

Ch1 電機機械 基本概念

蘇武昌 李淵全 編著

1-1 概論

- ▶ 電機機械 (electric machinery) 這門學科所探討的主題，正是電磁能與機械能這兩種能量形式之間的轉換關係與應用。

一、能量轉換

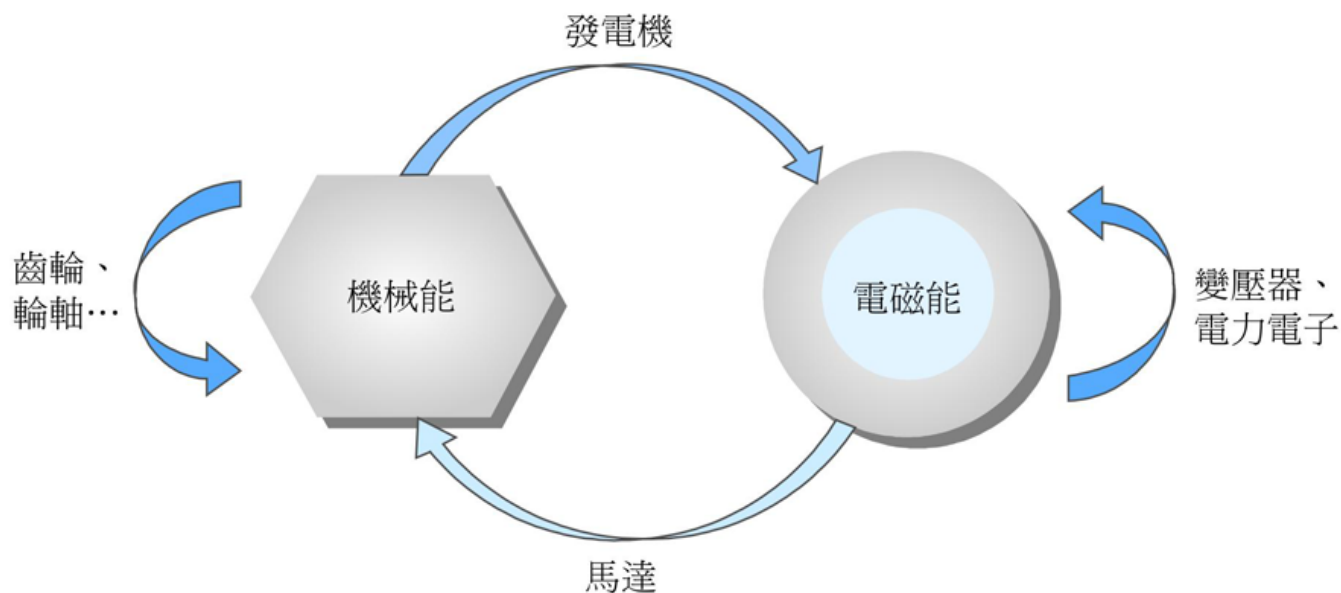


圖 1-1 電機機械：電磁能與機械能之間的能量轉換

1-1 概論

一、能量轉換 (續)

▶ 四種類型的轉換關係及其相對應的電機機械元件：

1. 電磁能→電磁能：如變壓器 (transformer)、電力電子 (power electronics) 等。
2. 電磁能→機械能：馬達 (motor) 或稱電動機，電能輸入產生動能 (機械能)。
3. 機械能→電磁能：發電機 (generator)，動能輸入產生電能。
4. 機械能→機械能：如齒輪、槓桿、輪軸等。

1-1 概論

二、三種電機機械

1. 變壓器
2. 馬達
3. 發電機

1-1 概論

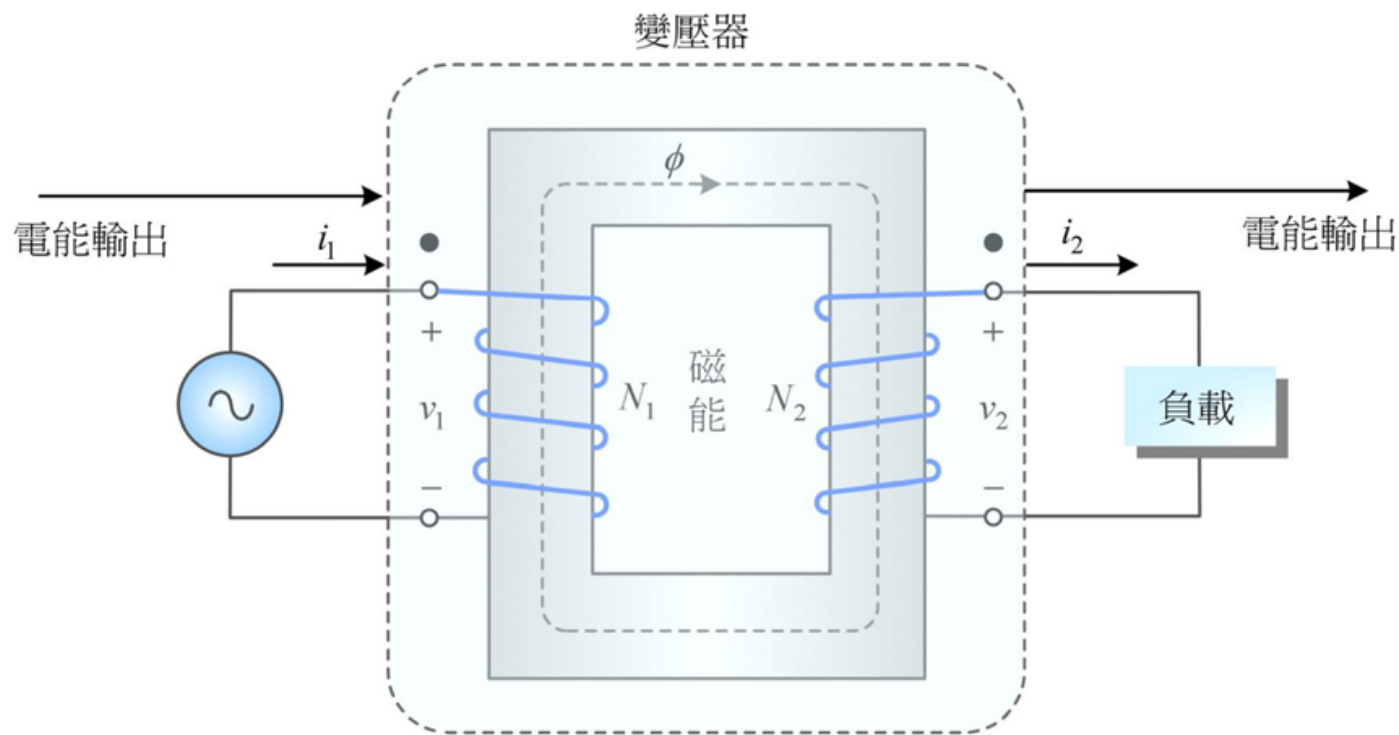


圖 1-2 變壓器構造示意圖

1-1 概論

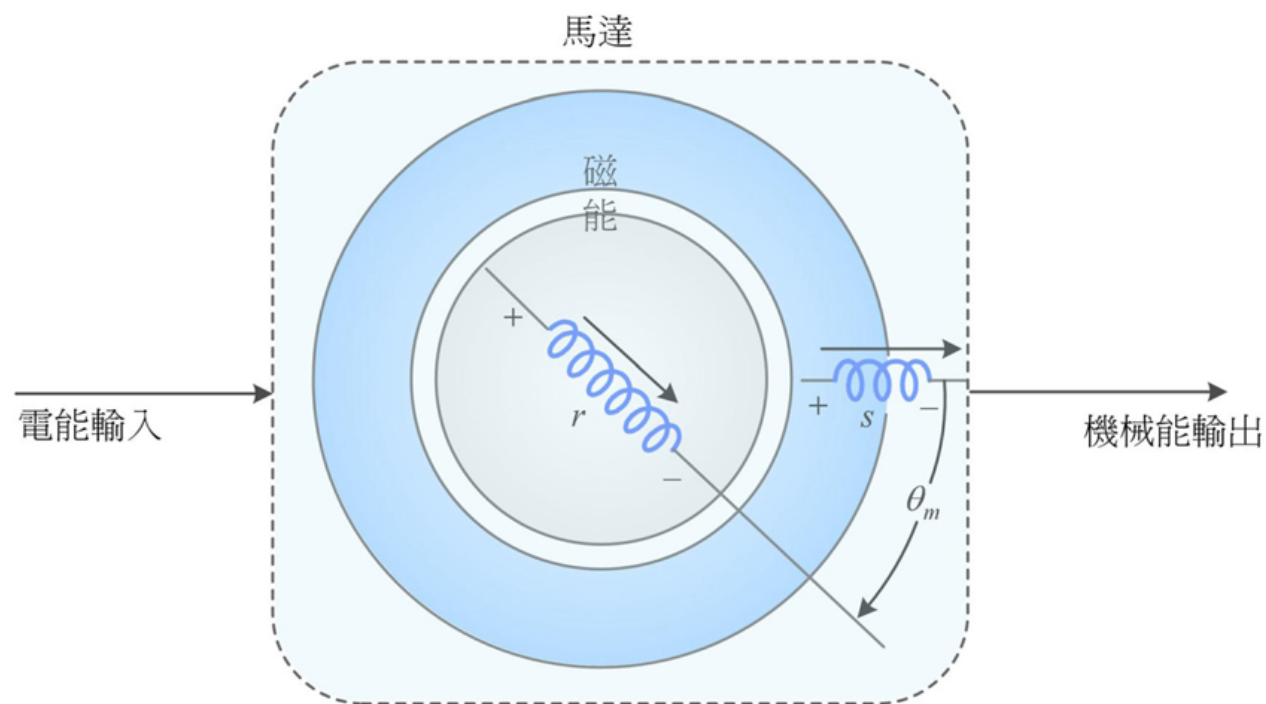


圖 1-3 馬達構造示意圖

1-1 概論

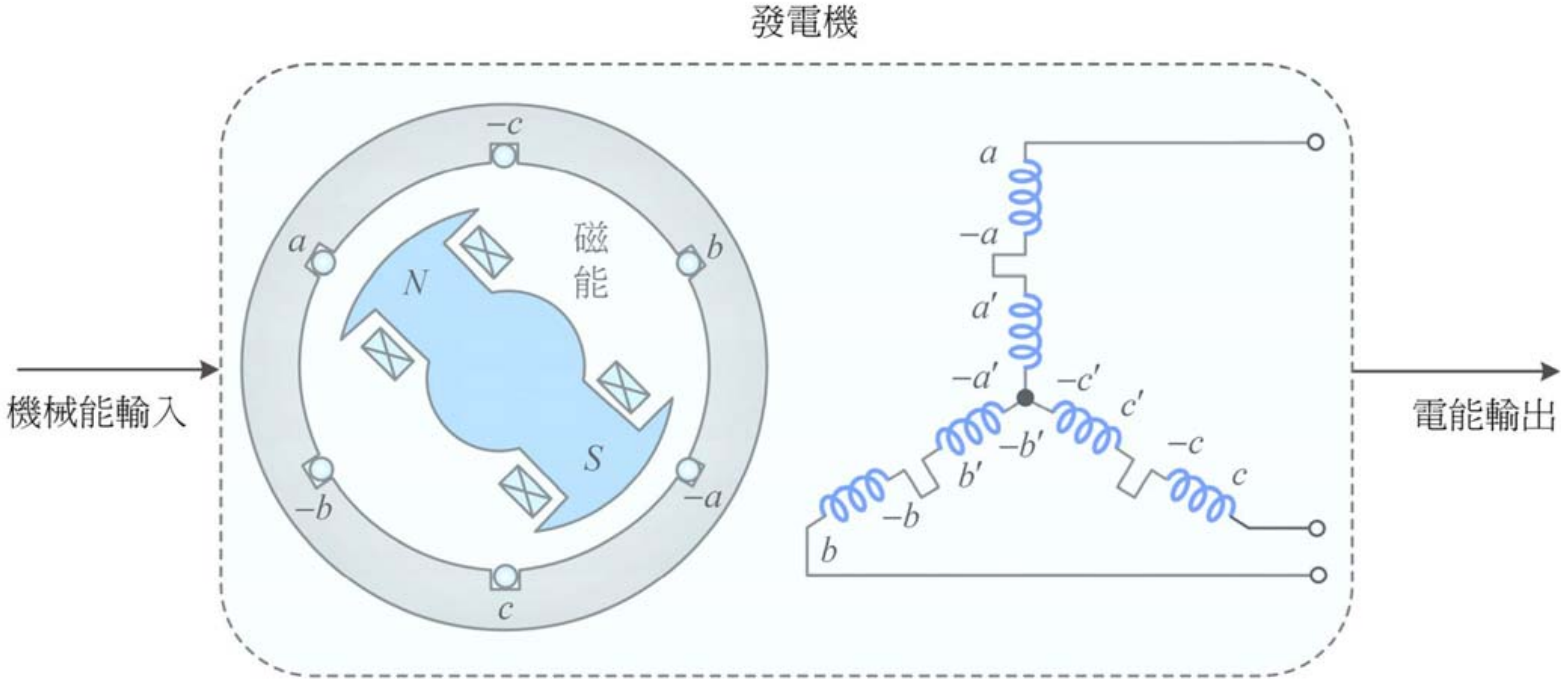


圖 1-4 發電機構造示意圖

1-1 概論

三、電磁感應與能量轉換原理

1. 安培定律： $\oint_C \bar{\mathbf{H}} \cdot d\bar{\mathbf{l}} = I$ ，描述電流 I 與其在空間中所產生之磁場強度 $\bar{\mathbf{H}}$ ，這兩者之間的定量關係。
2. 法拉第定律： $e = \frac{d\lambda}{dt}$ ，為處於時變 (time-varying) 磁場中的線圈，感應出電動勢 e 的定量描述。

1-2 磁場原理

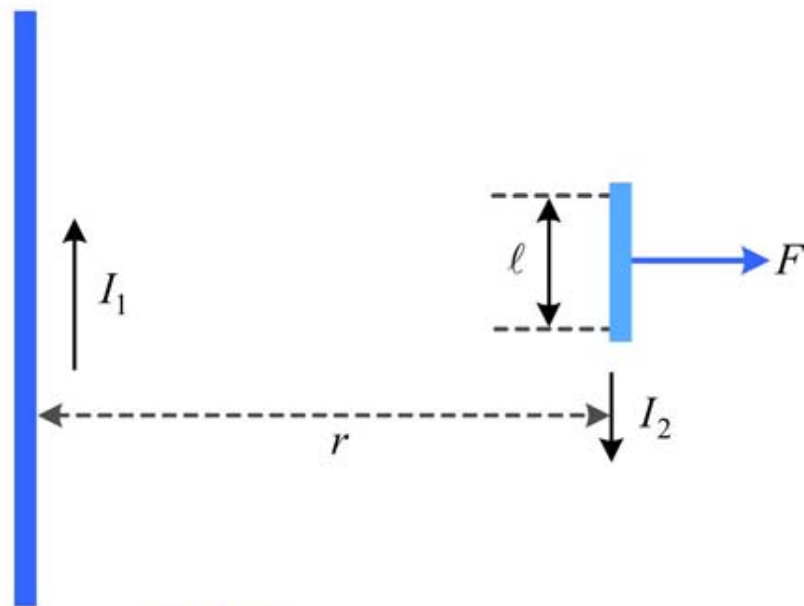


圖 1-5 安培實驗示意圖

- ▶ 在圖1-5 的安培實驗之中，所產生的磁場力 F ，就與四項因子有著密切的關聯：(1) I_1 ；(2) I_2 ；(3) r ；(4) l 。

1-2 磁場原理

- ▶ 我們以一般人對物理的直觀來看，可得以下的觀察結果：
 1. I_1 與 I_2 的值越大，則 F 越大；
 2. 電流元件 I_2 的長度 ℓ 越大，則 F 越大；
 3. 兩導線的距離越遠 (r 值越大)，則 F 越小。

$$F \propto \frac{I_1}{r} I_2 \ell \quad (1-1)$$

- ▶ 依安培實驗的量測結果，所得磁場力 F 的確切大小為

$$F = \frac{\mu I_1}{2\pi r} I_2 \ell \quad (1-2)$$

- ▶ 與推想的關係式 (1-1) 一致，但其中引入了一個特別的常數 μ ，稱之為磁導率 (permeability) 或稱導磁係數。
- ▶ 第五項因子，即介質環境因子： $(5) \mu$ 。

1-2 磁場原理

一、真空磁導率， μ_0

- ▶ 若磁場所在空間為真空 (vacuum) 或空氣，則其介質磁導率以 μ_0 表示之，數值為

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} \quad (1-3)$$

二、相對磁導率， μ_r

- ▶ 相對磁導率 (relative permeability)，是介質磁導率 μ 和真空磁導率的比值，兩者關係為

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad (1-4)$$

1-2 磁場原理

三、磁通量密度， B

- ▶ 在(1-2)式中，將 I_2 與其導線本身長度 ℓ 以外的因子，合併為一個單一的變數，令

$$B = \frac{\mu I_1}{2\pi r} \quad (1-5)$$

- ▶ 此變數 B 稱為磁通量密度 (magnetic flux density)。

$$F = I_2 \ell B \quad (1-6)$$

- ▶ 從這個關係來看，我們說磁通量密度 B ，是相對於磁場力的**感受者** I_2 而言所定義的磁場變數，用以描述受力者 I_2 所在空間中的磁場環境。

1-2 磁場原理

四、磁場強度， H

- ▶ 檢視 (1-5) 式，可知 B 的存在，是電流 I_1 所產生，並且是透過兩電流之間的介質特性 μ ，傳達給電流 I_2 來感受。

$$H = \frac{B}{\mu} \quad (1-7)$$

$$H = \frac{I_1}{2\pi r} \quad (1-8)$$

- ▶ 磁場強度是相對於磁場力的施予者 I_1 而言所定義的磁場變數，用以描述施力者 I_1 在空間中所產生的磁場環境。

1-2 磁場原理

四、磁場強度， H (續)

- ▶ 綜合以上，我們將電流 I_1 與 I_2 、磁場 B 與 H 以及導磁係數 μ ，這五樣彼此間的因果關係，以圖1-6解說：

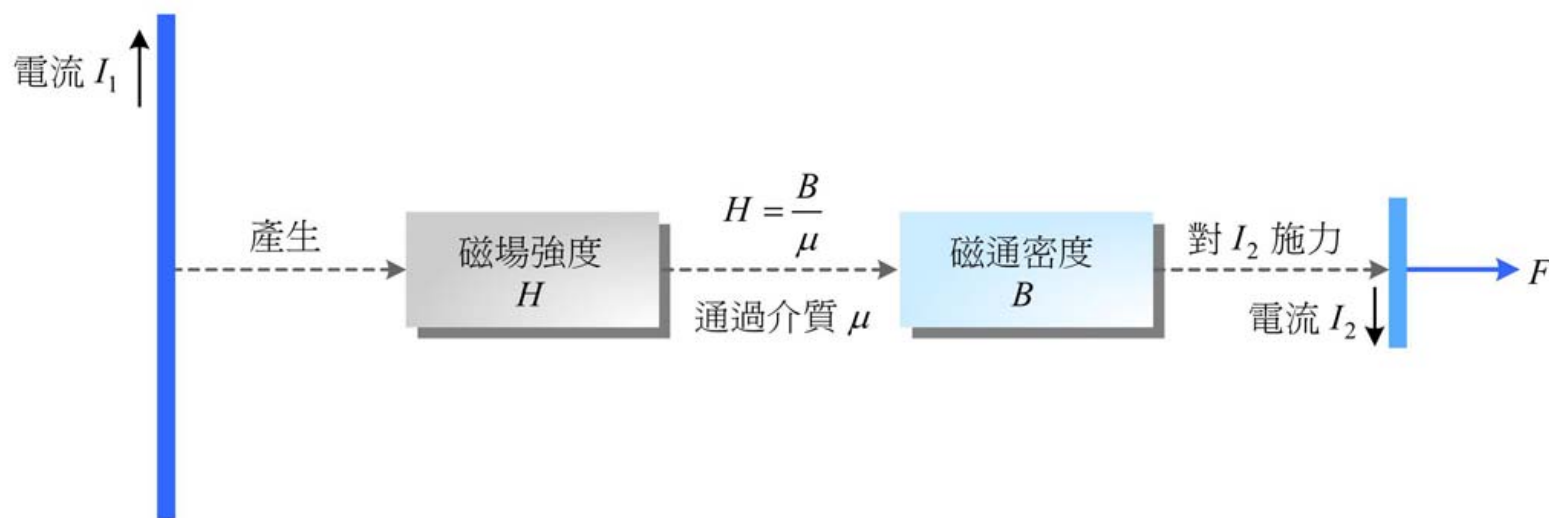


圖 1-6 兩電流產生交互作用之因果關係

1-2 磁場原理

五、安培定律

- ▶ 電流 I_1 與其所產生的磁場強度，遵照安培定律 (Ampere's law)：

$$\oint_C \bar{\mathbf{H}} \cdot d\bar{\mathbf{l}} = I_1 \quad (1-9)$$

- ▶ 在圖1-7中，我們以導線為圓心，選取環繞該導線的其中某一個半徑為 r 的同心圓，稱之為路徑 C ，進行 (1-9) 式的封閉線積分運算。

$$2\pi rH = I_1 \quad (1-10)$$

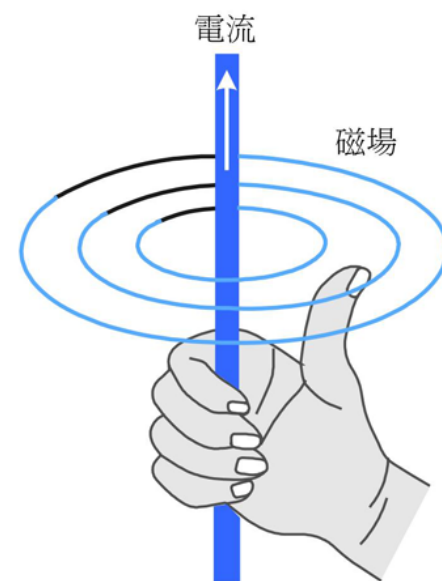


圖 1-7 安培右手定則

1-3 磁路

$$\oint_C \bar{\mathbf{H}}_c \cdot d\bar{\mathbf{l}} = NI \quad (1-11)$$

$$H_c \ell_c = NI \quad (1-12)$$

$$B_c = \frac{\mu}{\ell_c} NI \quad (1-13)$$

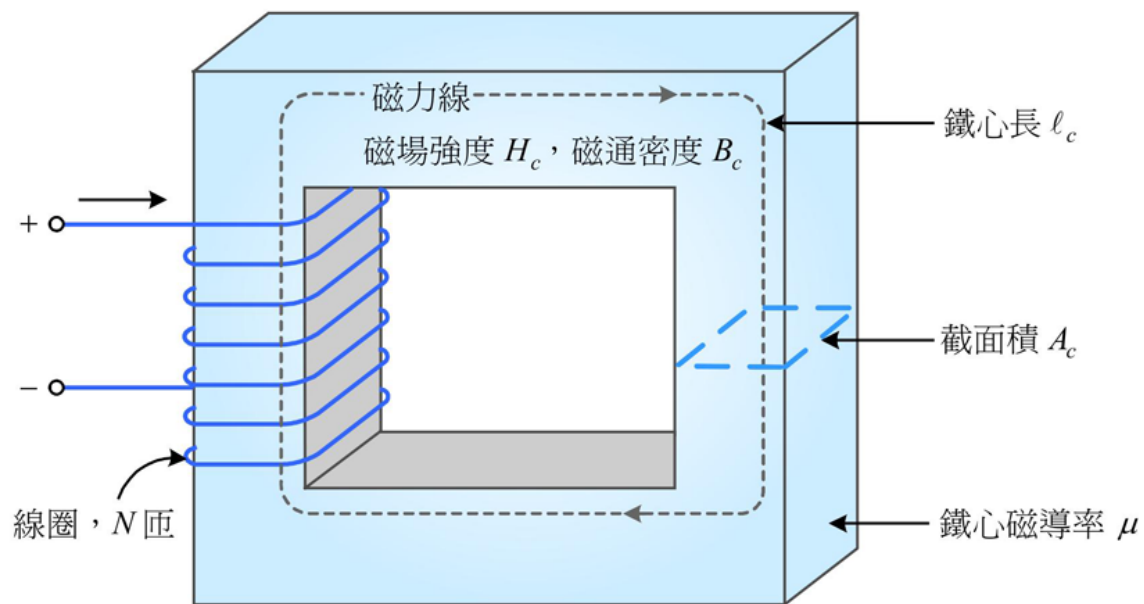


圖 1-8 簡單的鐵心磁路

1-3 磁路

一、磁通量， ϕ

- ▶ 將空間中的磁通密度 B 針對特定的曲面範圍 A 取積分，可得通過該曲面的磁通總量

$$\iint_A \bar{\mathbf{B}} \cdot d\bar{\mathbf{s}} \equiv \phi \quad (1-14)$$

$$\phi = B_c A_c = \frac{\mu A_c}{\ell_c} NI \quad (1-15)$$

1-3 磁路

例 1-1

設有磁通 4×10^{-2} 韋伯，垂直通過 $20 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ 之截面積，試求其磁通密度為若干？

解 (1) 採用 CGS 制

$$\phi = 4 \times 10^{-2} \times 10^8 = 4 \times 10^6 \text{ 線}$$

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{4 \times 10^6}{20 \times 50} = 4000 \text{ 線/公分}^2 \text{ (高斯)}$$

(2) 採用 MKS 制

$$\phi = 4 \times 10^{-2} \text{ 韋伯}$$

$$A = 20 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^2 = 0.1 \text{ m}^2$$

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{4 \times 10^{-2}}{0.1} = 0.4 \text{ 韋伯/米}^2 \text{ (特拉斯)}$$

1-3 磁路

Matlab

```
% (1) 採用 CGS 制
phi=4E-2*1E8;    %磁通量 1 韋伯=1E8 條磁力線
A=20*50;        %磁通截面積，以 CGS 制計算
B_cgs=phi/A;     %CGS 制磁通密度單位：高斯

% (2) 採用 MKS 制
phi=4E-2;        %磁通量
A=20E-2*50E-2;  %磁通截面積，以 MKS 制計算
B_mks=phi/A;    %MKS 制磁通密度單位：特斯拉
```

End

1-3 磁路

例 1-2

一長螺線管置入截面積為 A 的鐵心中，測得磁通為 20,000 線，若抽去鐵心而螺線管磁通變為 5 線，試求鐵心的相對導磁係數為若干？

解 設經過鐵心磁通為 ϕ ，磁場強度為 H ，則鐵心的導磁係數 μ

$$\mu = \frac{\phi}{AH}$$

設空氣中的磁通為 ϕ_o ，則空氣中的導磁係數 μ_o

$$\mu_o = \frac{\phi_o}{AH}$$

∴ 鐵心的相對導磁係數 μ_r 為

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{\phi}{\phi_o} = \frac{20,000}{5} = 4,000$$

End

1-3 磁路

二、磁動勢， \mathcal{F}

- ▶ 我們將 (1-15) 式等號右邊的線圈總電流 NI 定義為產生磁通量 ϕ 的勢力，稱為磁動勢 (magnetomotive force, MMF)， \mathcal{F}

$$\mathcal{F} = NI \quad (1-16)$$

三、磁阻， \mathcal{R}

- ▶ 比照電路中的歐姆定律，定義磁路中的磁阻 (reluctance) 為磁動勢 \mathcal{F} 與磁通量 ϕ 之比值

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\phi} \quad (1-17)$$

$$\mathcal{R} = \frac{\ell_c}{\mu A_c} \quad (1-18)$$

1-3 磁路

例 1-3

如圖 1-8 所示鐵心磁路，其截面積 2 平方公分，平均周長 60 公分，將 600 匝線圈繞於其上，當線圈通以 0.5 安培電流時測得磁通量 4×10^{-6} 韋伯，試求該磁路之：(1) 磁動勢；(2) 鐵心磁阻；(3) 鐵心中磁通密度；(4) 導磁係數；(5) 相對導磁係數。

解 (1) 磁動勢 \mathfrak{F}

$$\mathfrak{F} = NI = 600 \times 0.5 = 300 \text{ 安匝}$$

(2) 磁阻 \mathfrak{R}

$$\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{F}}{\phi} = \frac{300}{4 \times 10^{-6}} = 7.5 \times 10^7 \text{ 安匝 / 韋伯}$$

1-3 磁路

(3) 磁通密度 B

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{4 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^{-2} \text{ 韋伯 / 米}^2$$

(4) 導磁係數 μ

$$\therefore H = \frac{NI}{\ell} = \frac{300}{60 \times 10^{-2}} = 500 \text{ 安匝 / 米}$$

$$\therefore \mu = \frac{B}{H} = \frac{2 \times 10^{-2}}{500} = 4 \times 10^{-5} \text{ 韋伯 / 安匝} \cdot \text{米}$$

(5) 相對導磁係數 μ_r

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{4 \times 10^{-5}}{4\pi \times 10^{-7}} = 31.83$$

End

1-4 電感

- ▶ 圖1-8的電磁元件構造事實上就是一個電感 (inductor)。電阻、電容和電感是電路學中的三大被動元件 (passive device)，其中電阻是純粹的耗能元件，而電容和電感則是純粹的儲能元件——電容儲存電能 (電場)、電感儲存磁能 (磁場)。

磁交鏈， λ

- ▶ 根據法拉第定律，線圈兩端電壓 e 與磁通 ϕ 的關係為

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \frac{d(N\phi)}{dt} \quad (1-19)$$

- ▶ 我們定義一個很特殊的導出量叫做磁交鏈 (magnetic flux linkage)

$$\lambda = N\phi \quad (1-20)$$

1-4 電感

例 1-4

設有一磁路如圖 1-9 所示，已知 $A_c = 9$ 公分²， $A_g = 9$ 公分²， $g = 0.05$ 公分， $l_c = 70$ 公分， $N = 500$ 匝。若鐵心的相對導磁係數 $\mu_r = 7000$ ， $B_c = 1$ 韋伯 / 米²。設如圖 1-10 所示氣隙邊緣效應不考慮時，試求：(1) 線圈電流 I 為多少安培？；(2) 磁路中的磁通 ϕ 與磁交鏈 λ ， $\lambda = N\phi$ 各多少？

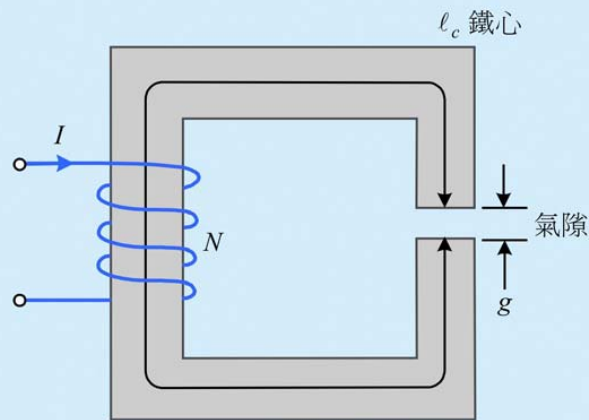


圖 1-9 含有氣隙之磁路

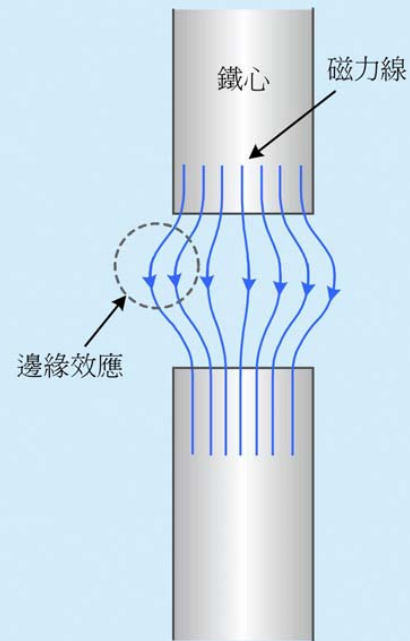


圖 1-10 氣隙中的邊緣效應

1-4 電感

解 (1) 由 (1-11) 式知

$$NI = \frac{B_c}{\mu_c} \cdot \ell_c + \frac{B_g}{\mu_o} \cdot g$$

因 $\phi = B_c A_c = B_g A_g$

且 $A_c = A_g$ (氣隙邊緣效應忽略不計)

則 $B_c = B_g$

故線圈中電流 I 為

$$\begin{aligned} I &= \frac{B_c}{\mu_o N} \cdot \left(\frac{\ell_c}{\mu_r} + g \right) \\ &= \frac{1}{4\pi \times 10^{-7} \times 500} \times \left(\frac{0.7}{7000} + 0.0005 \right) \\ &= \frac{(1+5) \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7} \times 500} = 0.955 \text{ 安培} \end{aligned}$$

1-4 電感

(2) 由 (1-15) 式知

$$\therefore \phi = B_c A_c = B_g A_g = 1 \times 9 \times 10^{-4} = 9 \times 10^{-4} \text{ 韋伯}$$

$$\therefore \lambda = N\phi = 500 \times 9 \times 10^{-4} = 0.45 \text{ 韋伯-匝}$$

Matlab

```
Ac=9E-4;      %鐵心截面積，以 MKS 制計算
Ag=9E-4;
g=0.05E-2;
lc=70E-2;
N=500;
mu_r=7000;   %鐵心之相對導磁係數
Bc=1;
mu0=4*pi*1E-7; %空氣磁導率

%(1) 求線圈電流 I
I=Bc*(lc/mu_r + g)/(mu0*N);

%(2) 求磁通 phi 與磁交鏈 lambda
phi=Bc*Ac;
lambda=N*phi;
```

End

1-4 電感

- ▶ 顧名思義，磁交鏈是用來表明磁通量 ϕ 與線圈之間的 N 次鏈結關係，有了磁交鏈的定義，可將 (1-19) 式改寫為

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \quad (1-21)$$

- ▶ 由電觀點出發，得到另一個磁交鏈的定義

$$\lambda = Li \quad (1-22)$$

$$L = \frac{N\phi}{i} \quad (1-23)$$

- ▶ 再利用 (1-17) 式的磁歐姆定律得 $\frac{\phi}{i} = \frac{N}{\mathfrak{R}}$

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \quad (1-24)$$

$$L = \frac{\mu N^2 A_c}{\ell_c} \quad (1-25)$$

1-4 電感

- ▶ 從上述的電感參數式可知圖1-8的電感大小，是由以下四項變因所決定：
 1. 與鐵心的導磁係數成正比；
 2. 與鐵心截面積成正比；
 3. 與鐵心長度成反比；
 4. 與線圈匝數的平方成正比。

1-5 自感與互感

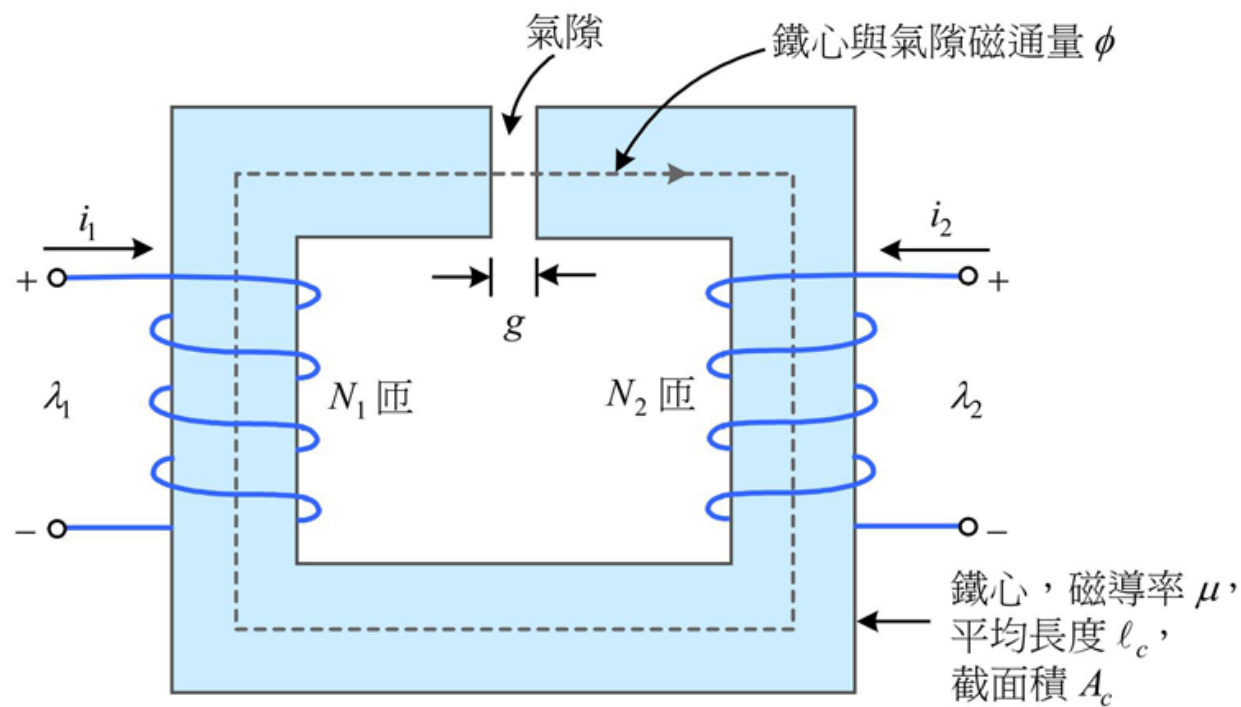


圖 1-11 雙線圈磁路與互感

1-5 自感與互感

- ▶ 圖1-11中的兩線圈 N_1 與 N_2 個別纏繞在一個共同的鐵心上，而根據圖中所定義的電流方向來看， i_1 與 i_2 所產生的鐵心磁通是互相加成的，亦即

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{\mathfrak{R}} \quad (1-27)$$

- ▶ 其中 $\phi_1 = \frac{N_1 i_1}{\mathfrak{R}}$ ， $\phi_2 = \frac{N_2 i_2}{\mathfrak{R}}$ 。

$$\lambda_1 = N_1 \phi = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} i_1 + \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}} i_2 \quad (1-28)$$

1-5 自感與互感

$$L_{11} = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}} \quad (1-29)$$

$$L_{12} = \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}}$$

$$\lambda_1 = L_{11}i_1 + L_{12}i_2 \quad (1-30)$$

$$L_{22} = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}} \quad (1-31)$$

$$L_{21} = \frac{N_2 N_1}{\mathfrak{R}} = L_{12}$$

$$\lambda_2 = L_{11}i_1 + L_{22}i_2 \quad (1-32)$$

1-6 物質的磁特性

- ▶ 若將介質想像成許多原子 (atom) 的組成，則依原子的拉塞福模型來看，於原子核外部公轉運行的電子群，將受其外部的磁場強度 H 影響，造成電子群公轉方向的改變。一般而言有下列三種情形：
 1. **順磁性 (paramagnetic)**：介質中的電子群公轉運動方向迎合外部磁場 H 。在這種情形下，該介質的導磁係數將大於空氣或真空中的導磁係數 μ_0 ，即 $\mu_r > 1$ 。例如鋁 (Al)、鉑 (Pt) 等物質。
 2. **強磁性 (ferromagnetic)**：該介質的導磁係數遠大於空氣或真空中的導磁係數， $\mu_r \gg 1$ ，此時我們說該介質為磁性材料，如鐵 (Fe) 及其合金。

1-6 物質的磁特性

3. 反磁性 (**diamagnetic**)：介質中的電子群公轉方向拂逆其外部磁場 H 的影響方向，故其導磁係數略小於空氣或真空中的導磁係數， $\mu_r < 1$, $\mu_r \approx 1$ ，如氫氣 (H_2)、銀 (Ag)、銅 (Cu) 等物質。

1-7 磁滯與渦流

一、磁滯

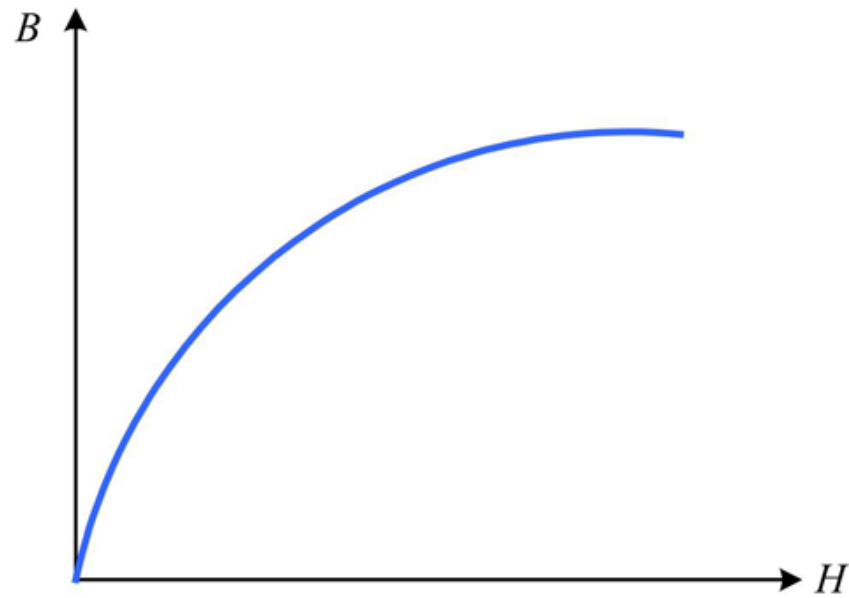


圖 1-12 B-H 曲線

1-7 磁滯與渦流

一、磁滯(續)

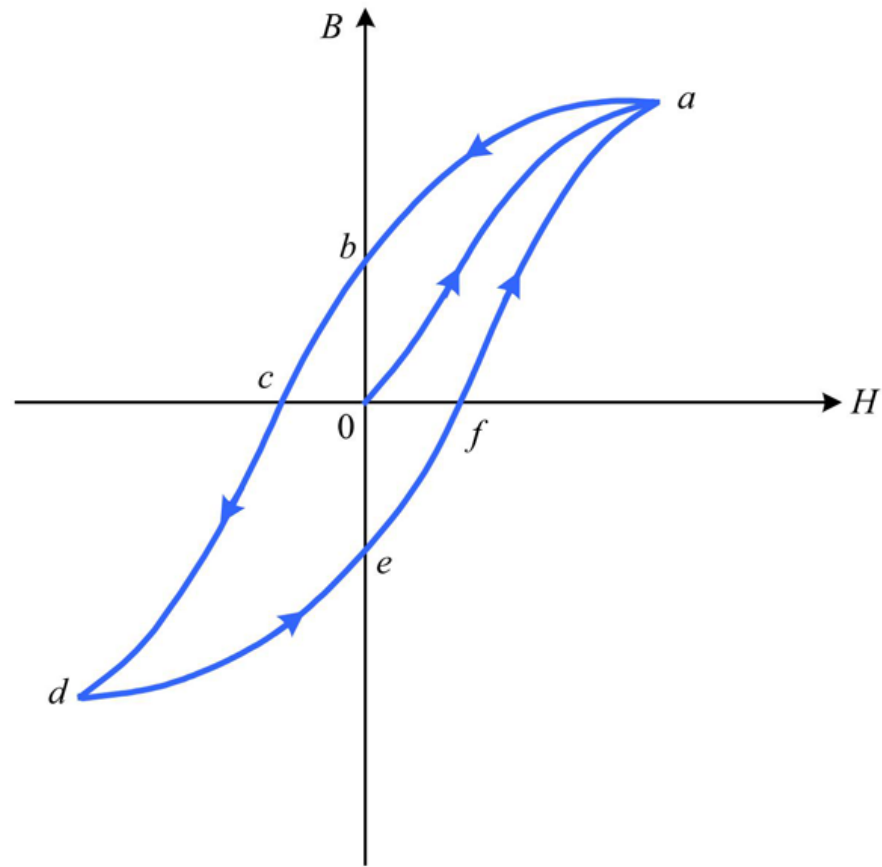


圖 1-13 磁滯曲線

1-7 磁滯與渦流

一、磁滯 (續)

- ▶ 磁滯 (hysteresis) 迴線所包含的面積為鐵心每單位體積磁化循環一次所消耗的能量，稱為磁滯損失。

$$P_h = k_h B_m^n f \text{ 瓦 / 米}^3 \quad (1-33)$$

式中 k_h : 材料磁滯常數
 B_m : 最大磁通密度 (韋伯 / 米²)
 f : 頻率 (Hz)
 n : 司坦麥茲指數, $1.5 \leq n \leq 2.5$

1-7 磁滯與渦流

二、渦流

- ▶ 渦流經由鐵心電阻而引起的功率損失稱為渦流損失。

$$P_e = k_e B_m^2 f^2 t^2 \text{ 瓦 / 米}^3 \quad (1-34)$$

式中 k_e : 材料渦流常數
 t : 鐵心厚度或疊片厚度

1-8 交流電路

$$e(t) = A_{\max} \sin(\omega t + \theta) \quad (1-35)$$

▶ 此正弦函數共包含三個主要變量：

1. 大小， A_{\max} ；
2. 角頻率， ω ；
3. 相位， θ 。

一、有效值

$$A_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (A_{\max} \sin(\omega t + \theta))^2 dt} = \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}}$$

1-8 交流電路

二、相量

- ▶ 相量 (phasor) 是利用大小 (有效值) 以及相位這兩個變數來描述交流電路的數學方法，

$$\tilde{\mathbf{E}} = A \angle \theta$$

- ▶ 其中 A 為正弦函數 $e(t)$ 的有效值。可進一步利用尤拉公式 (Euler's formula) 以複數 (complex number) 代換之

$$\tilde{\mathbf{E}} = A \angle \theta = Ae^{j\theta} = A \cos \theta + jA \sin \theta$$

- ▶ 其中 $j = \sqrt{-1}$ 為虛數單位，在複數平面上，代表虛軸 ($\angle 90^\circ$) 變量。

1-8 交流電路

二、相量(續)

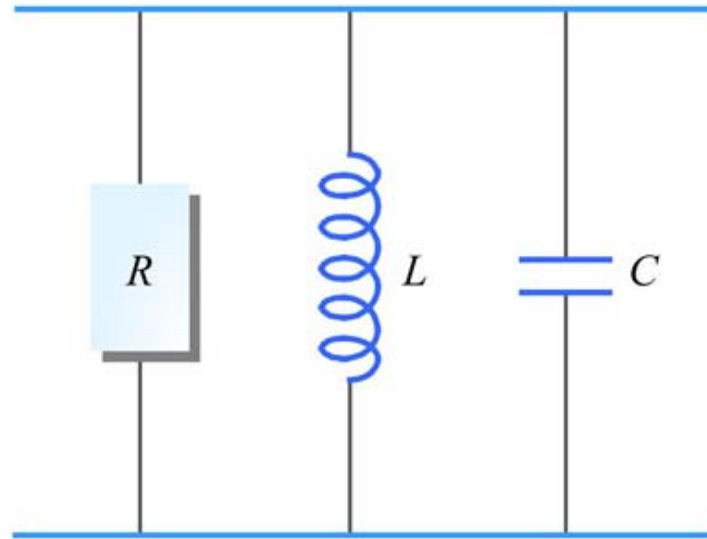


圖 1-14 電路元件： RLC

1-8 交流電路

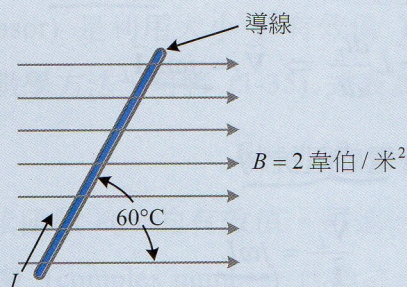
二、相量 (續)

表 1-1 電路元件 RLC 之電壓與電流關係

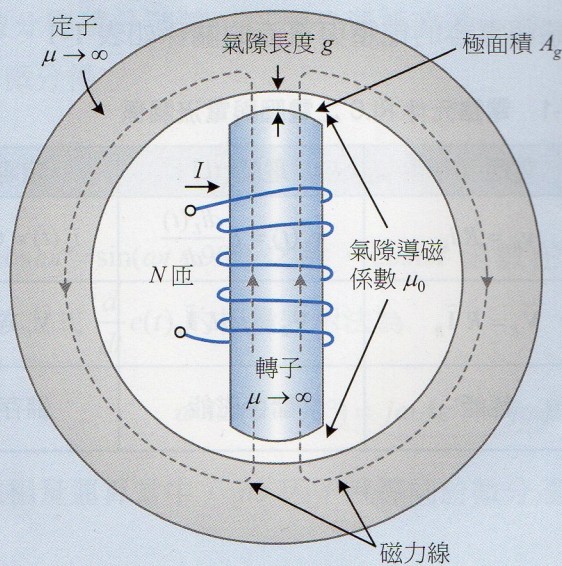
電路元件	電阻 (R)	電感 (L)	電容 (C)
時間函數關係	$v_R = R i_R$	$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$	$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$
相量關係	$\tilde{V}_R = R \tilde{I}_R$	$\tilde{V}_L = j\omega L \tilde{I}_L$	$\tilde{V}_C = \frac{\tilde{I}_C}{j\omega C}$
物理特性	耗能	儲存磁能	儲存電能

習 題

1. 何謂磁滯迴線？在交變磁性材料中將會有何種損失？請簡述之。
2. 試簡述磁通、磁通密度與磁場強度之意義及相互關係。
3. 試說明相對導磁係數的意義。
4. 在一螺線管表面上均勻地捲繞 500 匝線圈，管內原有磁通 20 韋伯，若在 2 秒鐘內其磁通增為 30 韋伯，試求該線圈之感應電勢為多少？
5. 如圖所示，在磁通密度為 2 韋伯/米^2 的磁場中放置 1 米的導線且與磁場方向成 60° 夾角，若此導體產生 $8\sqrt{3}$ 牛頓的作用力，則此導體流通的電流為多少？



6. 如圖所示為同步電機磁場結構示意圖，假設轉子與定子鐵心導磁係數皆為無窮大 ($\mu = \infty$)，若其中電流 $I = 10$ 安培， $N = 1000$ 匝， $g = 1$ 公分及 $A_g = 2000$ 平方公分，求氣隙磁通 ϕ 及磁通密度 B_g 。

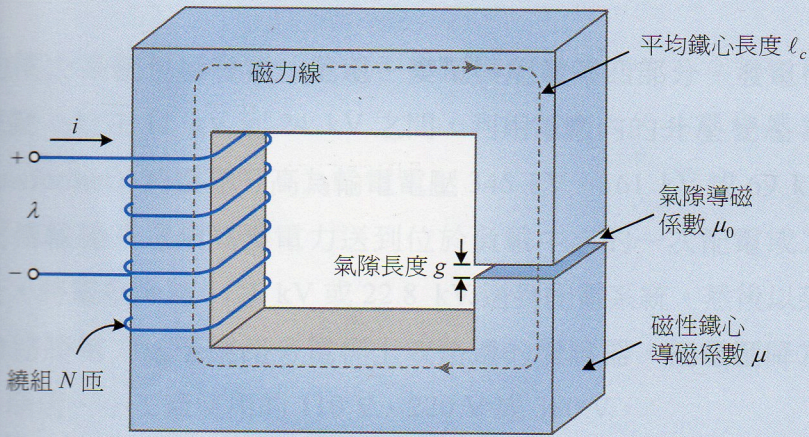




7. 如圖所示的磁路，其尺寸為 $A_c = 9$ 平方公分， $A_g = 9$ 平方公分， $g = 0.05$ 公分， $\ell_c = 30$ 公分， $N = 500$ 匝，假設鐵的 $\mu_r = 70,000$ ，且磁路的磁通密度 $B_c = 1.0$ 韋伯 / 米²。

(1) 試求 (a) 磁阻；(b) 磁通；(c) 激磁電流 I 。

(2) 試使用 Matlab 程式驗證之。



8. 如圖的磁路，在一導磁係數為無窮大的磁性鐵心上，包含 N 匝繞阻及兩個並聯的氣隙，氣隙長度分別為 g_1 與 g_2 ，面積分別為 A_1 與 A_2 ，若忽略氣隙的邊緣效應，試求：(1) 繞阻電感；(2) 當繞阻通過一電流 i 時在氣隙 1 中的磁通密度 B_1 。

