

Ch2 變壓器原理

- ▶ 臺灣的電力系統包括發電、輸電、變電與配電等四部分。
- ▶ 變壓器屬靜止型的電機機械，如圖2-2所示，由鐵心 (iron core) 以及纏紮其上的兩組線圈 (windings) 組成最基本的變壓器結構，稱為雙繞組變壓器 (two-winding transformer)。其中鐵心為高導磁材料，兩線圈繞組則分別稱為一次側 (primary side) 與二次側 (secondary side)。

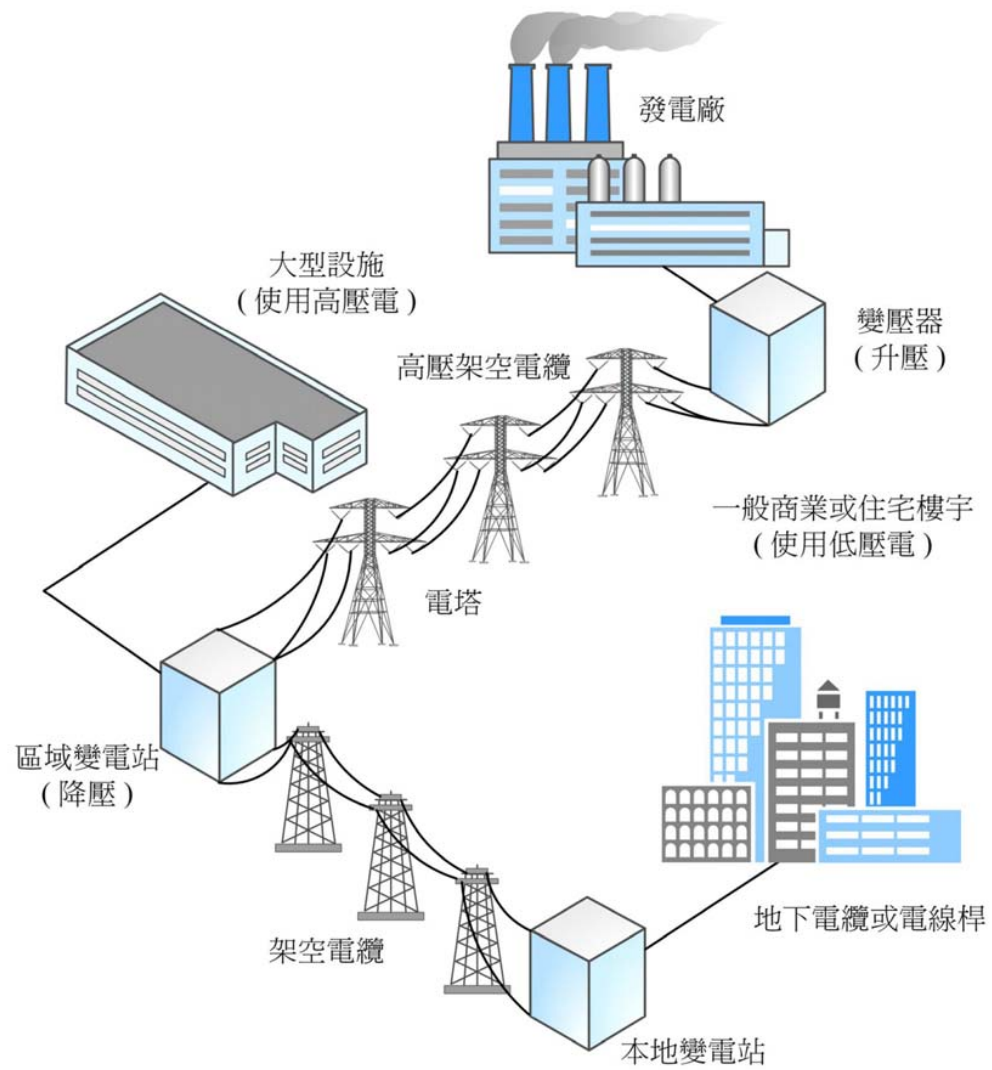


圖 2-1 電力系統：發電、輸電、變電與配電示意圖

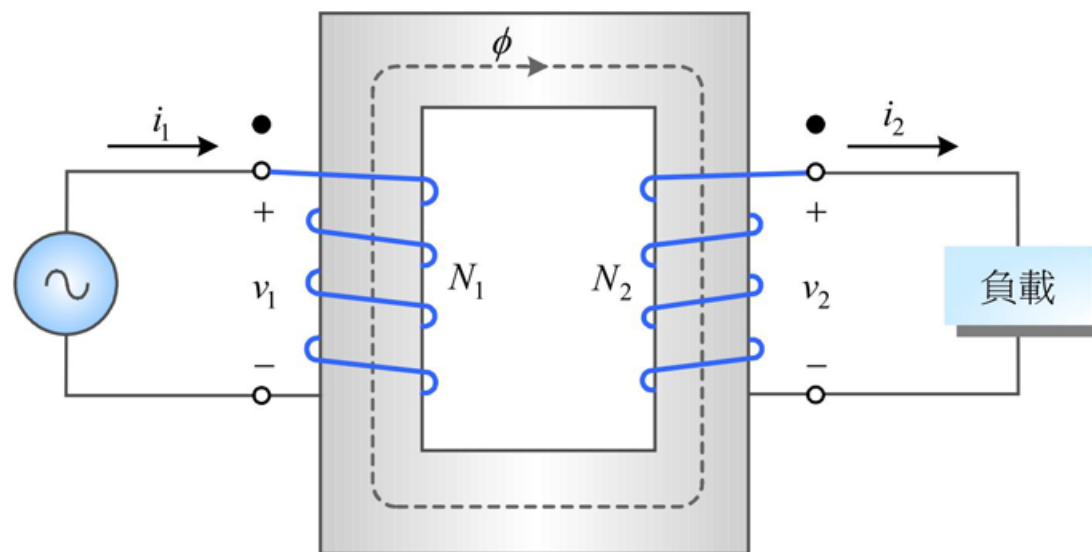


圖 2-2 變壓器結構示意圖

2-1 理想變壓器

1. 無電能耗損：兩線圈導體電阻皆為 0Ω 。
2. 無磁能漏失：兩線圈電流所產生的磁力線（磁通）皆完全保留在鐵心之內，無任何於鐵心之外的漏磁 (leakage) 情形發生。
3. 理想鐵心：鐵心導磁係數為無窮大 ($\mu_c \rightarrow \infty$)，且無磁滯與渦流現象。

2-1 理想變壓器

一、電壓轉換比值

$$e_1(t) = N_1 \frac{d\phi}{dt} = N_1 \omega \Phi_m \cos \omega t \quad (2-1)$$

$$e_2(t) = N_2 \frac{d\phi}{dt} = N_2 \omega \Phi_m \cos \omega t$$

$$\frac{\tilde{\mathbf{E}}_1}{\tilde{\mathbf{E}}_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (2-2)$$

2-1 理想變壓器

二、電流轉換比值

$$\mathcal{J}_{\text{net}} = \mathcal{J}_1 - \mathcal{J}_2 = N_1 i_1 - N_2 i_2 \quad (2-3)$$

$$\mathcal{J}_{\text{net}} = \phi R_c = 0 \quad (2-4)$$

$$N_1 i_1 = N_2 i_2 \quad (2-5)$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (2-6)$$

2-1 理想變壓器

三、電路符號

- ▶ 圖2-3為理想變壓器 (ideal transformer) 結構之電路符號，其中一次側線圈與二次側線圈之點 (•) 號標記以及電壓電流之極性方向，皆與圖2-2相同。

$$e_1 i_1 = e_2 i_2 \quad (2-7)$$

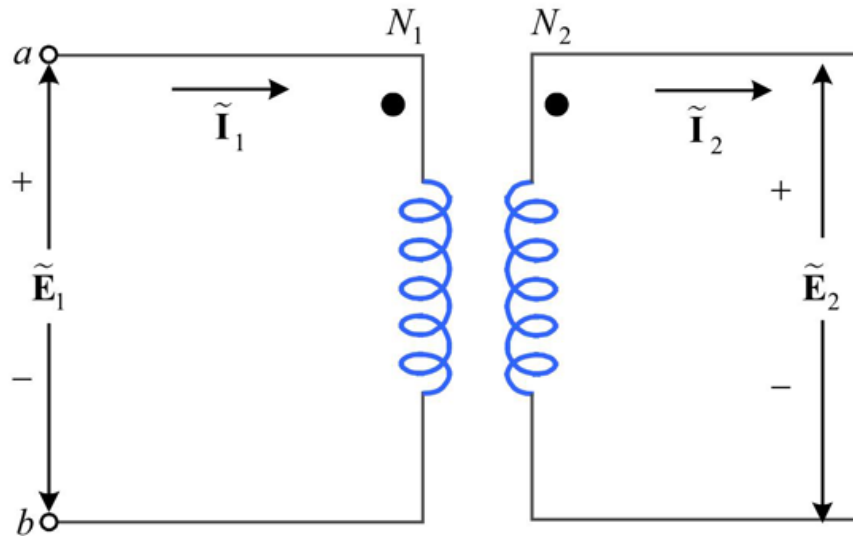


圖 2-3 理想變壓器電路符號

2-1 理想變壓器

四、阻抗轉換

$$Z_L = \frac{\tilde{\mathbf{E}}_2}{\tilde{\mathbf{I}}_2} \quad (2-8)$$

$$Z'_L = \frac{\tilde{\mathbf{E}}_1}{\tilde{\mathbf{I}}_1} = \frac{(N_1/N_2)\tilde{\mathbf{E}}_2}{(N_2/N_1)\tilde{\mathbf{I}}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{\tilde{\mathbf{E}}_2}{\tilde{\mathbf{I}}_2} = a^2 Z_L \quad (2-9)$$

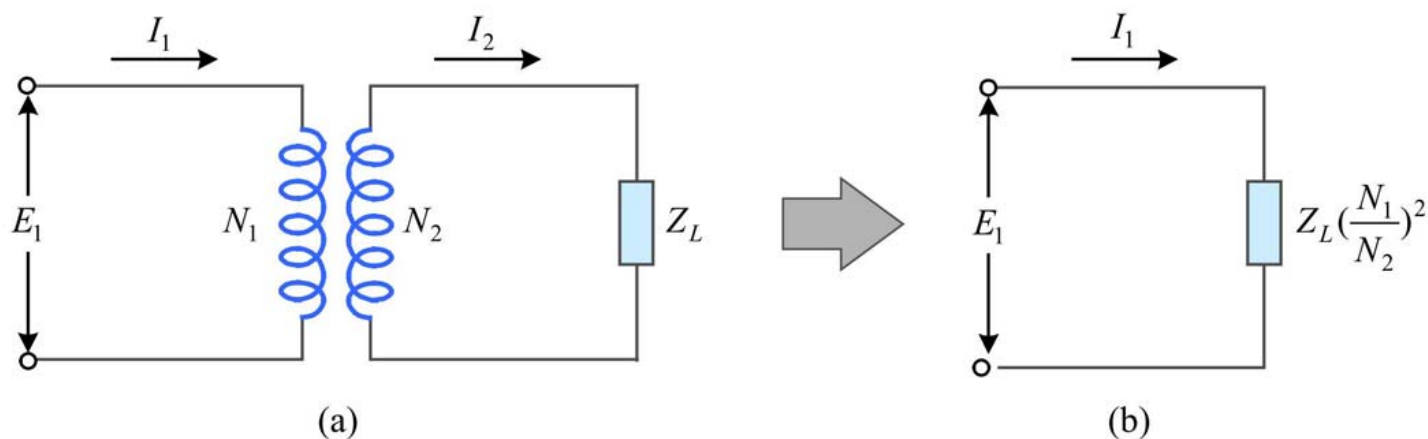


圖 2-4 理想變壓器二次側負載轉換至一次側等效負載

2-1 理想變壓器

例 2-1

一單相配電線路由配電線路到負載間使用 60 Hz, 10 kVA, 11 kV/220 V 降壓變壓器來降壓，如圖 2-5 所示，若變壓器為理想變壓器，試求：

- (1) 接於低壓側繞組的阻抗為多少可使變壓器達滿載運轉？
- (2) 此負載換算至高壓側為多少歐姆？

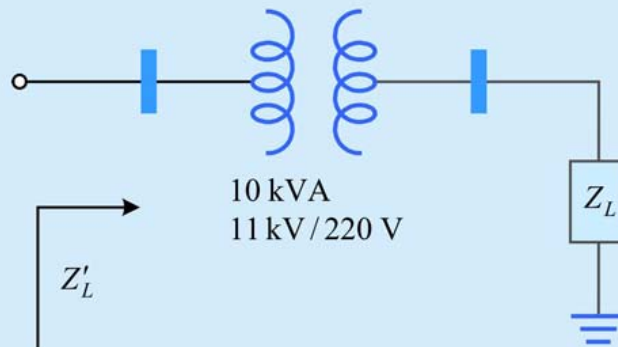


圖 2-5 例 2-1 之單線圖

2-1 理想變壓器

解 (1) $I_2 = \frac{S}{V_2} = \frac{10 \times 10^3}{220} = 45.45 \text{ A}$, $Z_L = \frac{220}{45.45} = 4.84 \Omega$

(2) $a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{11 \times 10^3}{220} = 50$

負載換算至高壓側的阻抗 Z'_L 為

$$Z'_L = a^2 Z_L = 50^2 \times 4.84 = 12.1 \text{ k}\Omega$$

Matlab

```
S=10E3;           %變壓器額定容量(額定電壓 × 額定電流)
V1=11E3;
V2=220;
a=V1/V2;         %變壓器匝數比

%(1)
I2=S/V2;        %二次側之額定電流
ZL=V2/I2;       %二次側之滿載阻抗值

%(2)
ZL_prime=a^2*ZL; %負載轉換至一次測知阻抗值
```

End

2-1 理想變壓器

例 2-2

有一單相電力系統如圖 2-6 所示，電力系統包括 440 V，60 Hz 發電機；1 : 10 升壓變壓器；阻抗為 $\tilde{\mathbf{Z}}_{\text{line}} = 0.18 + j0.24\Omega$ 輸電線；10 : 1 降壓變壓器及阻抗為 $\tilde{\mathbf{Z}}_L = 4 + j3\Omega$ 負載，試求：

- (1) 負載兩端電壓 $\tilde{\mathbf{V}}_L$ 。
- (2) 輸電線線路損失為多少？

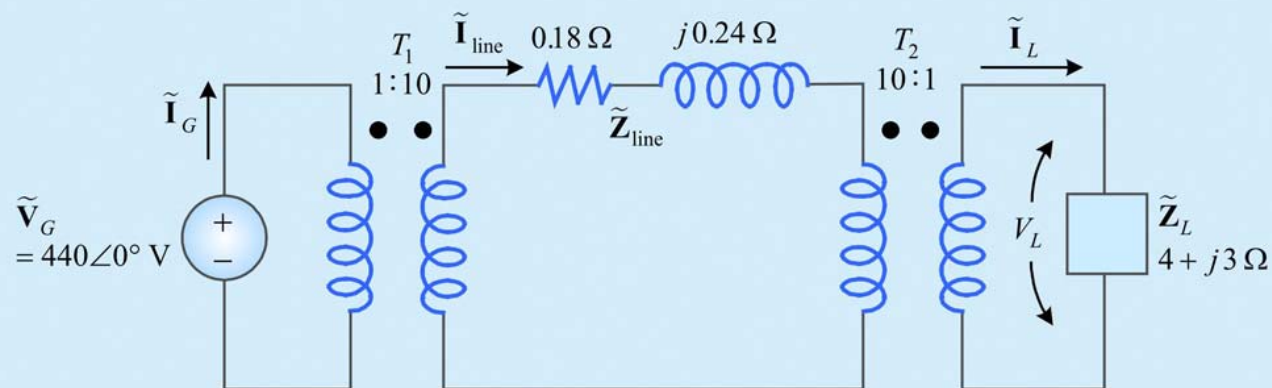


圖 2-6 例 2-2 之電力系統圖

2-1 理想變壓器

解 (1) 負載阻抗轉換至輸電線電壓準位的等效負載阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}'_L$

$$\tilde{\mathbf{Z}}'_L = a_2^2 \tilde{\mathbf{Z}}_L = \left(\frac{10}{1}\right)^2 (4 + j3) = 400 + j300 \Omega$$

輸電線準位的總阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}_l$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_l = \tilde{\mathbf{Z}}_{\text{line}} + \tilde{\mathbf{Z}}'_L = 400.18 + j300.24 = 500.3 \angle 36.88^\circ \Omega$$

等效電路如圖 2-7(a) 所示，再將輸電線準位總阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}_l$ 經由 T_1 變壓器轉換至發電機端等效阻抗 $\tilde{\mathbf{Z}}_{eq}$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{Z}}_{eq} &= a_1^2 \tilde{\mathbf{Z}}_l = \left(\frac{1}{10}\right)^2 (400.18 + j300.24) \\ &= 4.0018 + j3.0024 = 5.003 \angle 36.88^\circ \Omega \end{aligned}$$

完整等效電路如圖 2-7(b) 所示，其中

$$\tilde{\mathbf{Z}}'_{\text{line}} = 0.0018 + j0.0024 \Omega, \quad \tilde{\mathbf{Z}}''_L = 4 + j3 \Omega$$

2-1 理想變壓器

則發電機電流

$$\tilde{\mathbf{I}}_G = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_G}{\tilde{\mathbf{Z}}_{eq}} = \frac{440 \angle 0^\circ}{5.003 \angle 36.88^\circ} = 87.95 \angle -36.88^\circ \text{ A}$$

經由 T_1 、 T_2 變壓器可得負載電流 I_L

$$\begin{aligned} \therefore \tilde{\mathbf{I}}_L &= a_1 a_2 \tilde{\mathbf{I}}_G = \left(\frac{1}{10}\right) \left(\frac{10}{1}\right) (87.95 \angle -36.88^\circ) \\ &= 87.95 \angle -36.88^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

負載端電壓 $\tilde{\mathbf{V}}_L$

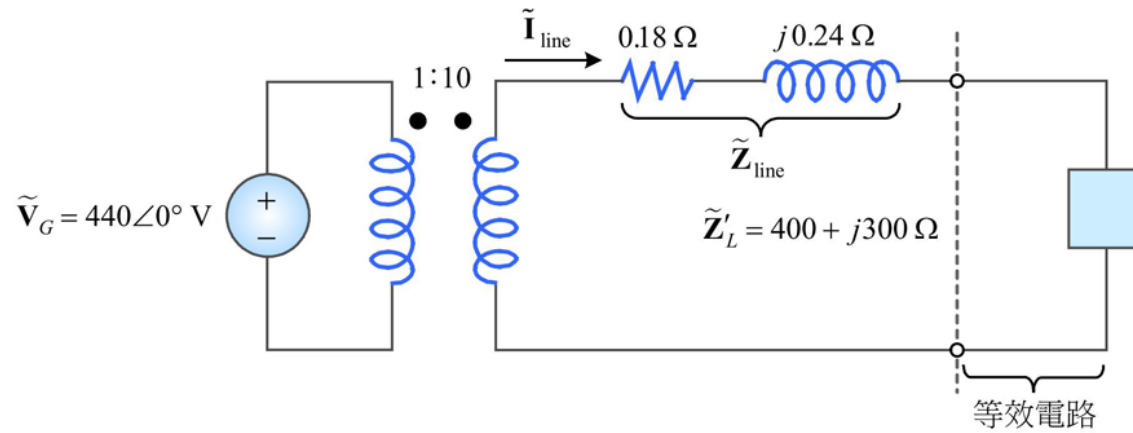
$$\tilde{\mathbf{V}}_L = \tilde{\mathbf{I}}_L \tilde{\mathbf{Z}}_L = (87.95 \angle -36.88^\circ) (5 \angle 36.88^\circ) = 440 \angle 0^\circ$$

(2) 經由 T_1 變壓器可得輸電線電流 $\tilde{\mathbf{I}}_{\text{line}}$

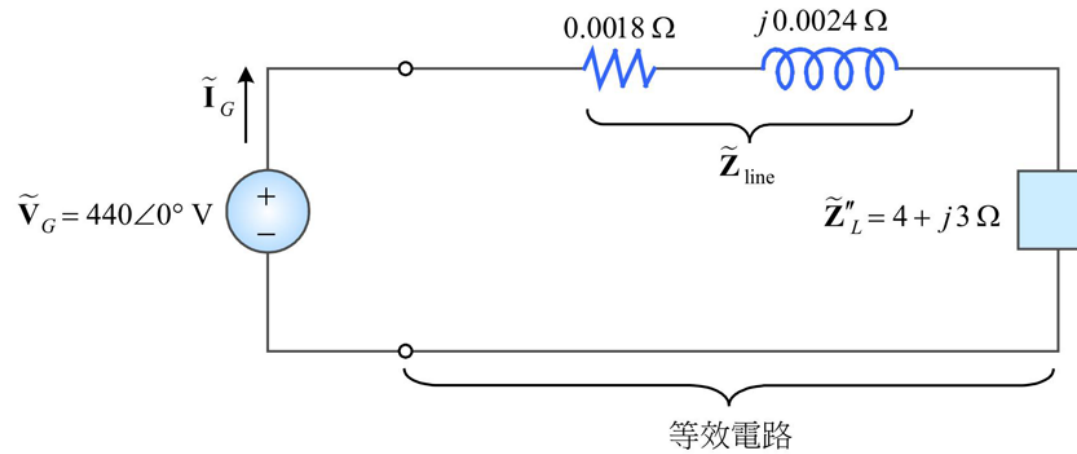
$$\tilde{\mathbf{I}}_{\text{line}} = a_1 \tilde{\mathbf{I}}_G = \left(\frac{1}{10}\right) (87.95 \angle -36.88^\circ) = 8.795 \angle -36.88^\circ \text{ A}$$

$$\therefore \text{線路損失 } P_{\text{loss}} = I_{\text{line}}^2 R_{\text{line}} = (8.795)^2 (0.18) = 13.92 \text{ W}$$

2-1 理想變壓器



(a) 負載端轉換到輸電系統等效電路



(b) 負載端及輸電線均轉換到發電機端等效電路

圖 2-7

2-1 理想變壓器

Matlab

```
VG=440;
Zline=0.18+j*0.24;
ZL=4+j*3;
a1=1/10;    %變壓器 T1 之匝數比
a2=10/1;    %變壓器 T2 之匝數比

%(1)
ZL_prime=a2^2*ZL;    % ZL_prime : 等效負載阻抗
Zl=Zline+ZL_prime;
Zeq=a1^2*Zl;
IG=VG/Zeq;
IL=a1*a2*IG;
VL=IL*ZL;    %負載端電壓

%(2)
Iline=a1*IG;
Rline=real(Zline);
Ploss=abs(Iline)^2*Rline;    %輸電線之線路損失
```

End

2-2 非理想變壓器

- ▶ 真實的變壓器並不滿足上節所述的三個理想條件：線圈無電能耗損、無磁能漏失以及理想鐵心。

一、實際的鐵心效應

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \quad (2-10)$$

$$jX_m = j\omega L \quad (2-11)$$

2-2 非理想變壓器

一、實際的鐵心效應 (續)

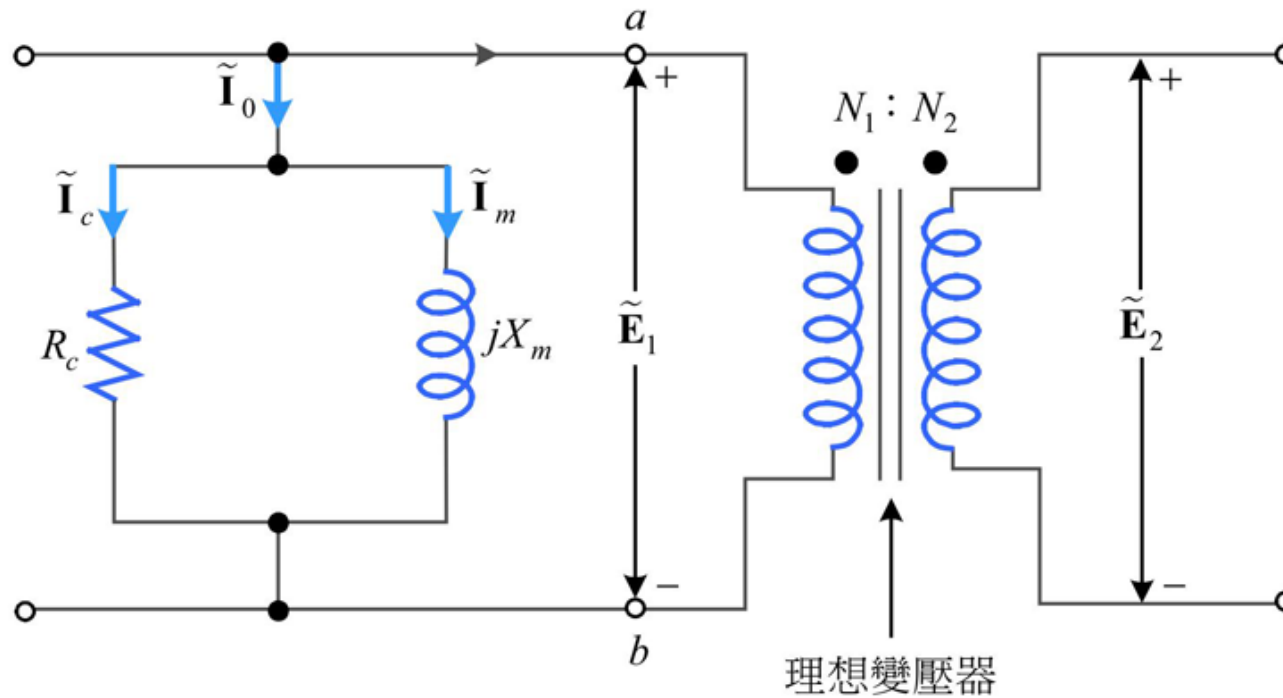


圖 2-8 非理想鐵心等效電路

2-2 非理想變壓器

一、實際的鐵心效應 (續)

- ▶ 激磁電流有兩個分量，分別為通過鐵心等效電阻 R_c 之電流 \tilde{I}_c ，稱之為鐵心損失電流 (core-loss current)，以及通過電抗 X_m 之電流 \tilde{I}_m ，稱之為稱為磁化電流 (magnetization current)。三者之數學關係為

$$\tilde{I}_0 = \tilde{I}_c + \tilde{I}_m \quad (2-12)$$

2-2 非理想變壓器

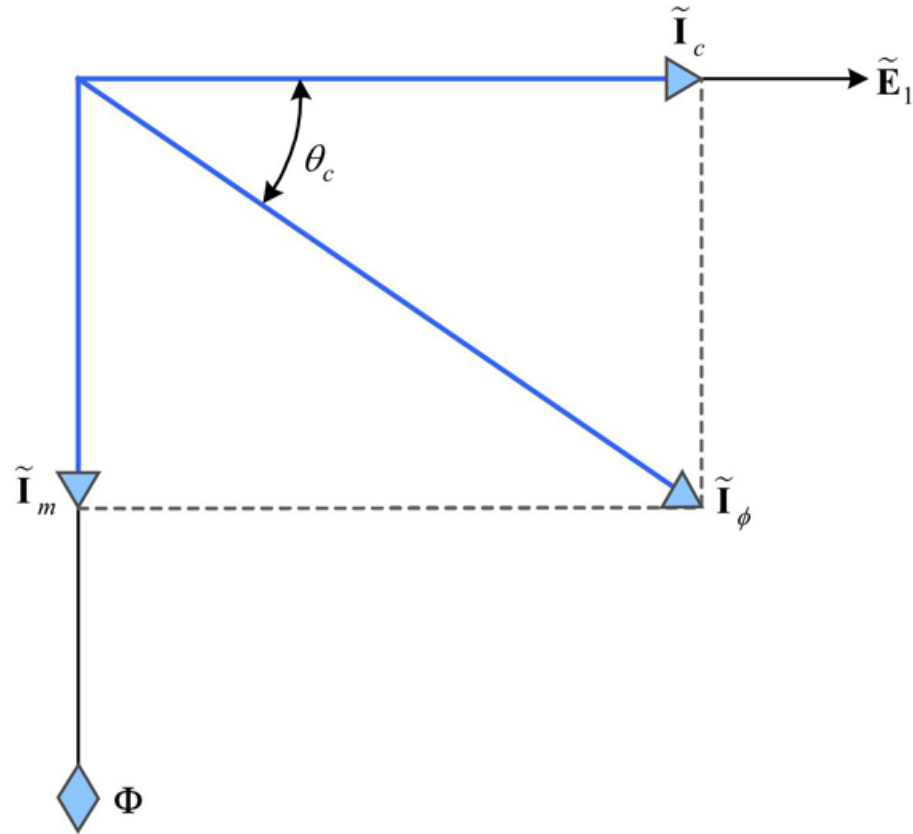


圖 2-9 激磁電流相量圖

2-2 非理想變壓器

二、實際的線圈繞組效應

- ▶ 接著考慮線圈的漏磁問題，如圖2-10所示，兩線圈電流除了在鐵心內產生主磁通 ϕ 以外，各自亦產生了溢漏於鐵心之外的磁通，這些鐵心之外的磁通並不參與磁能與電能的轉換，故稱之為漏磁 (leakage flux)，如圖2-10中的 ϕ_1 與 ϕ_2 所示。
- ▶ 每一條漏磁的路徑各別有其磁阻，且漏磁場也與各自的線圈互相交鍊，故我們可以使用電感來總結該線圈的整個漏磁效應，稱之為漏磁電抗 (leakage reactance)，分別為 X_{l1} 與 X_{l2} 。

2-2 非理想變壓器

二、實際的線圈繞組效應 (續)

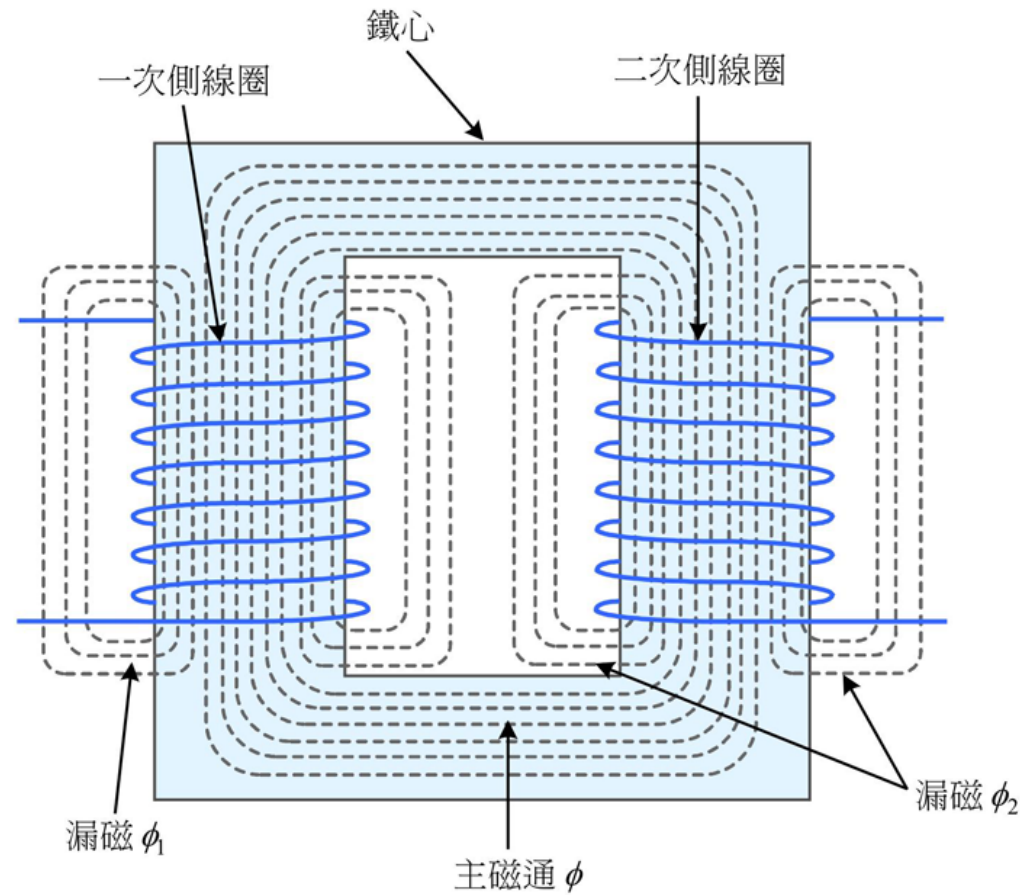


圖 2-10 變壓器的線圈漏磁現象

2-2 非理想變壓器

三、實際變壓器之等效電路

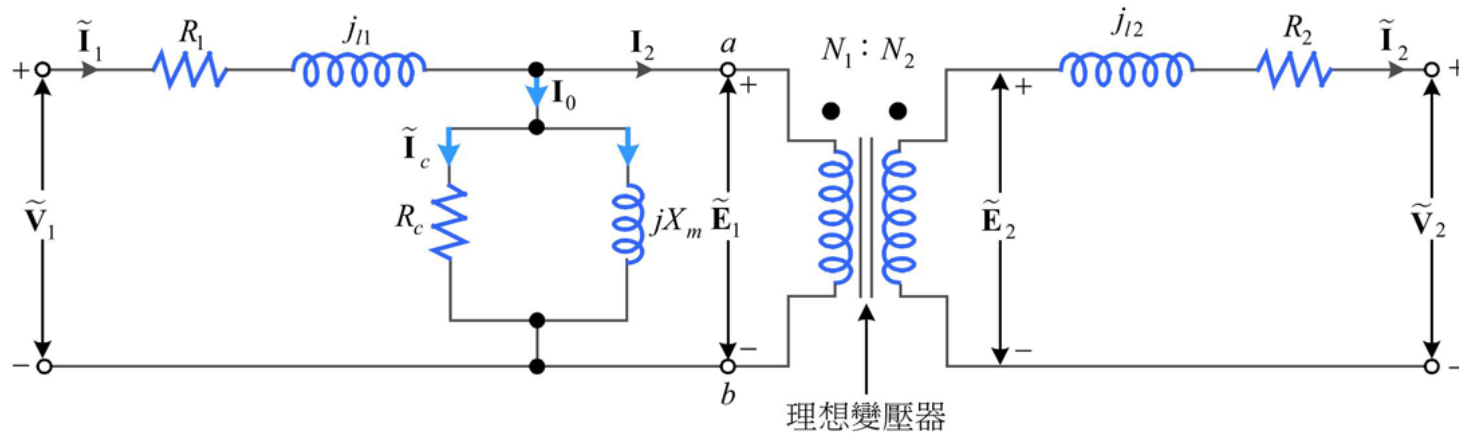


圖 2-11 實際變壓器之等效電路

- ▶ 此變壓器等效電路除原有的理想電壓比值符號 ($\tilde{E}_1:\tilde{E}_2=N_1:N_2$) 之外，另外又包含了六個電路元件，分別為兩側線圈之損耗電阻 R_1 與 R_2 、漏磁電抗 X_{l1} 與 X_{l2} 以及鐵心的能量損耗 R_c 與激磁效應 X_m 。

2-2 非理想變壓器

三、實際變壓器之等效電路(續)

- ▶ 如圖2-12為轉換至一次側的等效電路，稱為 T 型等效電路 (equivalent-T circuit)。

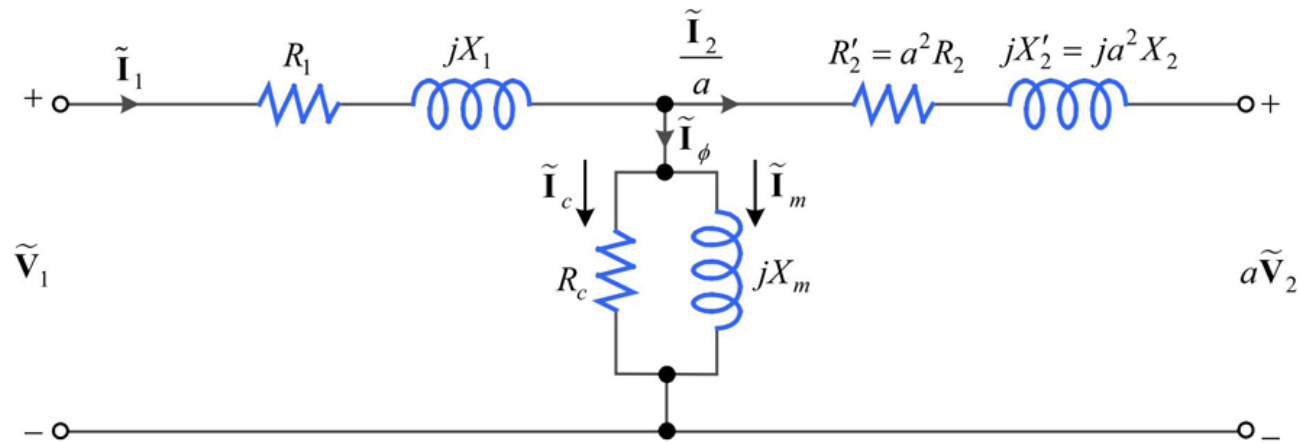


圖 2-12 轉換至一次側變壓器等效電路圖

2-2 非理想變壓器

三、實際變壓器之等效電路(續)

$$\tilde{\mathbf{I}}'_2 = \left(\frac{N_2}{N_1} \right) \tilde{\mathbf{I}}_2 = \frac{\tilde{\mathbf{I}}_2}{a} \quad (2-13)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \tilde{\mathbf{V}}_2 = a \tilde{\mathbf{V}}_2 \quad (2-14)$$

$$R'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2 = a^2 R_2 \quad (2-15)$$

$$X'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 X_2 = a^2 X_2 \quad (2-16)$$

2-2 非理想變壓器

四、變壓器近似等效電路

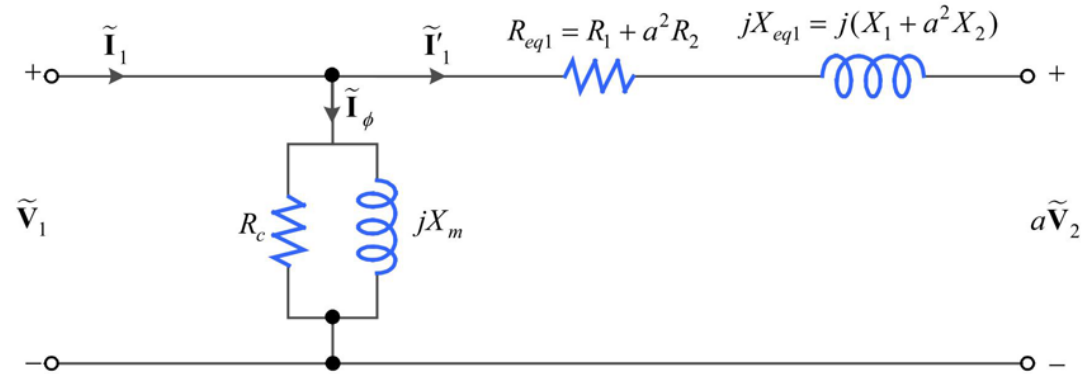


圖 2-13 轉換至一次側變壓器近似等效電路

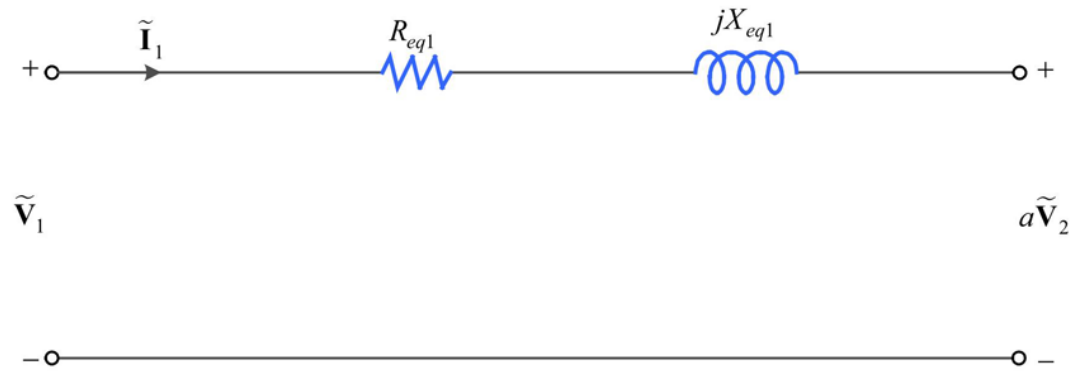


圖 2-14 轉換至一次側忽略激磁分路近似等效電路

2-2 非理想變壓器

四、變壓器近似等效電路(續)

- ▶ 其中 R_{eq1} 與 X_{eq1} 為將兩側線圈阻抗合併至一次側的總效應，得 $Z_{eq1} = R_{eq1} + jX_{eq1}$ ，我們稱阻抗 Z_{eq1} 為變壓器的串聯阻抗 (series impedance)

$$Z_{eq1} = R_{eq1} + jX_{eq1}$$

$$R_{eq1} = R_1 + a^2 R_2 \quad (2-17)$$

$$X_{eq1} = X_1 + a^2 X_2$$

2-2 非理想變壓器

例 2-3

一台變壓器 50 kVA，2400 V/240 V，60 Hz，其一、二次側繞組電阻及漏電抗為： $R_1 = 0.7 \Omega$ ， $X_1 = 0.9 \Omega$ ， $R_2 = 0.007 \Omega$ ， $X_2 = 0.009 \Omega$ 。在額定電壓及頻率時，自低壓側所測得的鐵心電阻 $R'_c = 333.3 \Omega$ ，電抗 $X'_m = 50 \Omega$ ，試求：

- (1) 將系統參數轉換至一次側的等效電路。
- (2) 將系統參數轉換至二次側的等效電路。

解

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{2400}{240} = 10$$

2-2 非理想變壓器

(1) 轉換至一次側等效電路時，一次側參數不變，僅二次側參數須加以換算。

$$\begin{aligned}\therefore R_2' &= a^2 R_2 = 10^2 \times 0.007 = 0.7 \Omega \\ X_2' &= a^2 X_2 = 10^2 \times 0.009 = 0.9 \Omega \\ R_c &= a^2 R_c' = 10^2 \times 333.3 = 3.33 \times 10^4 \Omega \\ X_m &= a^2 X_m' = 10^2 \times 50 = 5.0 \times 10^3 \Omega\end{aligned}$$

轉換至一次側等效電路如圖 2-15 所示。

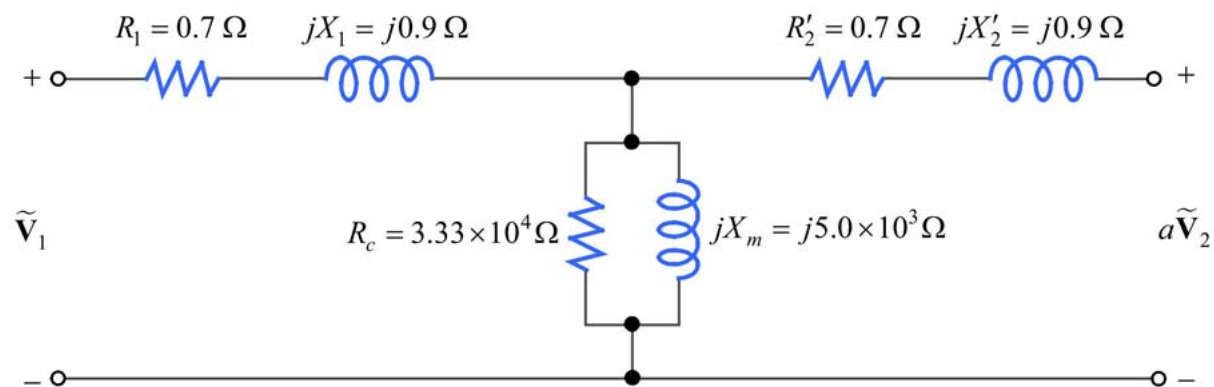


圖 2-15 轉換至一次側等效電路

2-2 非理想變壓器

(2) 轉換至二次側等效電路時，二次側參數不變，僅一次側參數須加以換算。

$$\begin{aligned}\therefore R_1' &= \frac{1}{a^2} R_1 = \frac{1}{10^2} \times 0.7 = 0.007 \Omega \\ X_1' &= \frac{1}{a^2} X_1 = \frac{1}{10^2} \times 0.9 = 0.009 \Omega\end{aligned}$$

轉換至二次側等效電路如圖 2-16 所示。

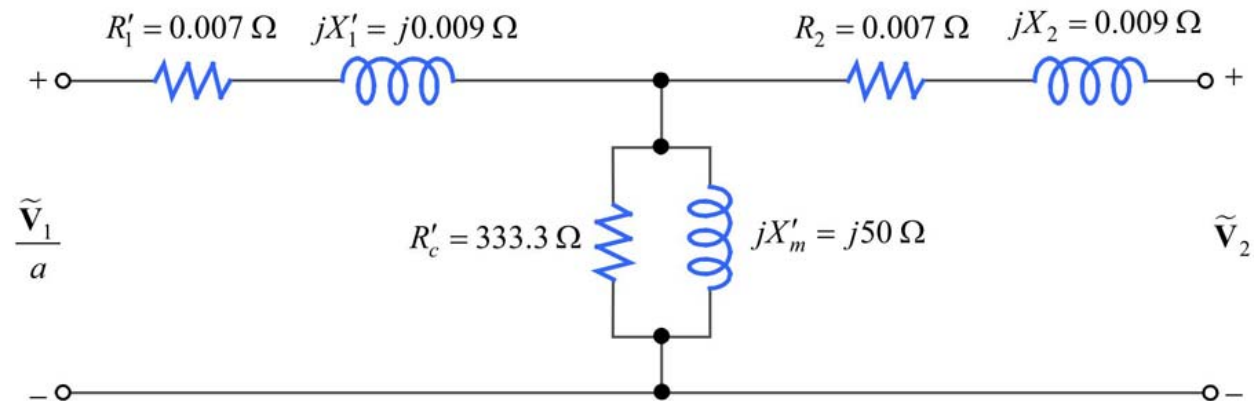


圖 2-16 轉換至二次側等效電路

End

2-3 參數試驗

- ▶ 無載試驗共包含兩項測試方案，分別為開路試驗 (open-circuit test) 與短路試驗 (short-circuit test)。

一、開路試驗

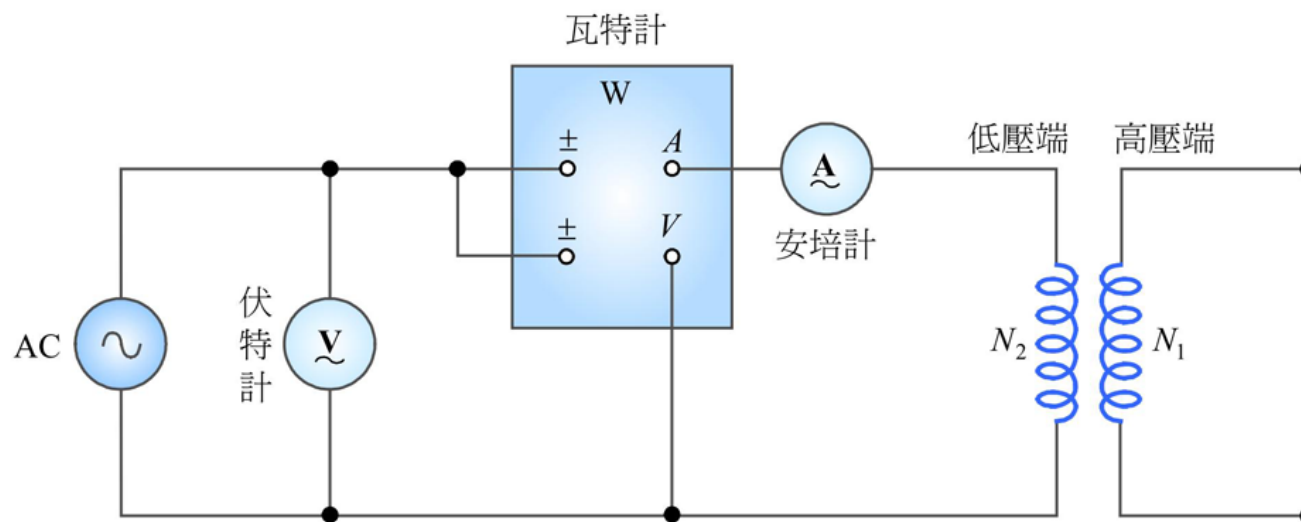


圖 2-17 變壓器開路試驗接線圖

2-3 參數試驗

一、開路試驗 (續)

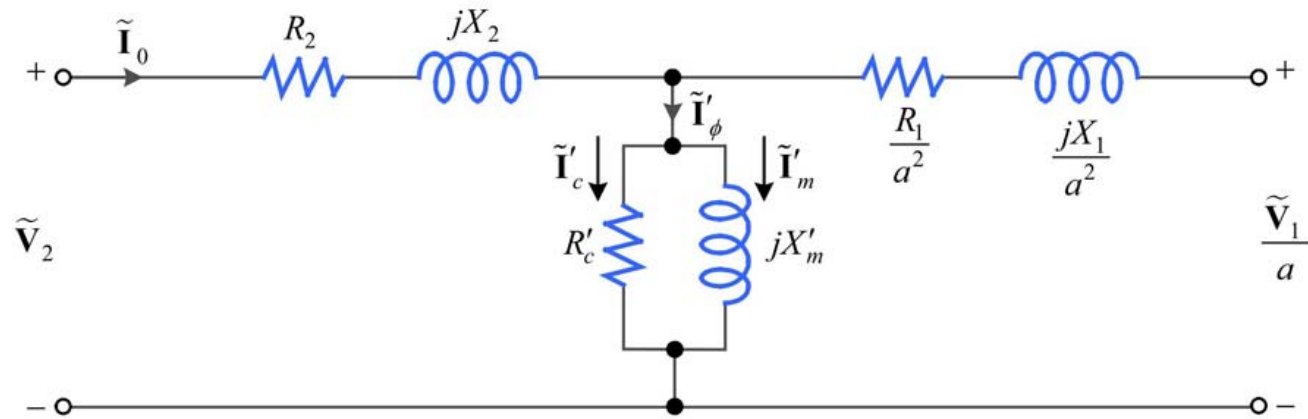


圖 2-18 變壓器開路試驗等效電路圖

2-3 參數試驗

一、開路試驗(續)

1. 激磁阻抗 $|Z_\phi| = \frac{V_0}{I_0}$ (2-18)

2. 激磁電阻 $R'_c = \frac{V_0^2}{P_0}$ (2-19)

3. 激磁電抗 $X'_m = \frac{1}{\sqrt{(1/|Z_\phi|)^2 - (1/R'_c)^2}}$ (2-20)

4. 無載功率因數 $\cos \theta_o = \frac{P_o}{V_o I_o}$ (2-21)

2-3 參數試驗

二、短路試驗

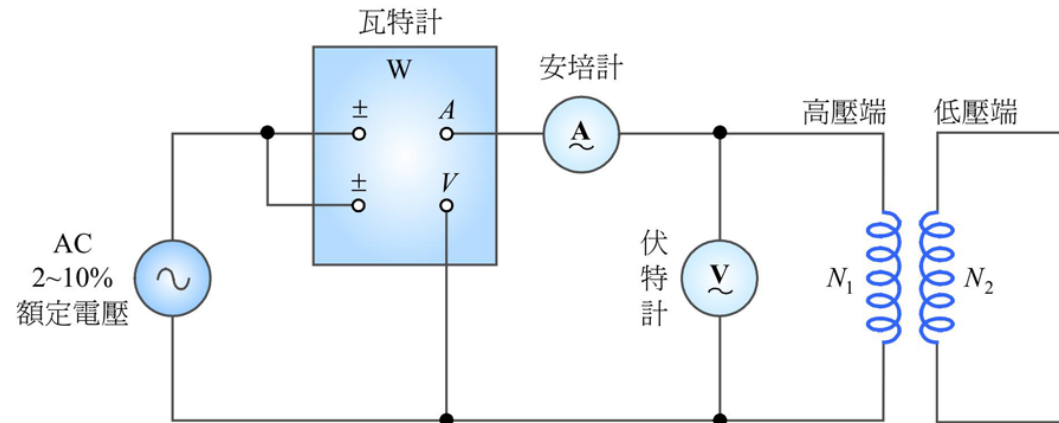


圖 2-19 變壓器短路試驗接線圖

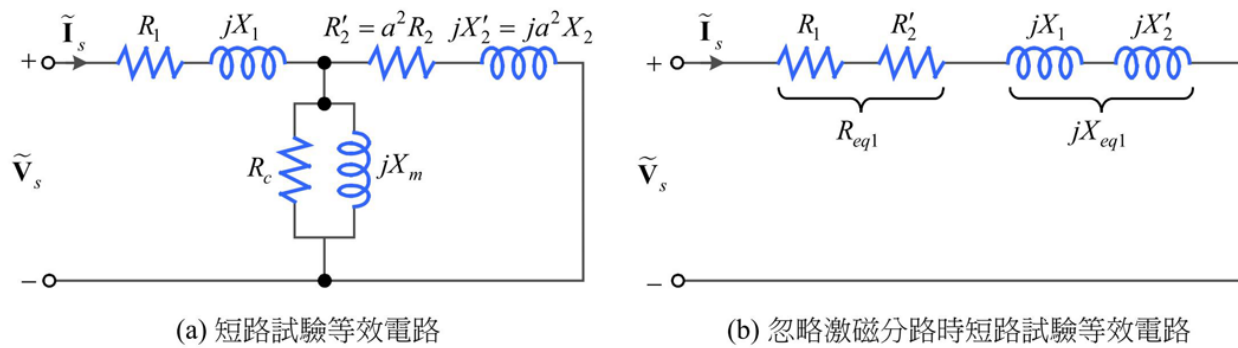


圖 2-20 變壓器短路試驗等效電路圖

2-3 參數試驗

二、短路試驗 (續)

1. 等值阻抗 $Z_{eq1} = \frac{V_s}{I_s} \Omega$ (2-22)

2. 等值電阻 $R_{eq1} = R_1 + a^2 R_2 = \frac{P_s}{I_s^2} \Omega$ (2-23)

3. 等值電抗 $X_{eq1} = X_1 + a^2 X_2 = \sqrt{Z_{eq1}^2 - R_{eq1}^2} \Omega$ (2-24)

2-3 參數試驗

例 2-4

一台 50 kVA，2200 V/220 V，60Hz 單相變壓器，在低壓側做開路試驗而在高壓側做短路試驗，所得相關數據如下：

開路試驗： $V_o = 220 \text{ V}$ ， $I_o = 5.5 \text{ A}$ ， $P_o = 180 \text{ W}$

短路試驗： $V_s = 68 \text{ V}$ ， $I_s = 22.7 \text{ A}$ ， $P_s = 620 \text{ W}$

設 $R_1 = R_2'$ ， $X_1 = X_2'$ ，試求：

- (1) 變壓器以低壓側為轉換側的等效電路。
- (2) 變壓器以高壓側為轉換側的等效電路。

2-3 參數試驗

解

$$\text{匝數比 } a = \frac{2200}{220} = 10$$

(1) 由開路試驗（低壓側）得

$$|Z_\phi| = \frac{V_o}{I_o} = \frac{220}{5.5} = 40 \Omega$$

$$R'_c = \frac{V_o^2}{P_o} = \frac{220^2}{180} = 268.89 \Omega$$

$$X'_m = \frac{1}{\sqrt{(1/|Z_\phi|)^2 - (1/R'_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(0.025)^2 - (3.72 \times 10^{-3})^2}} = 40.45 \Omega$$

2-3 參數試驗

(2) 由短路試驗 (高壓側) 得

$$Z_{eq1} = \frac{V_s}{I_s} = \frac{68}{22.7} = 3 \Omega$$

$$R_{eq1} = \frac{P_s}{I_s^2} = \frac{620}{22.7^2} = 1.2 \Omega$$

$$X_{eq1} = \sqrt{Z_{eq1}^2 - R_{eq1}^2} = \sqrt{3^2 - 1.2^2} = 2.75 \Omega$$

$$\therefore R_1 = R_2' = \frac{1}{2} R_{eq1} = \frac{1}{2} \times 1.2 = 0.6 \Omega$$

$$X_1 = X_2' = \frac{1}{2} X_{eq1} = \frac{1}{2} \times 2.75 = 1.375 \Omega$$

2-3 參數試驗

低壓側的等效電路如圖 2-21(a) 所示，電路等效參數值為

$$R_2 = R'_1 = \frac{1}{a^2} R_1 = \frac{1}{100} \times 0.6 = 6 \times 10^{-3} \Omega$$

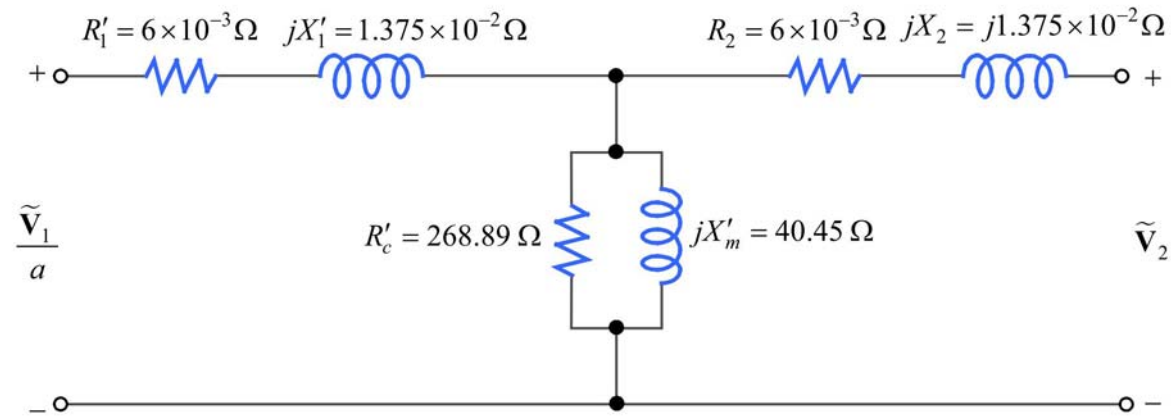
$$X_2 = X'_1 = \frac{1}{a^2} X_1 = \frac{1}{100} \times 1.375 = 1.375 \times 10^{-2} \Omega$$

高壓側的等效電路如圖 2-21(b) 所示，電路等效參數值為

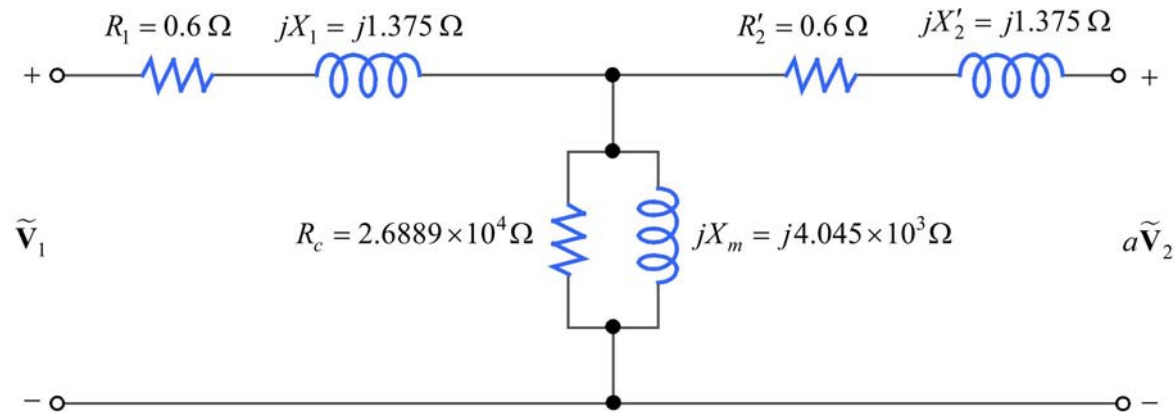
$$R'_c = a^2 R_c = 100 \times 268.89 = 26889 \Omega$$

$$X'_m = a^2 X_m = 100 \times 40.45 = 4045 \Omega$$

2-3 參數試驗



(a) 以低壓側為轉換側的等效電路



(b) 以高壓側為轉換側等效電路

圖 2-21 例 2-4 之等效電路圖

2-3 參數試驗

Matlab

```
V1=2200;  
V2=220;  
a=V1/V2;    %變壓器匝數比  
  
%開路試驗(二次側)  
Vo=220; %開路電壓  
Io=5.5; %開路電流  
Po=180; %開路消耗功率  
  
Z_phi=Vo/Io;  
Rc_prime=Vo^2/Po;  
Xm_prime=1/sqrt((1/Z_phi)^2-(1/Rc_prime)^2);  
  
%短路試驗數據(一次側)  
Vs=68; %短路電壓  
Is=22.7; %開路電流  
Ps=620; %開路消耗功率
```

2-3 參數試驗

```
Zeq1=Vs/Is;  
Req1=Ps/Is^2;  
Xeq1=sqrt(Zeq1^2-Req1^2);
```

```
% (1) 轉換至低壓側 (二次側)
```

```
R2=Req1/2/a^2;  
X2=Xeq1/2/a^2;  
R1_prime=R2;  
X1_prime=X2;
```

```
% (2) 轉換至高壓側 (一次側)
```

```
R1=Req1/2;  
R2_prime=Req1/2;  
X1=Xeq1/2;  
X2_prime=Xeq1/2;  
Rc=Rc_prime*a^2;  
Xm=Xm_prime*a^2;
```

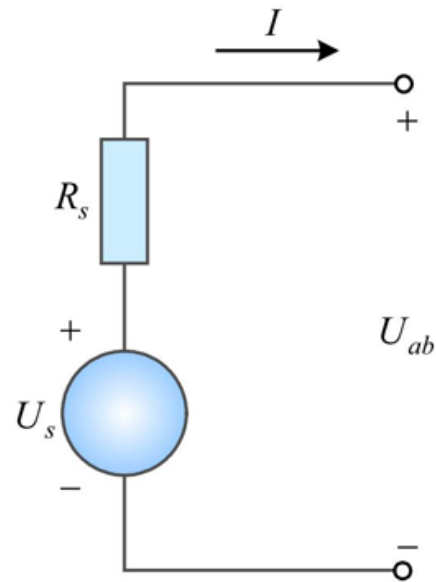
End

2-4 變壓器電路與性能分析

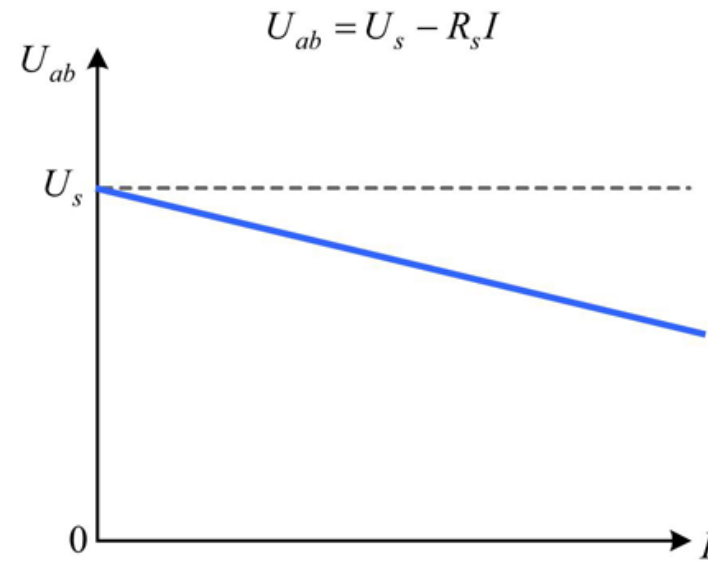
- ▶ 在辨識變壓器之等效電路中的各項參數之後，即可著手進行變壓器電路與性能分析，其中最重要的是電壓調整率 (voltage regulation) 與電能轉換效率 (efficiency) 等兩樣性能指標。

2-4 變壓器電路與性能分析

一、電壓調整率



電路模型



電壓源外特性

圖 2-22 含內阻 R_s 之電壓源外部特性

2-4 變壓器電路與性能分析

一、電壓調整率 (續)

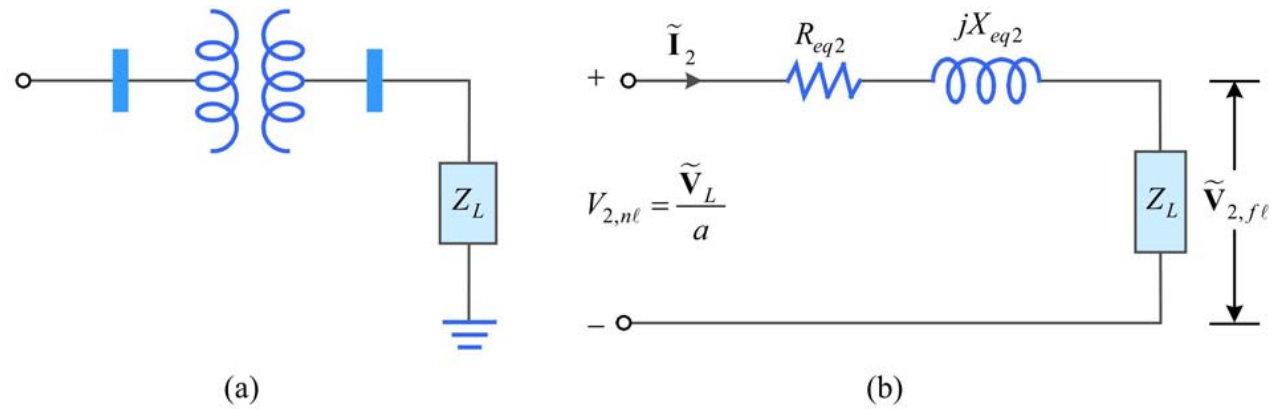


圖 2-23 變壓器連接負載電路

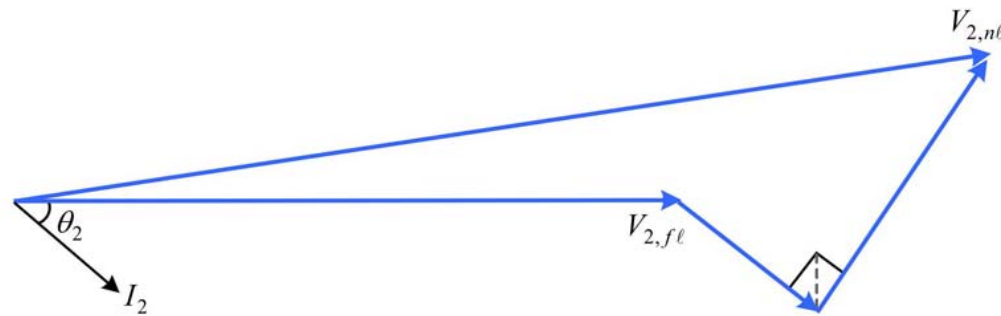


圖 2-24 變壓器連接負載相量圖

2-4 變壓器電路與性能分析

一、電壓調整率 (續)

$$\text{VR}(\%) = \frac{V_{2, nl} - V_{2, fl}}{V_{2, fl}} \times 100\% \quad (2-25)$$

$$\text{VR}(\%) = \frac{\frac{V_1}{a} - V_{2, fl}}{V_{2, fl}} \times 100\% = \frac{V_1 - aV_{2, fl}}{aV_{2, fl}} \times 100\% \quad (2-26)$$

2-4 變壓器電路與性能分析

例 2-5

一台 50 kVA，6.6 kV/220 V，60 Hz 單相變壓器，轉換至二次側等效電阻和電抗值 $R_{eq2} = 0.015 \Omega$ ， $X_{eq2} = 0.02 \Omega$ ，若不考慮磁化支路效應，且滿載時二次側負載端電壓 220 V，功率因數 0.8 滯後，試求：

- (1) 一次側端電壓為多少？
- (2) 百分電壓調整率為多少？

2-4 變壓器電路與性能分析

解 (1) $I_2 = \frac{50 \times 10^3}{220} = 227.27 \text{ A}$

$$\cos \theta = 0.8, \sin \theta = 0.6, \theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ$$

$$\begin{aligned} V_{2, nl} &= \sqrt{(V_{2, fl} \cos \theta + I_2 R_{eq2})^2 + (V_{2, fl} \sin \theta + I_2 X_{eq2})^2} \\ &= \sqrt{(220 \times 0.8 + 227.27 \times 0.015)^2 + (220 \times 0.6 + 227.27 \times 0.02)^2} \\ &= 225.46 \text{ V} \end{aligned}$$

$V_{2, nl}$ 亦可由下述方程式計算得

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{2, nl} &= \tilde{V}_{2, fl} + (R_{eq2} + jX_{eq2}) \tilde{I}_2 \\ &= 220 + (0.015 + j0.02) \times 227.27 \angle -36.87^\circ \\ &= 220 + 5.682 \angle 16.26^\circ = 225.46 \angle 0.4^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

一次側端電壓 V_1

$$V_1 = aV_{2, nl} = \frac{6600}{220} \times 225.46 = 6763.8 \text{ V}$$

$$(2) \text{ VR}(\%) = \frac{V_{2, nl} - V_{2, fl}}{V_{2, fl}} \times 100\% = \frac{225.46 - 220}{220} \times 100\% = 2.482\%$$

2-4 變壓器電路與性能分析

Matlab

```
VA=50E3;           %變壓器容量
a=6.6E3/220;       %變壓器匝數比
V2=220;           %二次側之額定電壓
I2=VA/V2;         %二次側之額定電流

Req2=0.015;
Xeq2=0.02;
Zeq2=Req2+j*Xeq2;

V2_f1=V2;         %二次側之滿載電壓
pf=0.8;          %負載功率因數
theta=acos(pf);
I2_f1=I2*exp(-j*theta);

V2_n1=V2_f1+I2_f1*Zeq2;

% (1)
V1=a*abs(V2_n1);  %一次側端電壓值

% (2)
VR=(abs(V2_n1)-V2_f1)/V2_f1;  %電壓調整率
```

End

2-4 變壓器電路與性能分析

例 2-6

試求前例中功率因數為 $\cos \theta = 1.0$ 與 $\cos \theta = 0.6$ 領前時的電壓調整率各為多少？

解 (1) $\cos \theta = 1.0$ 時

$$\begin{aligned} V_{2, nl} &= \sqrt{(V_{2, fl} + I_2 R_{eq2})^2 + (I_2 X_{eq2})^2} \\ &= \sqrt{(220 + 227.27 \times 0.015)^2 + (227.27 \times 0.02)^2} = 223.45 \text{ V} \\ \text{VR}(\%) &= \frac{V_{2, nl} - V_{2, fl}}{V_{2, fl}} \times 100\% = \frac{223.45 - 220}{220} \times 100\% = 1.568\% \end{aligned}$$

(2) $\cos \theta = 0.6$ 領前時， $\sin \theta = 0.8$

$$\begin{aligned} V_{2, nl} &= \sqrt{(V_{2, fl} \cos \theta + I_2 R_{eq2})^2 + (V_{2, fl} \sin \theta - I_2 X_{eq2})^2} \\ &= \sqrt{(220 \times 0.6 + 227.27 \times 0.015)^2 + (220 \times 0.8 - 227.27 \times 0.02)^2} \\ &= 218.48 \\ \text{VR}(\%) &= \frac{218.48 - 220}{220} \times 100\% = -0.69\% \end{aligned}$$

End

2-4 變壓器電路與性能分析

二、效 率

- ▶ 變壓器電能轉換效率 η 定義為輸出功率 P_{out} 與輸入功率 P_{in} 之比值，即

$$\eta(\%) = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \times 100\% = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{out}} + P_{\text{loss}}} \times 100\% \quad (2-27)$$

- ▶ 式中 $P_{\text{loss}} = \text{鐵損} + \text{銅損}$ 。

2-4 變壓器電路與性能分析

例 2-7

一台 50 kVA，2200 V/220 V，60 Hz 單相變壓器，做開路試驗及短路試驗結果如下：

開路試驗： $V_o = 220 \text{ V}$ ， $I_o = 4.8 \text{ A}$ ， $P_o = 390 \text{ W}$

短路試驗： $V_s = 92 \text{ V}$ ， $I_s = 22.73 \text{ A}$ ， $P_s = 800 \text{ W}$

- 試求：(1) 變壓器於滿載及半載，且 $\cos \theta = 1.0$ 時效率各為多少？
(2) 變壓器於滿載及 3/4 載，且 $\cos \theta = 0.8$ 滯後時效率各為多少？

2-4 變壓器電路與性能分析

解 (1) 運轉於滿載且 $\cos \theta = 1.0$ 時效率為

$$\begin{aligned}\eta(\%) &= \frac{S_2 \cos \theta_2}{S_2 \cos \theta_2 + P_{ir} + P_c} \times 100\% \\ &= \frac{50 \times 10^3 \times 1}{50 \times 10^3 \times 1 + 390 + 800} \times 100\% \\ &= 97.67\%\end{aligned}$$

運轉於半載且 $\cos \theta = 1.0$ 時效率為

$$\therefore \text{半載銅損} = \left(\frac{I_2}{2}\right)^2 R_{eq2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 I_2^2 R_{eq2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \eta(\%) &= \frac{\frac{1}{2} S_2 \cos \theta_2}{\frac{1}{2} S_2 \cos \theta_2 + P_{ir} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 P_c} \times 100\% \\ &= \frac{\frac{1}{2} \times 50 \times 10^3 \times 1}{\frac{1}{2} \times 50 \times 10^3 \times 1 + 390 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 800} \times 100\% \\ &= 97.69\%\end{aligned}$$

2-4 變壓器電路與性能分析

(2) 運轉於滿載且 $\cos \theta = 0.8$ 時效率為

$$\begin{aligned}\eta(\%) &= \frac{S_2 \cos \theta_2}{S_2 \cos \theta_2 + P_{ir} + P_c} \times 100\% \\ &= \frac{50 \times 10^3 \times 0.8}{50 \times 10^3 \times 0.8 + 390 + 800} \times 100\% = 97.11\%\end{aligned}$$

運轉於 3/4 載且 PF = 0.8 時效率為

$$\begin{aligned}\eta(\%) &= \frac{\frac{3}{4} S_2 \cos \theta_2}{\frac{3}{4} S_2 \cos \theta_2 + P_{ir} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 P_c} \times 100\% \\ &= \frac{\frac{3}{4} \times 50 \times 10^3 \times 0.8}{\frac{3}{4} \times 50 \times 10^3 \times 0.8 + 390 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times 800} \times 100\% = 97.3\%\end{aligned}$$

2-4 變壓器電路與性能分析

Matlab

```
S=50E3;      %變壓器額定容量
Pir=390;     %鐵損
Pc=800;     %滿載銅損

% (1) 滿載, 功率因數=1.0
pf1=1.0;
Pout=S*pf1;  %輸出功率
Pin=Pout+Pir+Pc; %輸入功率
eta1_1=Pout/Pin;

% (1) 半載, 功率因數=1.0
Pout=0.5*S*pf1; %半載輸出功率
Pin=Pout+Pir+Pc*0.5^2; %半載輸入功率
eta1_2=Pout/Pin;

% (2) 滿載, 功率因數=0.8
pf2=0.8;
Pout=S*pf2;  %輸出功率
Pin=Pout+Pir+Pc; %輸入功率
eta2_1=Pout/Pin;

% (2) 3/4 載, 功率因數=0.8
Pout=0.75*S*pf2; %3/4 載輸出功率
Pin=Pout+Pir+Pc*0.75^2; %3/4 載輸入功率
eta2_2=Pout/Pin;
```

End

2-4 變壓器電路與性能分析

例 2-8

變壓器額定容量 50 kVA，電壓 6.6 kV/220 V，鐵損 1 kW，滿載銅損 1.5 kW，若此變壓器運轉於滿載且 $\cos \theta = 1.0$ ，8 小時；運轉於半載且 $\cos \theta = 0.8$ 滯後，10 小時；其他時間為 1/5 載且 $\cos \theta = 0.6$ 滯後，試求變壓器全日效率為多少？

解 全日總輸出電能

$$W_{\text{out}} = 50 \times 1.0 \times 8 + \frac{1}{2} \times 50 \times 0.8 \times 10 + \frac{1}{5} \times 50 \times 0.6 \times 6 = 636 \text{ kWh/day}$$

全日總損失電能

$$W_{\text{loss}} = 1 \times 24 + 1.5 \times 8 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 1.5 \times 10 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 \times 1.5 \times 6 = 40.11 \text{ kWh/day}$$

$$\begin{aligned} \therefore \eta_d(\%) &= \frac{\text{全日總輸出電能}}{\text{全日總輸出電能} + \text{全日總損失電能}} \times 100\% \\ &= \frac{636}{636 + 40.11} \times 100\% = 94.07\% \end{aligned}$$

End

2-5 自藕變壓器

- ▶ 將雙繞組變壓器之一、二次側繞組串聯成一個繞組，作為電力輸入或輸出之用，這種接法的變壓器稱為自藕變壓器 (auto-transformer)。

2-5 自藕變壓器

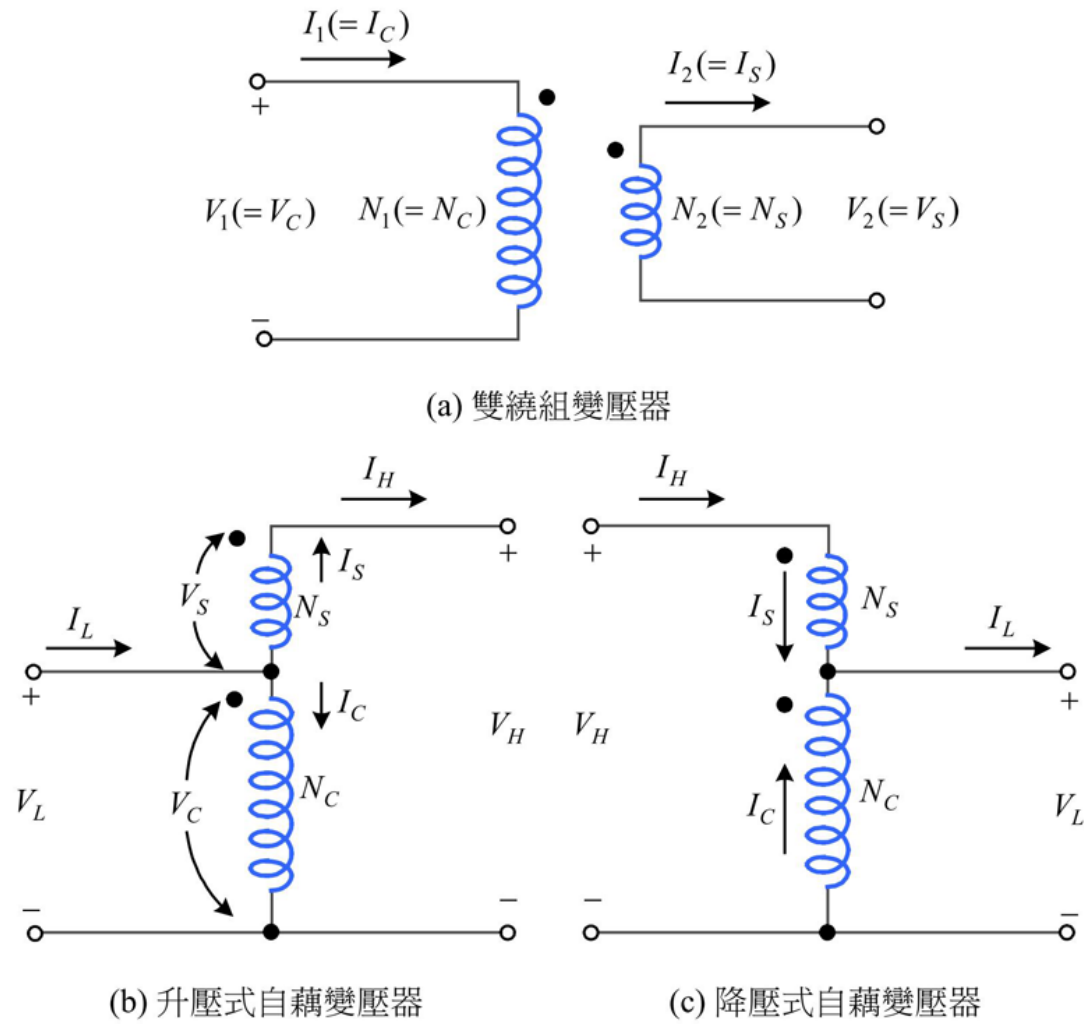


圖 2-25 自藕變壓器接線方式

2-5 自藕變壓器

$$\frac{V_C}{V_S} = \frac{N_C}{N_S} \quad (2-28)$$

$$N_C I_C = N_S I_S \quad (2-29)$$

$$V_L = V_C \quad , \quad V_H = V_C + V_S \quad (2-30)$$

$$I_L = I_C + I_S \quad (2-31)$$

$$I_H = I_S \quad (2-32)$$

2-5 自藕變壓器

一、自藕變壓器高壓端與低壓端電壓和電流關係

$$V_H = V_C + V_S \quad (2-33)$$

$$V_H = V_C + \frac{N_S}{N_C} V_C = \left(1 + \frac{N_S}{N_C}\right) V_L \quad (2-34)$$

$$I_L = I_C + I_S \quad (2-35)$$

$$I_L = \left(\frac{N_S}{N_C}\right) I_S + I_S = \left(1 + \frac{N_S}{N_C}\right) I_H \quad (2-36)$$

2-5 自藕變壓器

二、自藕變壓器的額定視在功率

$$S_{\text{in}} = V_L I_L \quad (2-37)$$

$$S_{\text{out}} = V_H I_H \quad (2-38)$$

$$S_W = V_C I_C = V_S I_S \quad (2-39)$$

$$S_{AT} = V_H I_H = (V_C + V_S) I_S = \left(\frac{N_C}{N_S} + 1 \right) V_S I_S$$

$$S_{AT} = V_L I_L = V_C (I_C + I_S) = \left(1 + \frac{N_C}{N_S} \right) V_C I_C \quad (2-40)$$

$$\frac{S_{AT}}{S_W} = \frac{N_S + N_C}{N_S} = 1 + \frac{N_C}{N_S} = 1 + a \quad (2-41)$$

2-5 自藕變壓器

二、自藕變壓器的額定視在功率(續)

- ▶ 所以自藕變壓器能輸出較原來的雙繞組變壓器更大的功率，其優點有
 1. 在相同損失下輸出容量較大，故效率較高。
 2. 在相同傳輸容量下可節省鐵心與繞組材料之使用量，能降低設備成本。
 3. 漏磁電抗較小，其壓降亦小，因此電壓調整率小。

2-5 自藕變壓器

二、自藕變壓器的額定視在功率(續)

- ▶ 在結構上，自藕變壓器之輸入端與輸出端繞組間並沒有隔離，且有一部分繞組為共用，因此其缺點有：
 1. 高、低壓繞組不分開，因此低壓繞組和高壓繞組須有相同的絕緣等級。
 2. 電壓比低，常使用的範圍在 $1.05:1$ 至 $1.25:1$ 之間。
 3. 漏電抗較雙繞組變壓器小，致發生短路故障時短路故障電流較雙繞組變壓器大。

2-5 自藕變壓器

例 2-9

一台 2200 V/220 V，10 kVA 單相變壓器，若其低壓側與高壓側有相同絕緣等級，現接成一降壓式自藕變壓器，試求：

- (1) 低壓側與高壓側電壓各為多少？
- (2) 自藕變壓器的容量為多少？
- (3) 若單相變壓器鐵損和銅損和為 500 W，負載功率因數為 0.8 滯後，則自藕變壓器滿載時的效率為若干？

解 (1) 低壓側電壓 $V_L = V_C = 2200$ V

高壓側電壓 $V_H = V_C + V_S = 2200 + 220 = 2420$ V

(2) 自藕變壓器容量

$$S_{AT} = S_W \left(\frac{N_S + N_C}{N_S} \right) = 10 \left(\frac{220 + 2200}{220} \right) = 110 \text{ kVA}$$

(3) 效率

$$\eta_{AT}(\%) = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{loss}} \times 100\% = \frac{110 \times 0.8}{110 \times 0.8 + 0.5} \times 100\% = 99.44\%$$

End

2-6 三相變壓器

一、三相電源

- ▶ 現今電力系統 (electric power system) 是由具有三個繞組的三相發電機產生三相交流電源 (three-phase alternating current) 作為供電端。

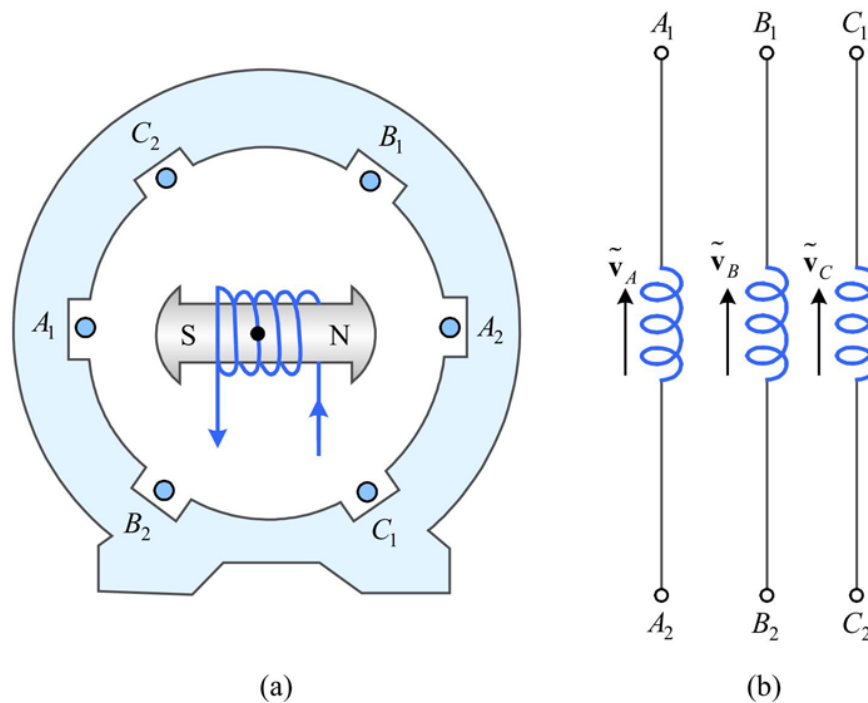


圖 2-26 三相發電機產生三相交流電源

2-6 三相變壓器

一、三相電源(續)

$$\begin{aligned}v_A &= V_m \cos \omega_e t \\v_B &= V_m \cos(\omega_e t - 120^\circ) \\v_C &= V_m \cos(\omega_e t + 120^\circ)\end{aligned}\tag{2-42}$$

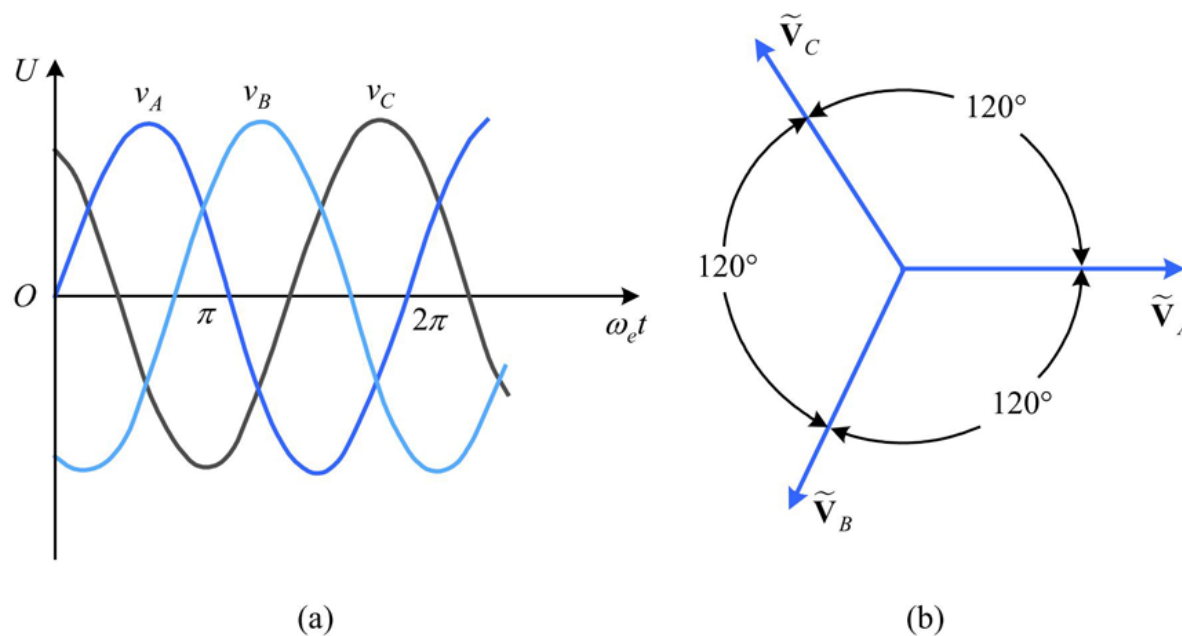


圖 2-27 三相電壓源之時間波形與相量圖

2-6 三相變壓器

一、三相電源(續)

- ▶ 此三相電壓源 e_A, e_B, e_C 彼此間的標準連接方式有星型(或稱 Y 連接)與三角形(Δ 連接)兩種。

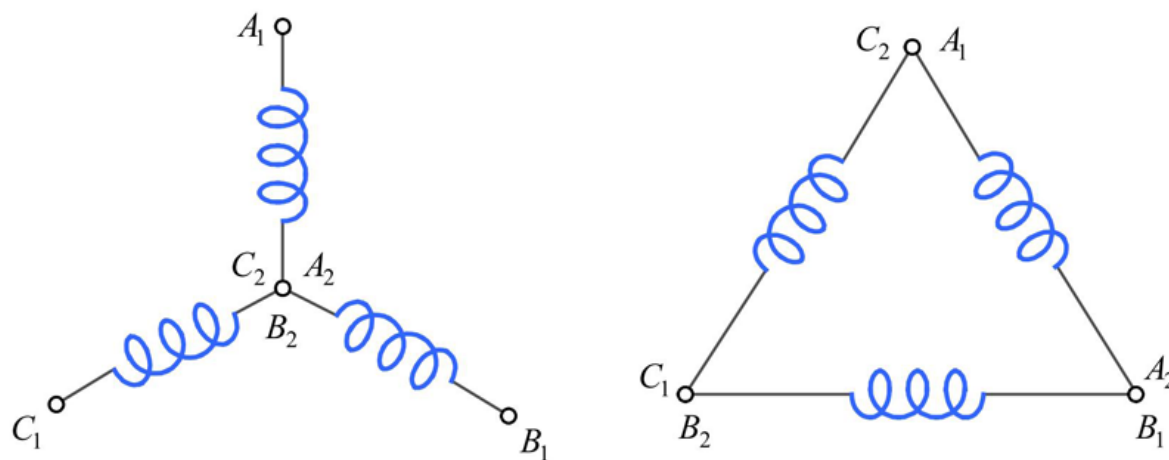


圖 2-28 三相電壓源內部之 Y 連接與 Δ 連接

2-6 三相變壓器

一、三相電源(續)

- ▶ 我們稱 $\tilde{V}_A, \tilde{V}_B, \tilde{V}_C$ 本身為相電壓 (phase voltage, v_{ph})，且稱此三相電對外供電的任兩端之電壓為線電壓 (line voltage, v_{line})。就 Δ 連接而言，線電壓大小等於相電壓，但對 Y 連接而言，線電壓大小將不等於相電壓，以 Y 連接中的線電壓 \tilde{V}_{AB} 為例，於相電壓，如圖2-29之 Y 連接三相電源，其線電壓 \tilde{V}_{AB} 為

$$\tilde{V}_{AB} = \tilde{V}_{AN} - \tilde{V}_{BN} = \tilde{V}_{AN} + \tilde{V}_{NB} = \sqrt{3} \angle 30^\circ \times \tilde{V}_{AN} \quad (2-43)$$

$$v_{line} = \sqrt{3} \times v_{ph} \quad (2-44)$$

2-6 三相變壓器

一、三相電源(續)

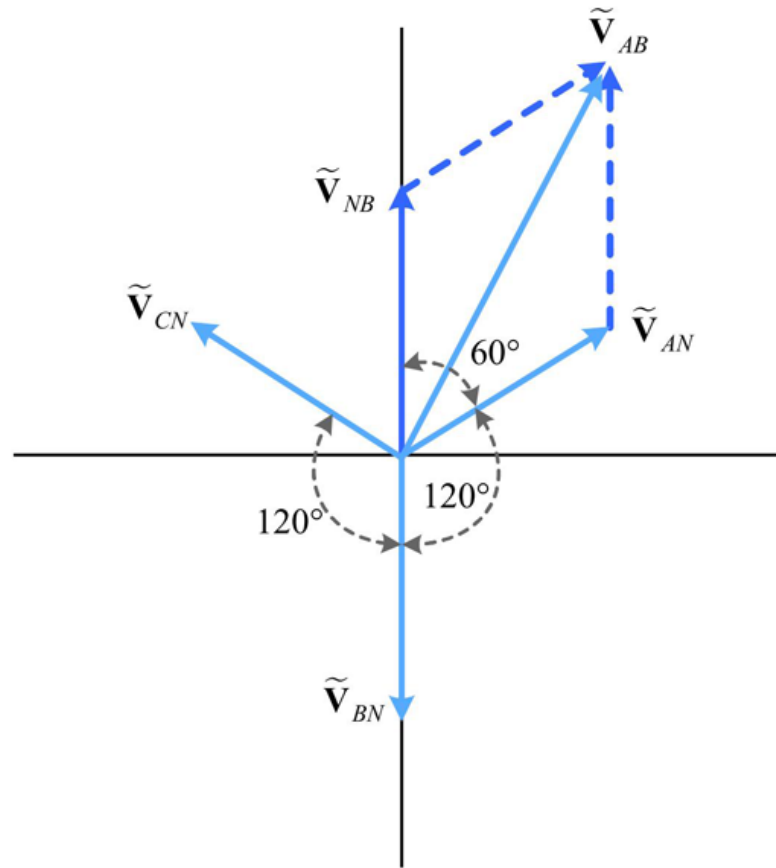


圖 2-29 Y 連接三相電壓源之線電壓與相電壓

2-6 三相變壓器

一、三相電源(續)

- ▶ 同理，就電流來看，三相 Y 連接的線電流大小等於相電流，而 Δ 連接的線電流大小等於相電流大小的 $\sqrt{3}$ 倍。總結以上三相 Y 連接與 Δ 連接之電壓與電流關係

Y 連接：線電壓 = $\sqrt{3}$ × 相電壓、線電流 = 相電流

Δ 連接：線電壓 = 相電壓、線電流 = $\sqrt{3}$ × 相電流

2-6 三相變壓器

二、三相變壓器

1. Y - Y接法

$$(1) \quad \frac{V_{\ell 1}}{V_{\ell 2}} = \frac{\sqrt{3}V_{p1}}{\sqrt{3}V_{p2}} = a \quad (2-45)$$

$$(2) \quad \frac{I_{\ell 1}}{I_{\ell 2}} = \frac{I_{p1}}{I_{p2}} = \frac{1}{a} \quad (2-46)$$

2-6 三相變壓器

二、三相變壓器 (續)

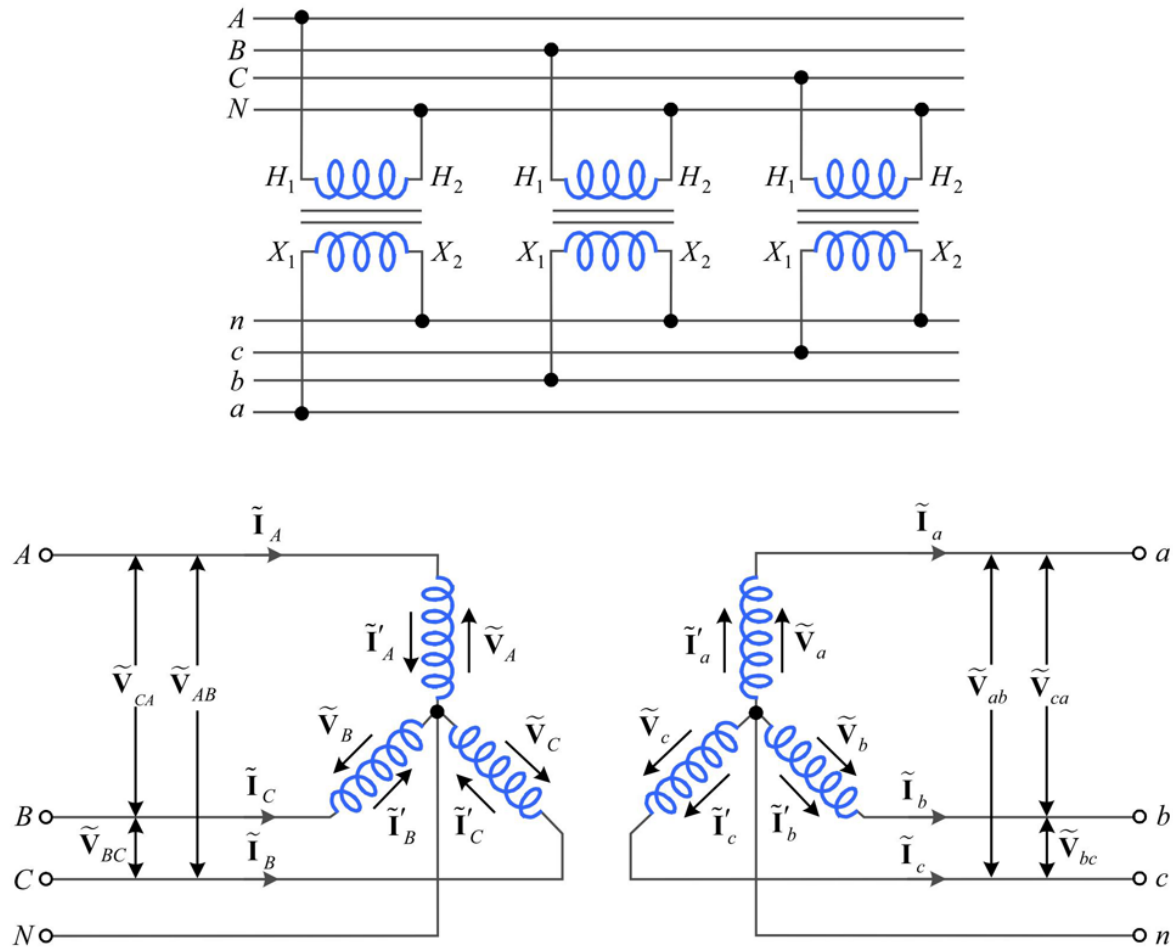


圖 2-30 三相變壓器的 Y-Y 連接法

2-6 三相變壓器

二、三相變壓器 (續)

2. Y- Δ 接法

$$(1) \quad \frac{V_{\ell 1}}{V_{\ell 2}} = \frac{\sqrt{3}V_{p1}}{V_{p2}} = \sqrt{3}a \quad (2-47)$$

$$(2) \quad \frac{I_{\ell 1}}{I_{\ell 2}} = \frac{I_{p1}}{\sqrt{3}I_{p2}} = \frac{1}{\sqrt{3}a} \quad (2-48)$$

2-6 三相變壓器

二、三相變壓器 (續)

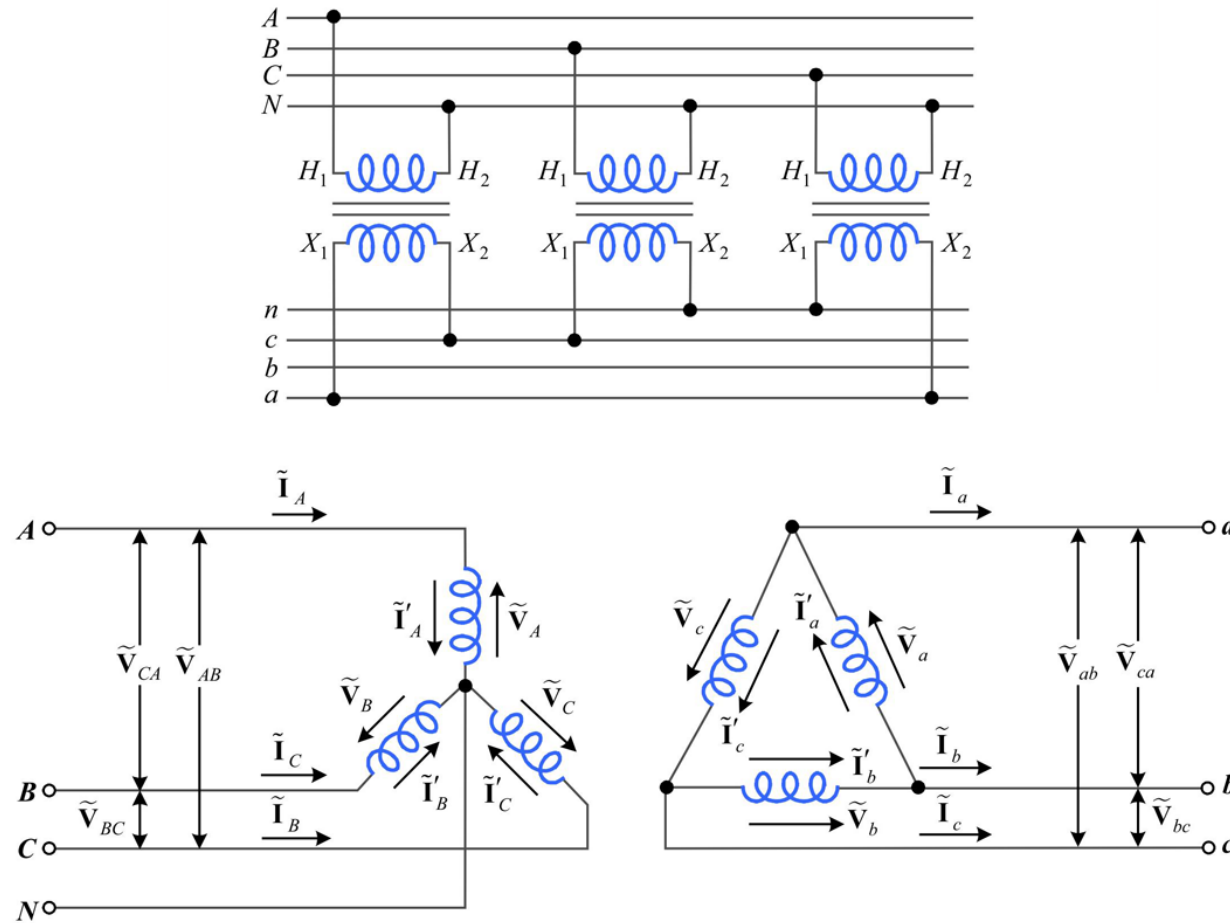


圖 2-31 三相變壓器的 Y-Δ 連接法

2-6 三相變壓器

二、三相變壓器 (續)

3. Δ -Y接法

$$(1) \quad \frac{V_{l1}}{V_{l2}} = \frac{V_{p1}}{\sqrt{3}V_{p2}} = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (2-49)$$

$$(2) \quad \frac{I_{l1}}{I_{l2}} = \frac{\sqrt{3}I_{p1}}{I_{p2}} = \frac{\sqrt{3}}{a} \quad (2-50)$$

2-6 三相變壓器

二、三相變壓器 (續)

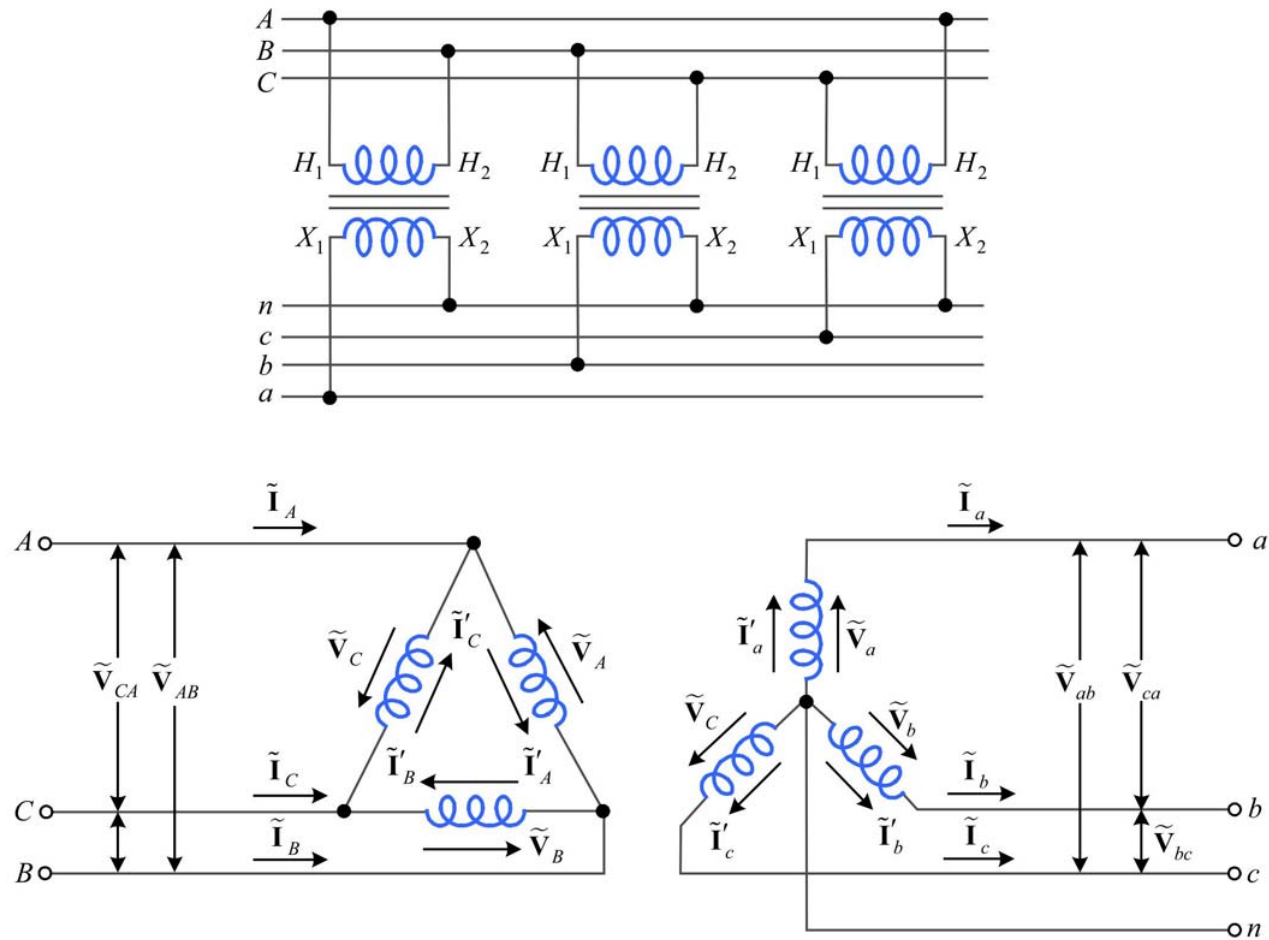


圖 2-32 三相變壓器的 Δ-Y 連接法

2-6 三相變壓器

二、三相變壓器 (續)

4. Δ - Δ 接法

$$(1) \quad \frac{V_{\ell 1}}{V_{\ell 2}} = \frac{V_{p1}}{V_{p2}} = a \quad (2-51)$$

$$(2) \quad \frac{I_{\ell 1}}{I_{\ell 2}} = \frac{\sqrt{3}I_{p1}}{\sqrt{3}I_{p2}} = \frac{1}{a} \quad (2-52)$$

2-6 三相變壓器

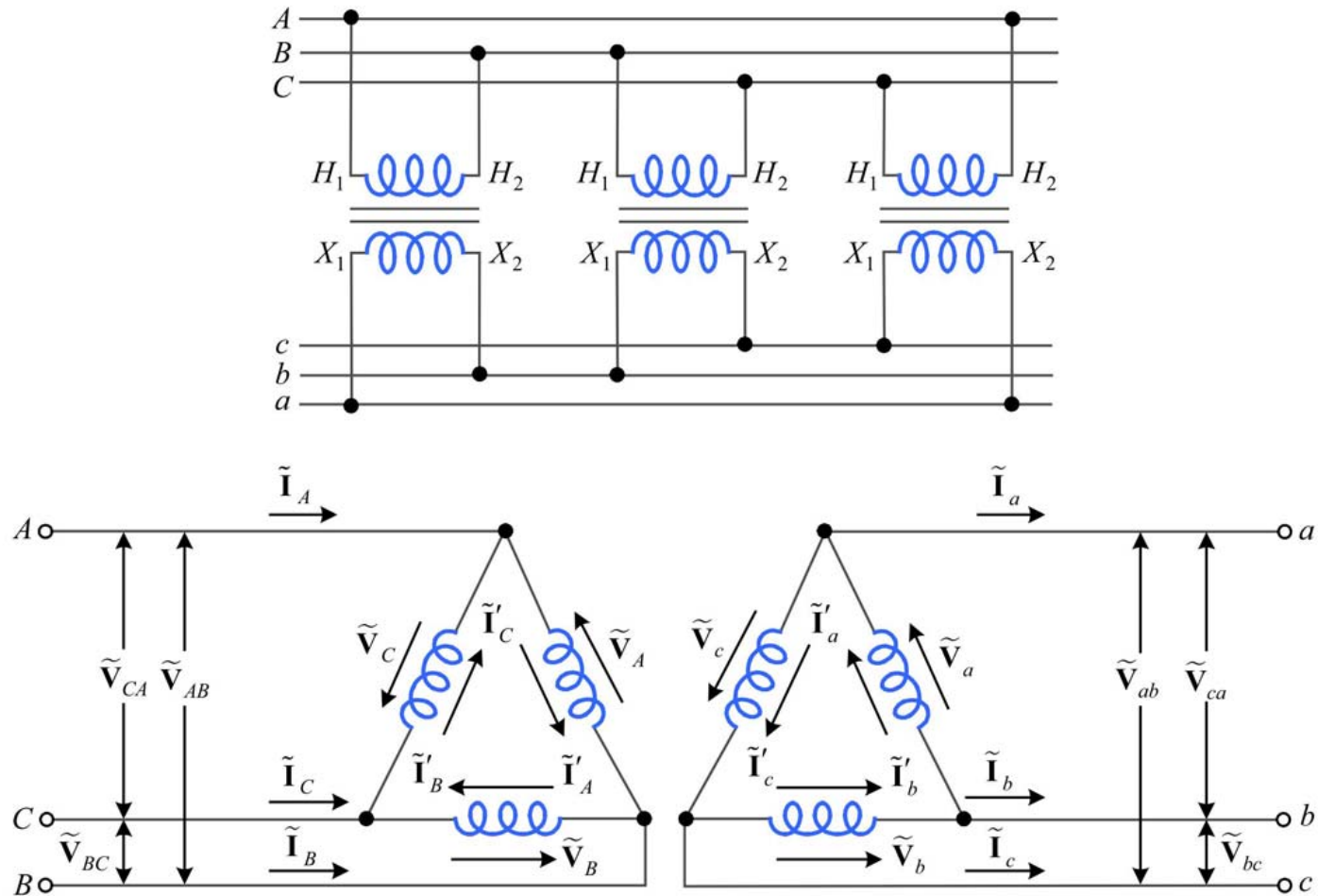


圖 2-33 三相變壓器的 Δ - Δ 連接法

2-6 三相變壓器

例 2-10

將額定電壓 $6.6\text{ kV}/220\text{ V}$ 單相變壓器 3 台接成 Y-Y 接線，若一次側外加 11.43 kV 三相平衡電源，二次側供給 180 kW ，功率因數 0.8 平衡三相負載，試求：

- (1) 每具變壓器供應負載容量為多少 kVA ？
- (2) 一次側相電壓與相電流各為多少？
- (3) 二次側線電壓與線電流各為多少？

2-6 三相變壓器

解 (1) 每具變壓器供應負載容量

$$S_{1\phi} = \frac{S_{3\phi}}{3} = \frac{P_{3\phi}}{3 \cos \theta} = \frac{180}{3 \times 0.8} = 75 \text{ kVA}$$

$$(2) \text{ 一次側相電壓 } V_{p1} = \frac{V_{\ell1}}{\sqrt{3}} = \frac{11.43}{\sqrt{3}} = 6.6 \text{ kV}$$

$$\text{一次側相電流 } I_{p1} = \frac{S_{1\phi}}{V_{p1}} = \frac{75}{6.6} = 11.36 \text{ A}$$

$$(3) \text{ 二次側線電壓 } V_{\ell2} = \sqrt{3} V_{p2} = \sqrt{3} \times 220 = 381 \text{ V}$$

$$\text{二次側線電流 } I_{\ell2} = \frac{S_{1\phi}}{V_{p2}} = \frac{75}{0.22} = 340.9 \text{ A}$$

End

2-6 三相變壓器

例 2-11

同例 2-10 設備，若將變壓器接法改為 Y- Δ 接線，試求：

- (1) 每具變壓器供應負載容量為多少 kVA？
- (2) 二次側線電流與相電流。

解 (1) 每具變壓器供應負載容量 $S_{1\phi} = \frac{P_{3\phi}}{3 \cos \theta} = \frac{180}{3 \times 0.8} = 75 \text{ kVA}$

(2) 二次側相電流 $I_{p2} = \frac{S_{1\phi}}{V_{p2}} = \frac{75}{0.22} = 340.9 \text{ A}$

二次側線電流 $I_{\ell 2} = \sqrt{3} I_{p2} = \sqrt{3} \times 340.9 = 590.4 \text{ A}$

End

2-6 三相變壓器

例 2-12

有三台各為 20 kVA，2200 V/220 V，60 Hz 單相變壓器，接成 Δ - Δ 接線，提供 10 kW 三相電熱負載與 16 kW，功率因數 0.8 三相電動機負載。若不考慮變壓器激磁電流與損失，試求變壓器一次側線電流與相電流各為多少？

2-6 三相變壓器

解 變壓器總輸實功率

$$P_T = 10 + 16 = 26 \text{ kW}$$

變壓器總輸出虛功率

$$Q_T = \frac{P}{\cos \theta} \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{16}{0.8} \sqrt{1 - 0.8^2} = 12 \text{ kVAR}$$

變壓器總輸出視在功率

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{26^2 + 12^2} = 28.64 \text{ kVA}$$

∴ 一次側相電流

$$I_{\ell 1} = \frac{S_T}{\sqrt{3} V_{\ell 1}} = \frac{28.64}{\sqrt{3} \times 2.2} = 7.51 \text{ A}$$

一次側相電流

$$I_{p1} = \frac{I_{\ell 1}}{\sqrt{3}} = 4.34 \text{ A}$$

End