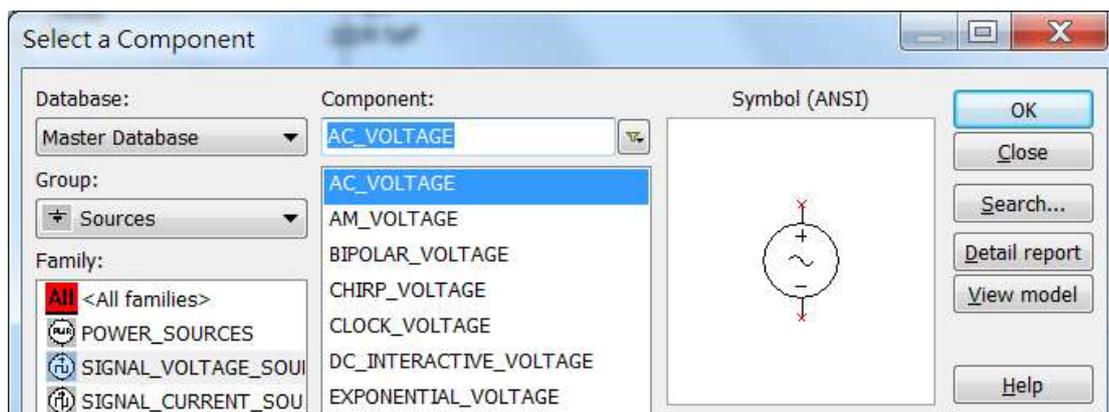


圖 3-9-1

- 暫態分析設定

Simulate→Analyses→AC Analysis (由 1k --> 10MHz 模擬)

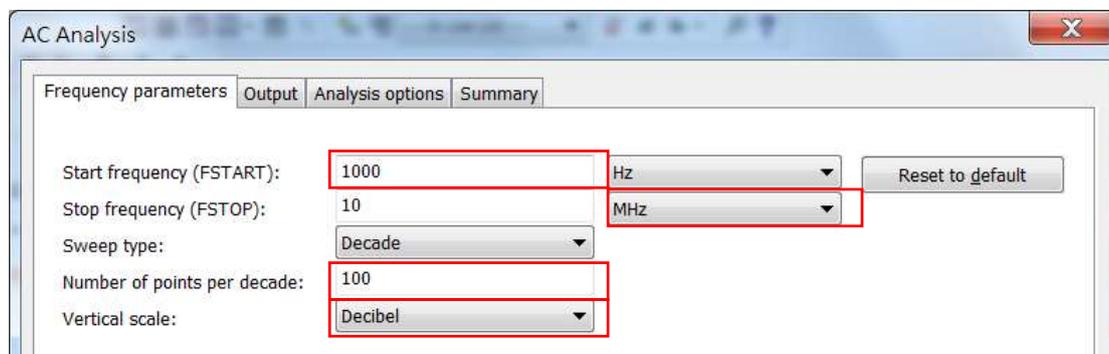


圖 3-9-2

Add V(vin), V(vout) , 隨後 Simulate

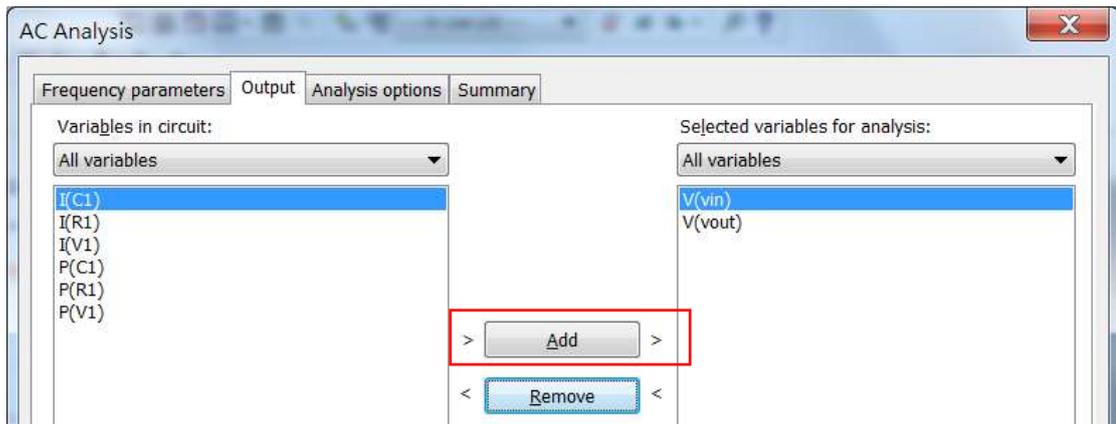


圖 3-9-3

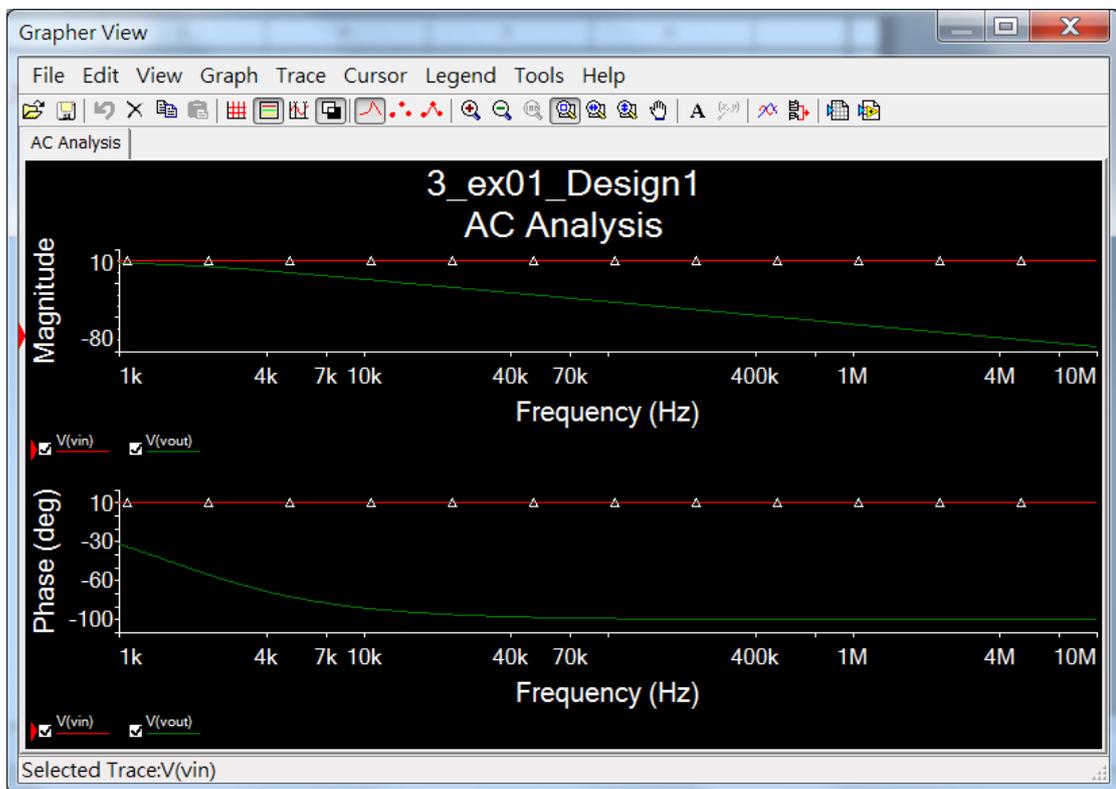


圖 3-9-4

找出 -3dB 之頻率處，如下圖

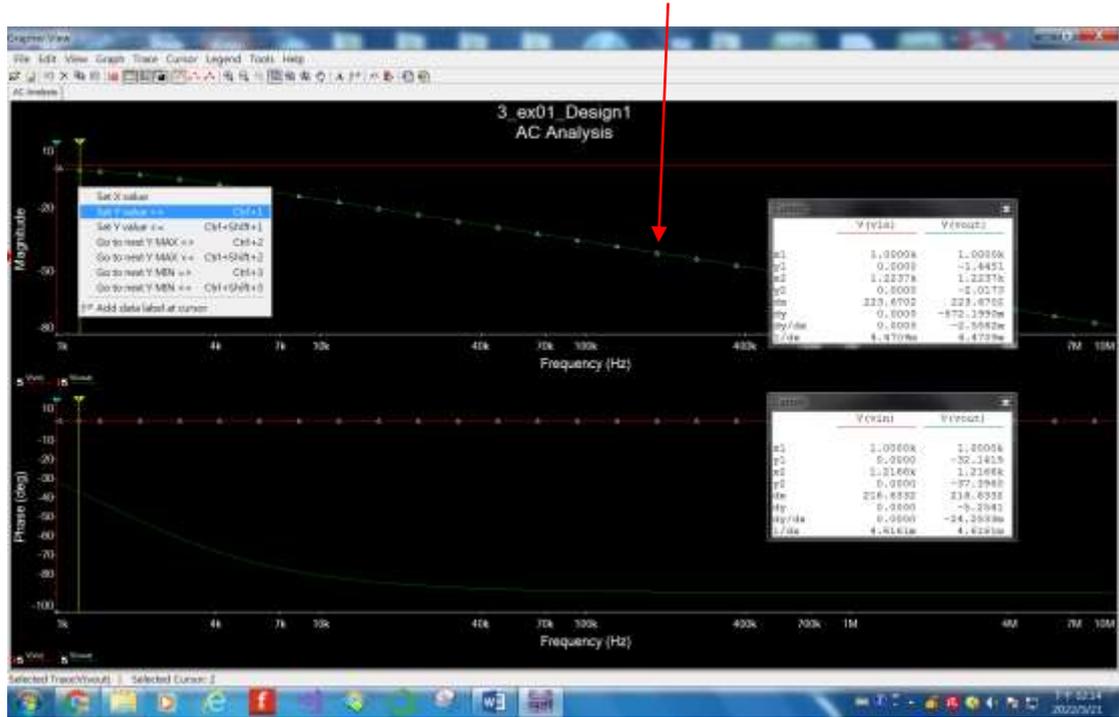


圖 3-9-5

點選上子圖綠線，並用“Set Y value =>” Value = -3.0 ，按下 OK

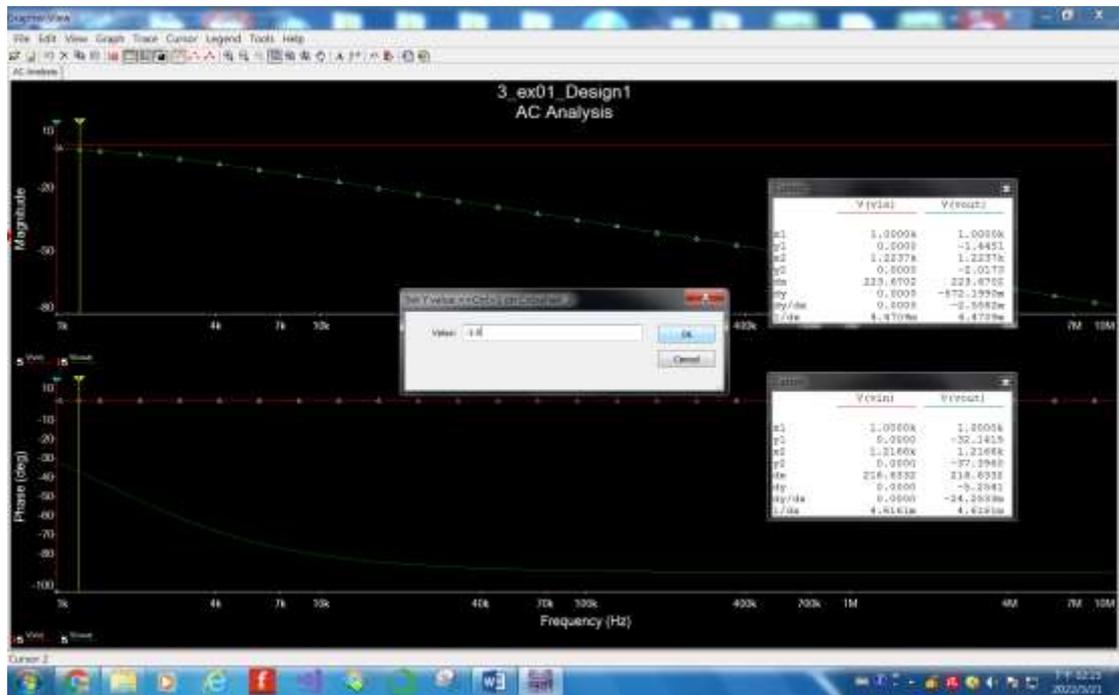


圖 3-9-6

同時，設定下子圖黃線，分別使用“Set X value =>” 1.5878k，如下

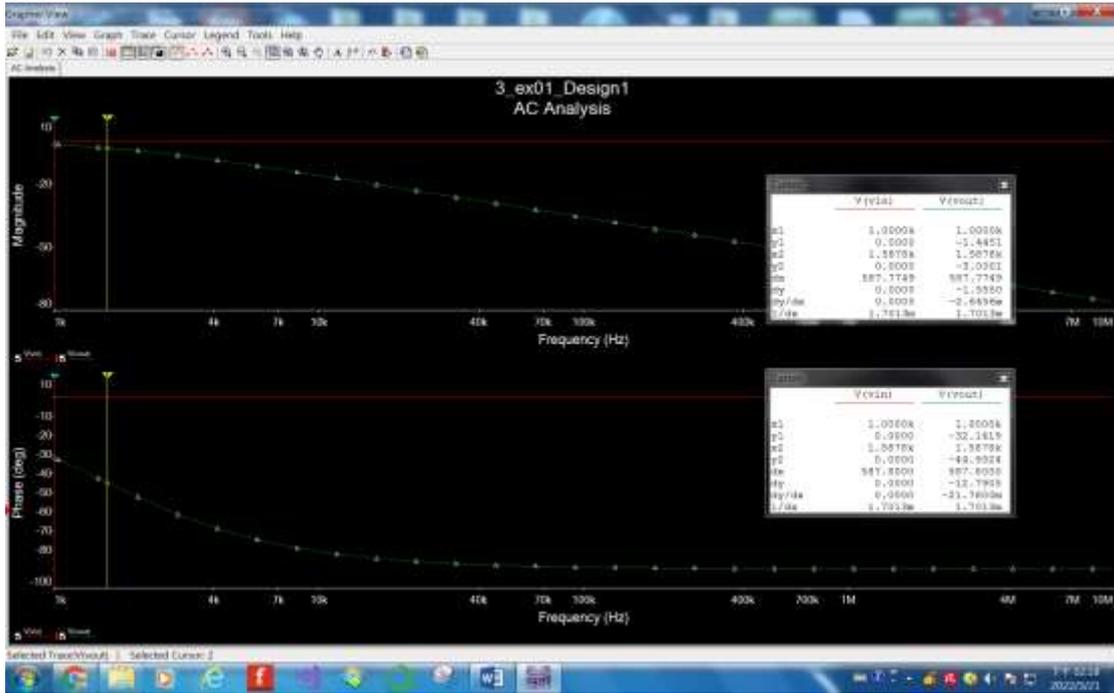


圖 3-9-7

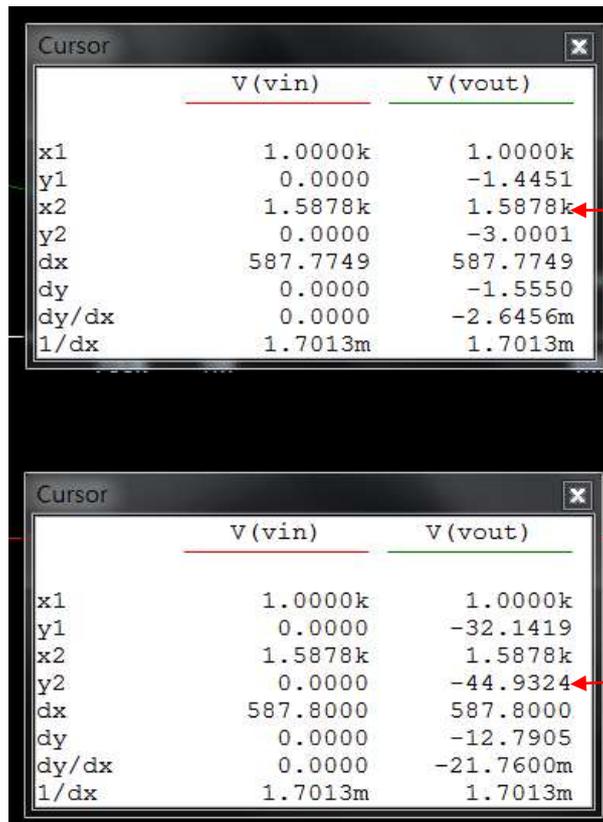


圖 3-9-8

下子圖 y2，其值為 -44.9324 (度)

由此可驗證：當 V1 訊號源之頻率改為 1.5878kHz(振幅為 1V)， V_{out} 為 $1/\sqrt{2}$ = 0.707，角度落後-45 度。

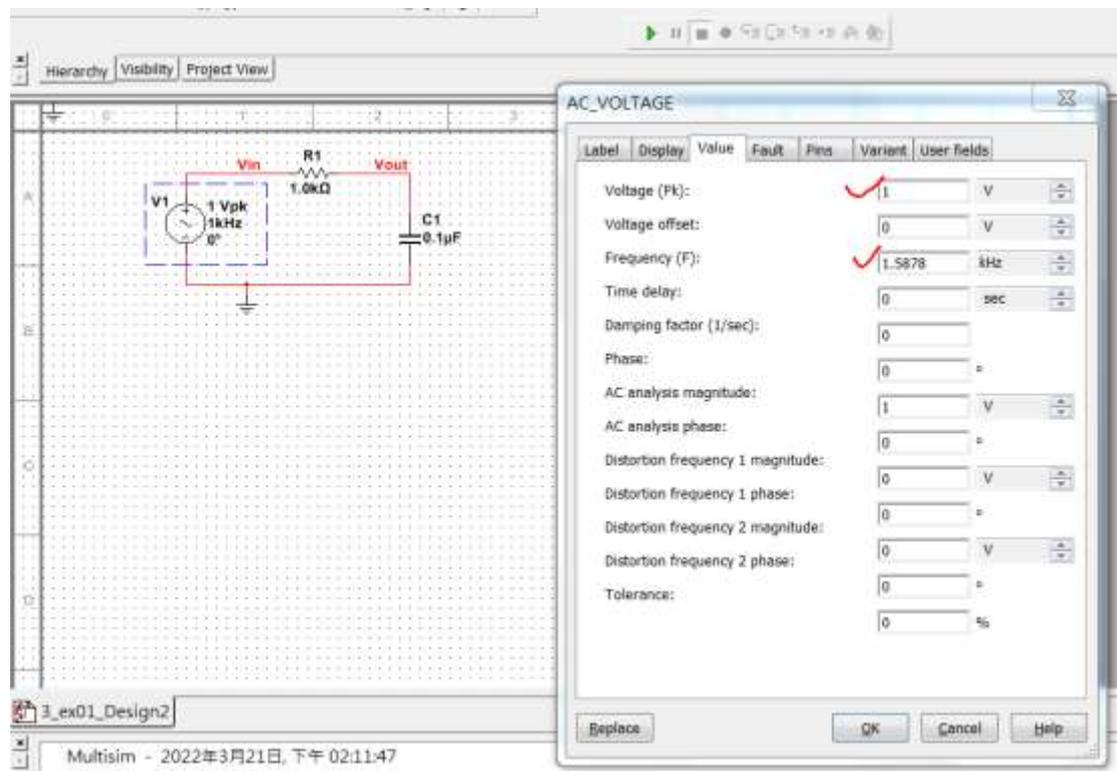


圖 3-9-9

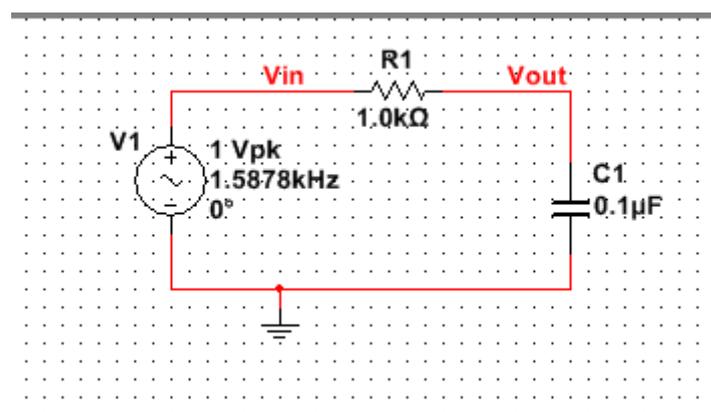


圖 3-9-10

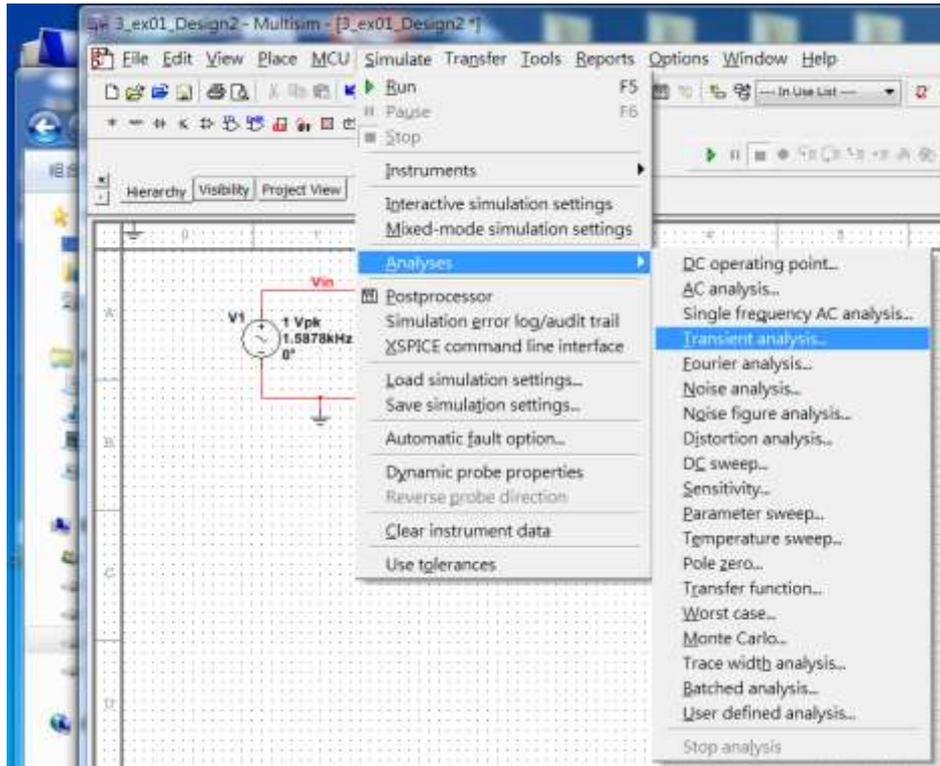


圖 3-9-11

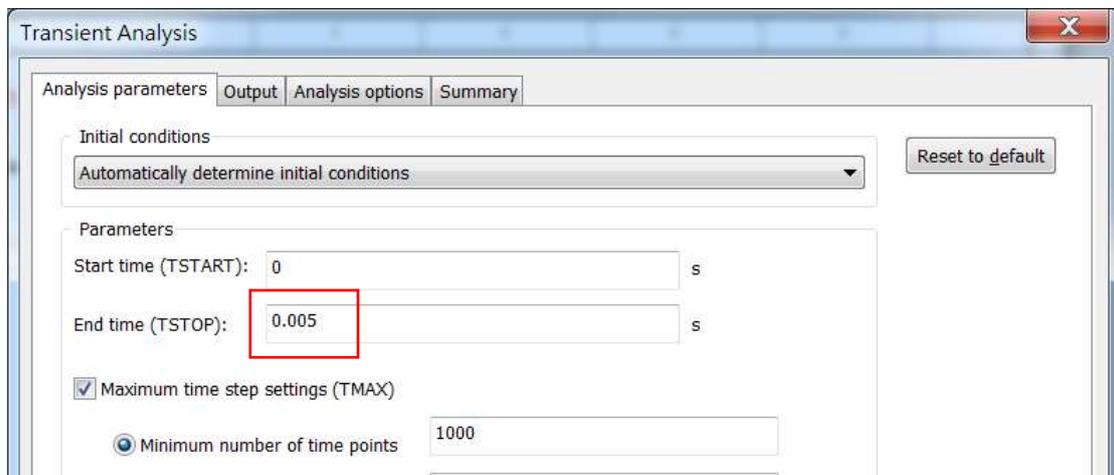


圖 3-9-12

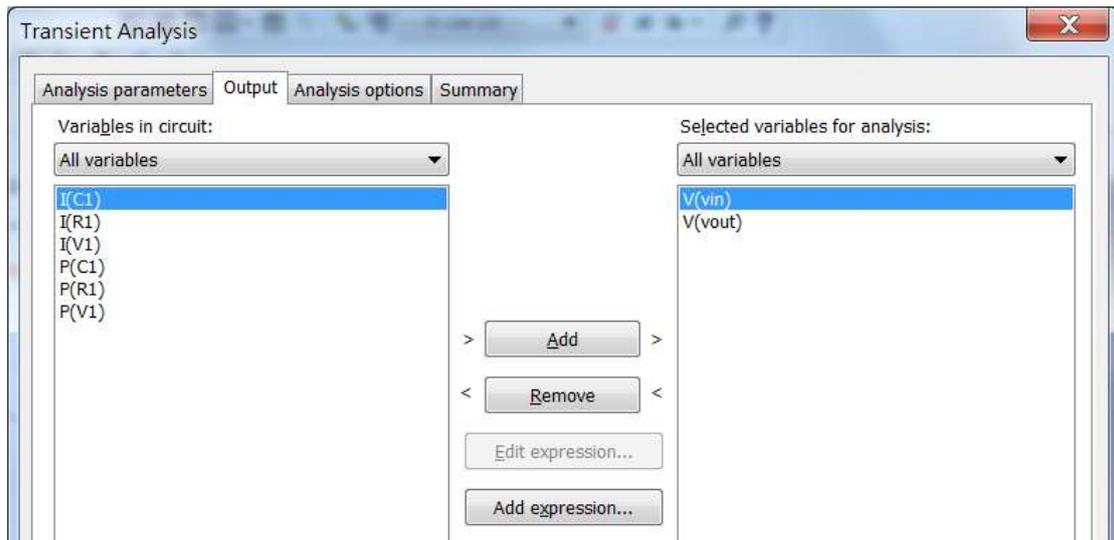


圖 3-9-13

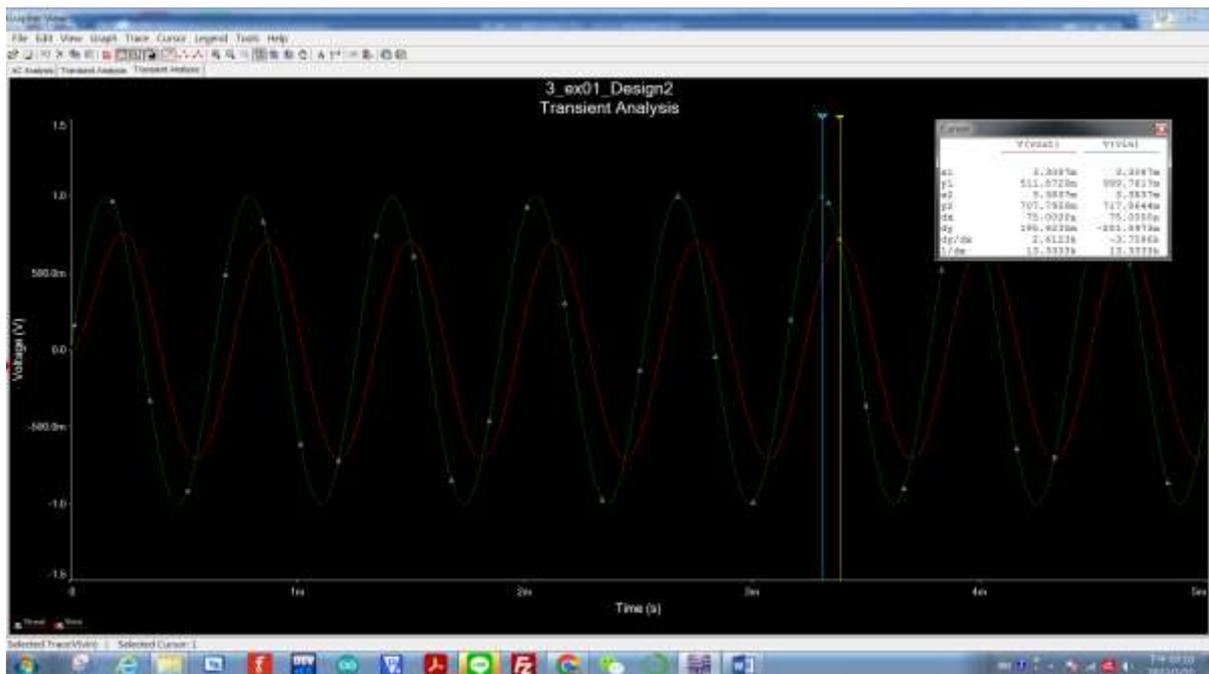


圖 3-9-14

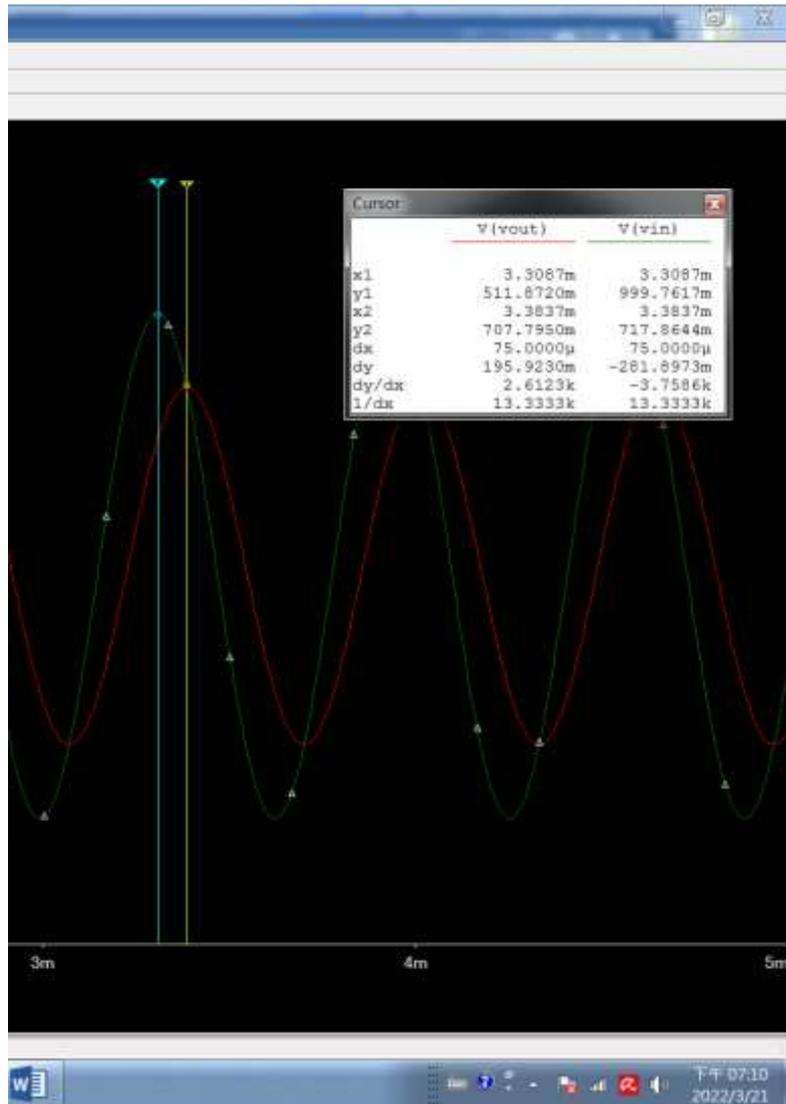


圖 3-9-15

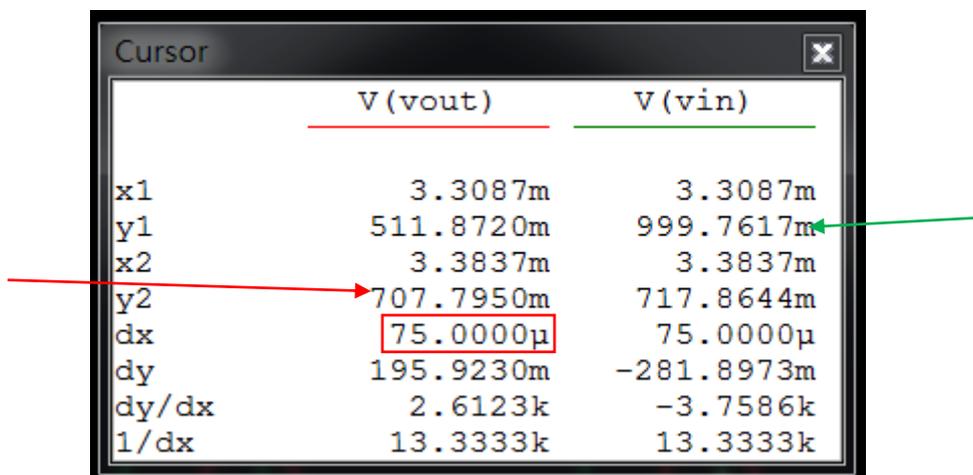


圖 3-9-16

$$\text{週期} = T = 1/1.5878k = 1 / (1.5878 * 1000)$$

$$\text{延遲角度} = 75 * 10^{-6} / T * 360$$

$$= 75 * 10^{-6} * 1.5878 * 1000 * 360$$

$$= 75 * 10^{-3} * 1.5878 * 360$$

$$= 75 * 1.5878 * 360 / 1000 =$$

$$= 42.8706 \text{ (約同於 } 45 \text{ 度，有誤差原因是 } V_{in} \text{ 最大值 為 } 0.9997617v \text{，並不是 } 1v)$$

三、作業

- 作業 3-1:
 1. 完成圖 3-10。
 2. 請找出 $V_{out}/V_{in} = -3\text{dB}, -20\text{dB}$ 的頻率及其驗證電路。

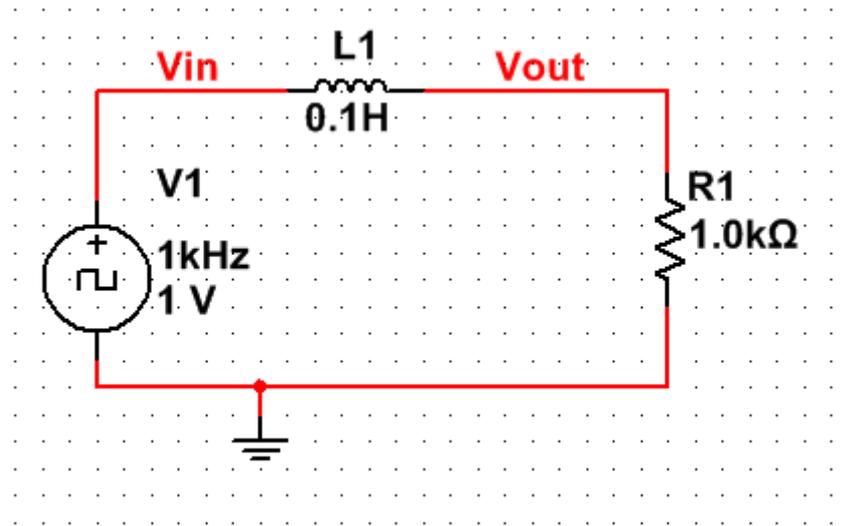


圖 3-10 作業 3-1 電路

- 作業 3-2:
 1. 完成圖 3-11。
 2. 請找出 $V_{out}/V_{in} = -3\text{dB}, -20\text{dB}$ 的頻率及其驗證電路。

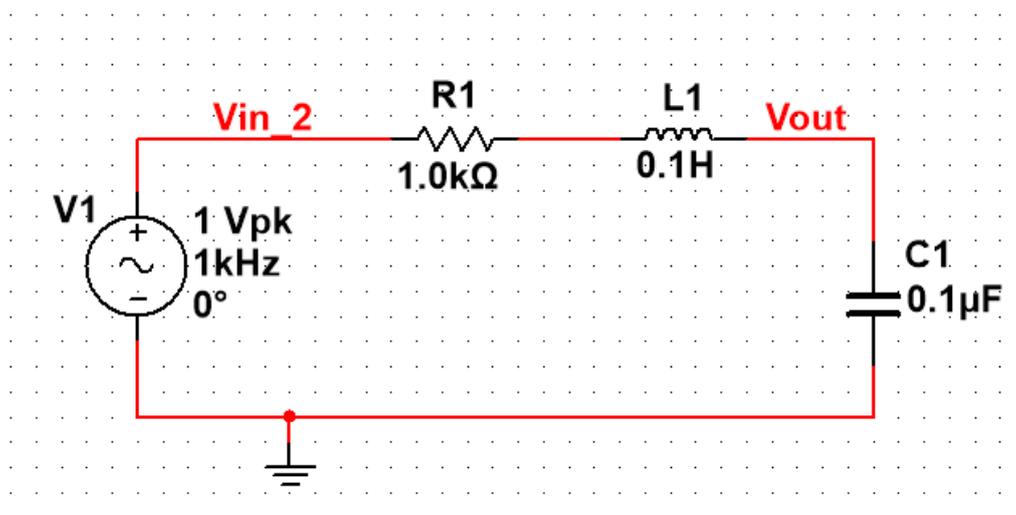


圖 3-11 作業 3-2 電路