

Ch4 旋轉式電機 之基本概念

- ▶ 轉子繞組與定子繞組在旋轉式電機內部，各別擔負著兩個不同的功能：一個是場 (field)，另一個是電樞 (armature)。「場」的角色是在電機裡面佈置磁場環境，而「電樞」的角色則是在該磁場環境之中產生對外做功的能力。當電樞對外所做的功為機械功 (mechanical power) 時，該電機就是馬達；而電樞對外所做的如果是電功 (electrical power)，那麼該電機就是發電機了。
- ▶ 結構因子 (轉子與定子) 功能因子 (場與電樞)。

4-1 三種基本旋轉式電機之機械結構

一、三相交流同步機

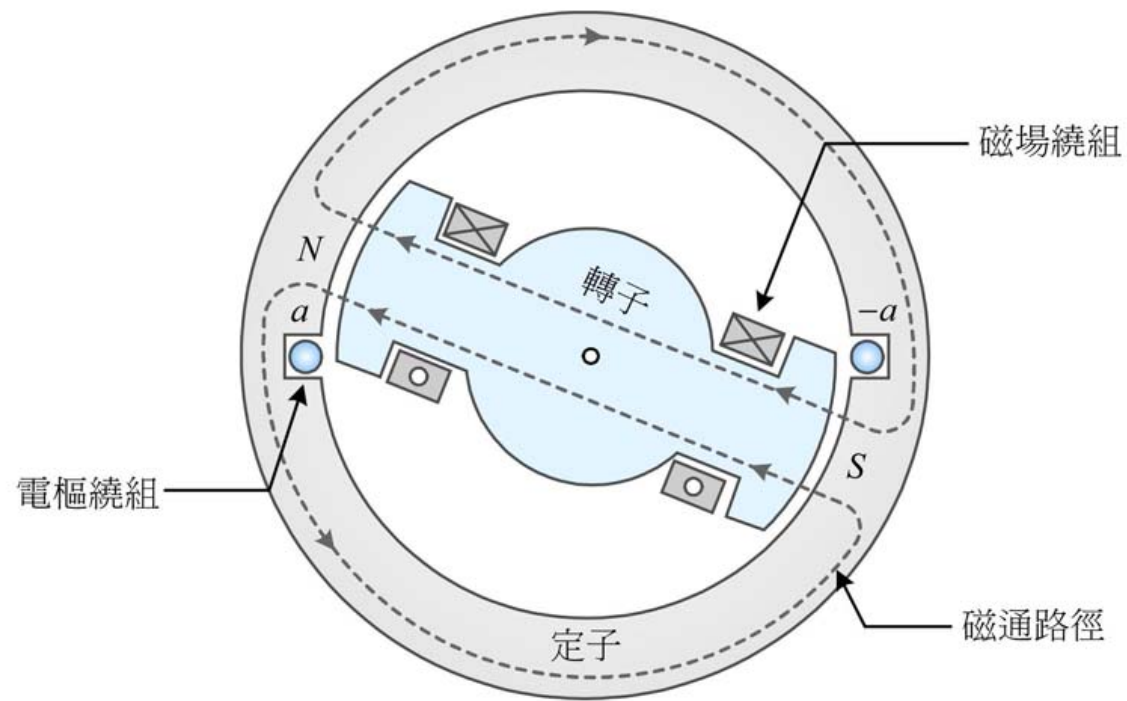


圖 4-1 單相同步交流發電機基本結構

4-1 三種基本旋轉式電機之機械結構

一、三相交流同步機 (續)

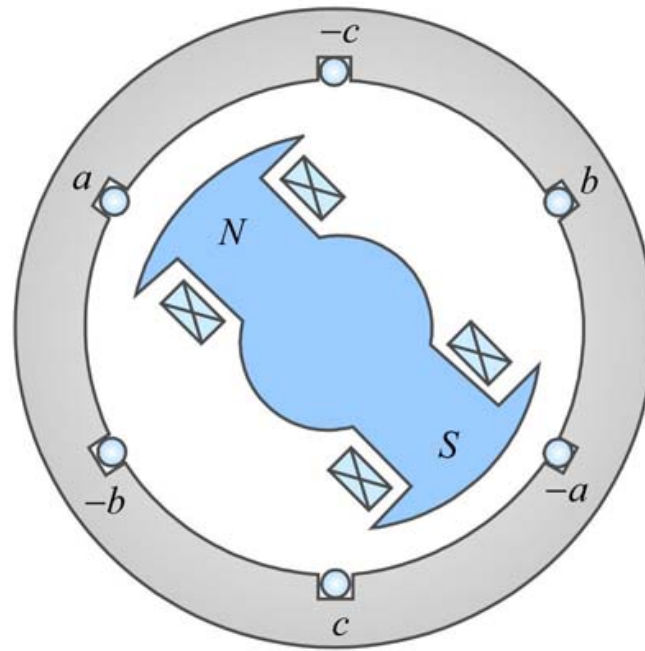


圖 4-2 三相同步交流發電機基本結構

4-1 三種基本旋轉式電機之機械結構

一、三相交流同步機(續)

- ▶ 圖4-2為三相交流同步機的機械結構示意圖，其運作的原理與圖4-1的單相交流同步機完全相同，唯一的差別在於定子繞組的個數。對個別繞組 a 、 b 、 c 而言，三組線圈所產生的電動勢都是相同的大小 (magnitude) 與頻率 (frequency)，三繞組感應電動勢之不同處是相位 (phase)，在時序上三者互相差 120° ，故名為三相同步交流發電機。

4-1 三種基本旋轉式電機之機械結構

二、三相交流感應機

- ▶ 若單就機械結構來看，三相交流感應機的定子與三相交流同步機的定子結構是一模一樣的，兩者都是在定子內部凹槽中平均地置入三相線圈。

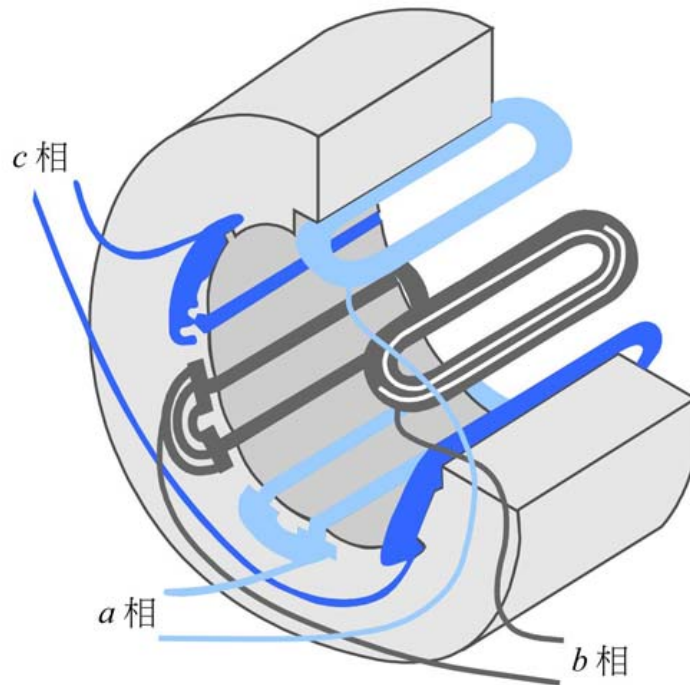


圖 4-3 三相交流機之定子繞組結構

4-1 三種基本旋轉式電機之機械結構

二、三相交流感應機(續)

- ▶ 如圖4-4所示，三相交流感應機的轉子是由一條條導體互相連接為封閉的線圈迴路而成的。

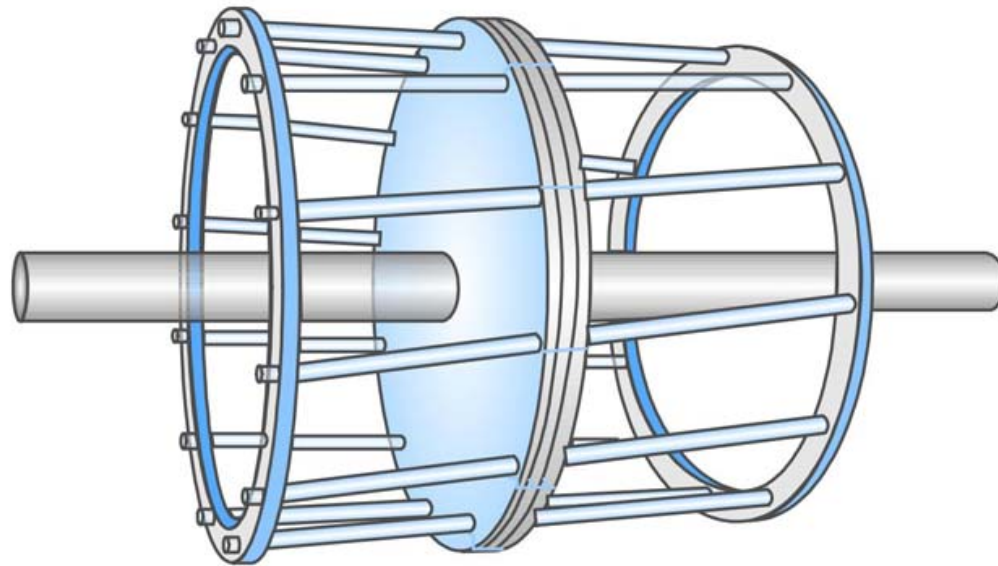


圖 4-4 三相交流感應機的轉子主結構

4-1 三種基本旋轉式電機之機械結構

二、三相交流感應機 (續)

- ▶ 圖4-4顯示的是轉子內部的銅或鉛導體 (conductors)，功能上就是轉子線圈繞組 (rotor windings)，並且明顯是「短路」的結構。這樣的轉子導體構造形似早期農家用來關養松鼠之鐵籠，故稱為鼠籠式 (squirrel cage) 轉子。

4-1 三種基本旋轉式電機之機械結構

二、三相交流感應機 (續)



圖 4-5 交流感應機的鼠籠式轉子外觀

4-1 三種基本旋轉式電機之機械結構

三、直流電機

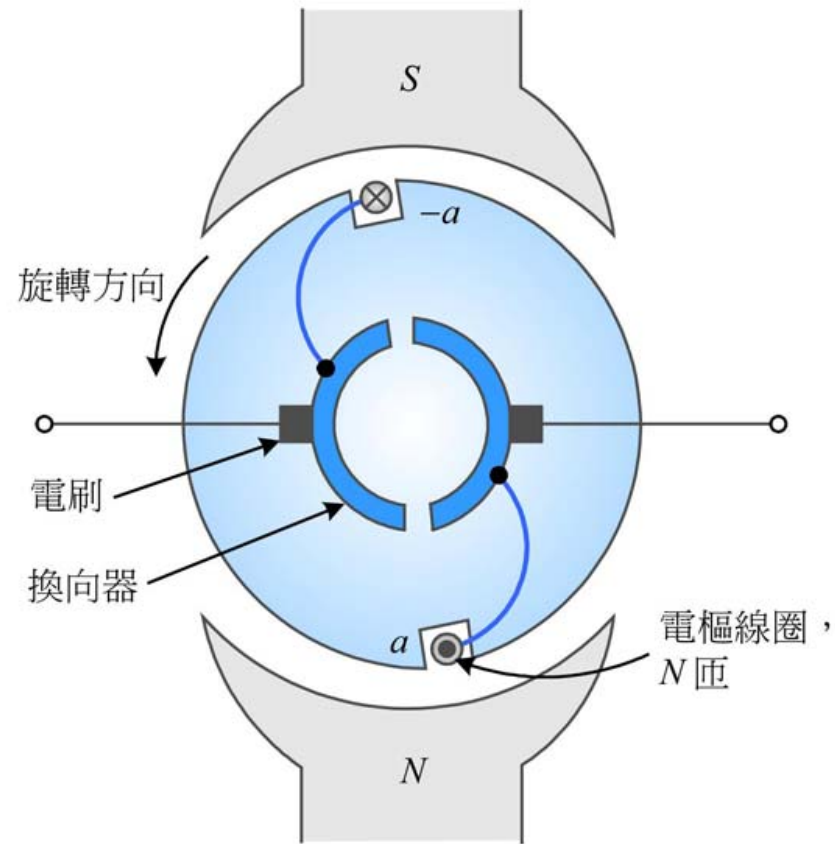


圖 4-6 直流電機結構簡圖

4-1 三種基本旋轉式電機之機械結構

三、直流電機 (續)

- ▶ 綜合以上，本章所介紹的三種最基本的旋轉式電機，其結構因子（轉子與定子）與所扮演的功能因子（場與電樞）的角色分工如表4-1所示。

表 4-1 三種基本電機的場繞組與電樞繞組位置

	三相交流 同步 機 3- ϕ AC Synchronous Machine	三相交流 感應 機 3- ϕ AC Induction Machine	直流 電機 DC Machine
場 繞組 (field)	轉子	定子	定子
電樞 繞組 (armature)	定子	轉子	轉子

4-2 磁場分布

- ▶ 旋轉式電機最重要的外部行為是感應電動勢（電壓）和發展轉矩，前者產生電能對外供電，後者產生機械能對外施力。

一、定子繞組產生磁場分布

- ▶ 圖4-7(a) 只有定子線圈內有電流 i ，我們曉得這定子線圈磁動勢 (magneto-motive force, MMF) 的大小是 N_i ，這 N_i 將「推出」磁力線（虛線），穿過鐵和氣隙，佈滿整個機體。

4-2 磁場分布

一、定子繞組產生磁場分布 (續)

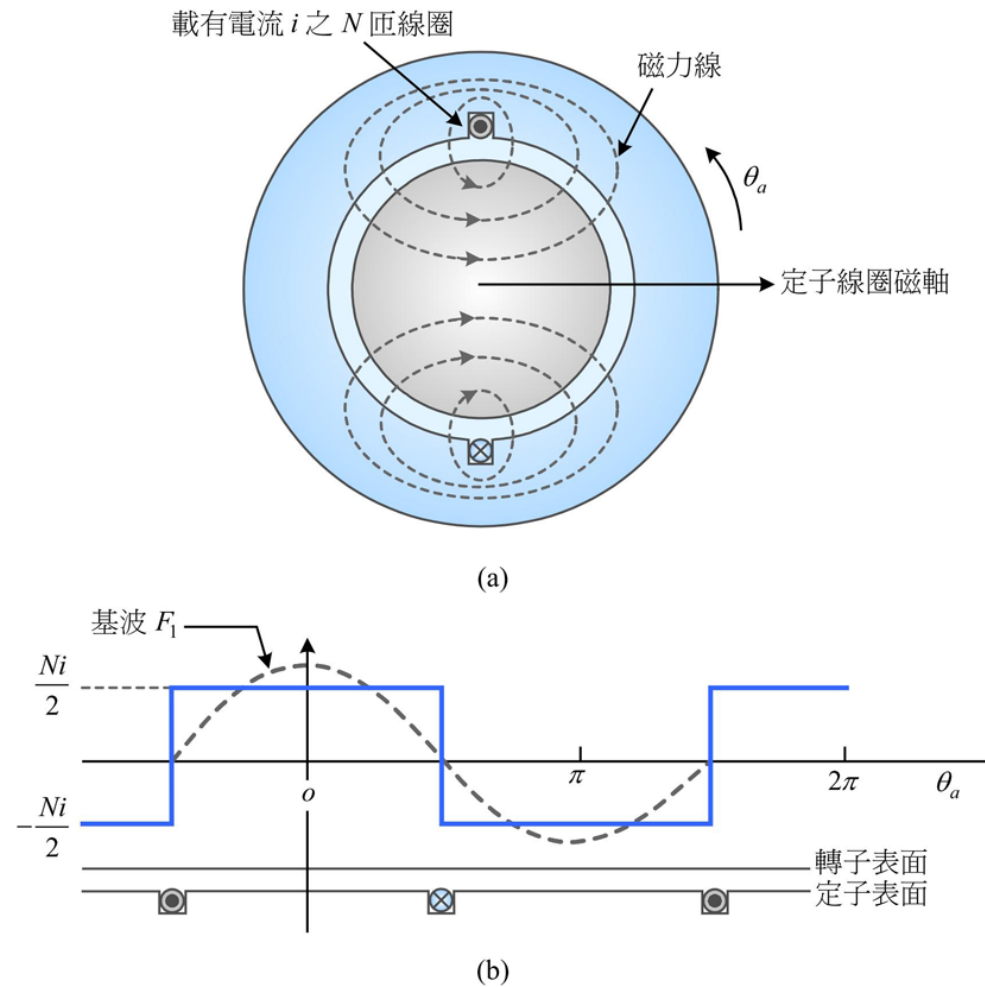


圖 4-7 定子線圈電流 (直流) 所產生的磁場分布

4-2 磁場分布

二、轉子繞組所產生磁場分布

- ▶ 圖4-8(a) 中的定子線圈內並無電流通過，令轉子線圈數為 N ，電流為 i 。利用右手定則可以看出圖4-8(a) 中的磁力線（虛線）路徑，故沿著所定義的空間變數 θ_a 方向（逆時針），在定子與轉子間的氣隙中走一圈，可得圖4-8(b) 所示的磁通密度函數 $B(\theta_a)$ ，在 $\theta_a \approx 70^\circ$ 附近剛好是轉子線圈的北極，此處之 B 值最大，如圖4-8(b) 所示。

4-2 磁場分布

二、轉子繞組所產生磁場分布 (續)

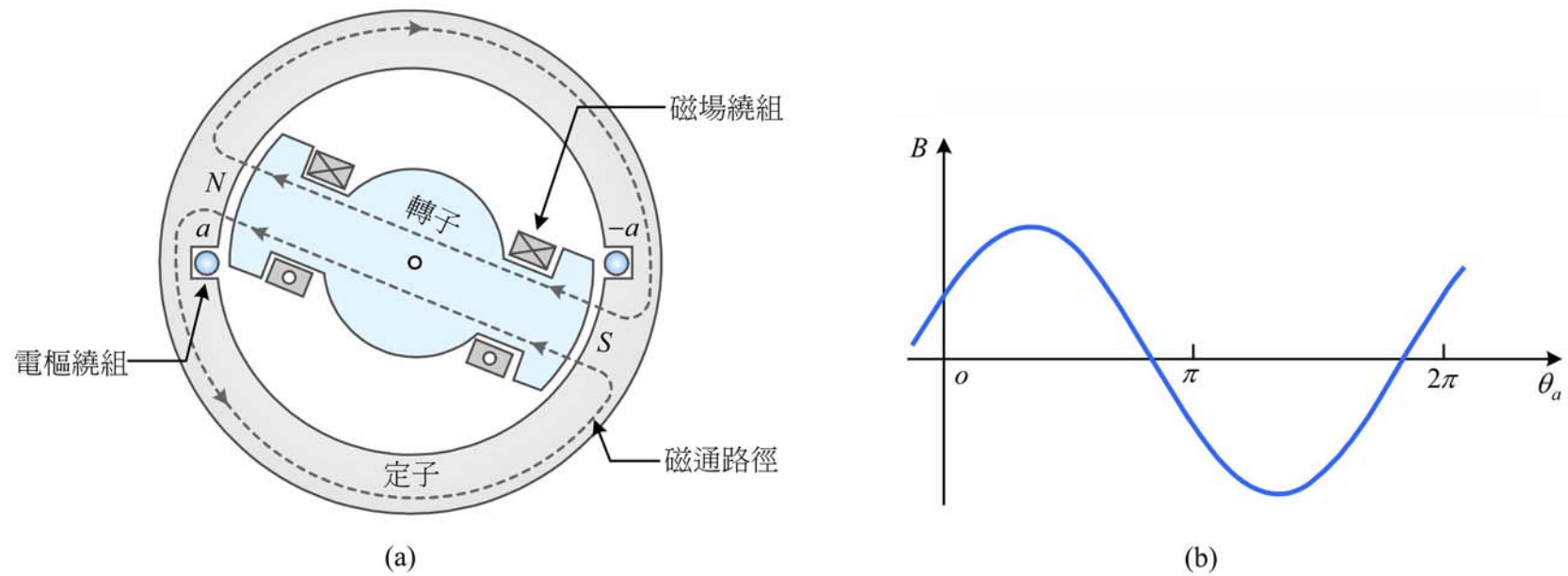


圖 4-8 轉子線圈電流佈置磁場

4-2 磁場分布

三、機械角與電機角

- ▶ 對二極電機而言，同樣在氣隙中繞行一週，亦將感受到一個循環的 N - S 極磁通變化，稱之為電機角 (electrical angle)，其空間變數為 θ_e 。電機角由 N 極繞到 S 極之角度總量為 π ，再由 S 極到 N 極之角度總量亦為 π 。
- ▶ 圖4-9所示的單相同步交流電機為四極，其磁極依照 N - S - N - S 交替排列，當轉子旋轉一週，則線圈所感受的磁通變化為兩週，故所感應的電壓頻率為轉子轉數的兩倍，如圖4-10所示。

$$\theta_e = \frac{P}{2} \theta_m \quad (4-1)$$

4-2 磁場分布

三、機械角與電機角 (續)

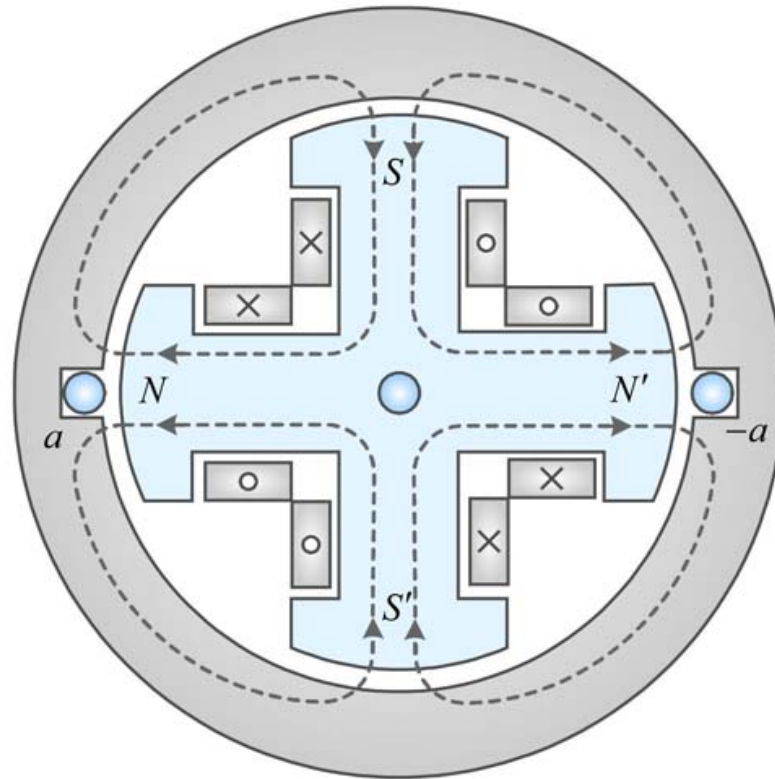


圖 4-9 四極單相交流電機

4-2 磁場分布

三、機械角與電機角 (續)

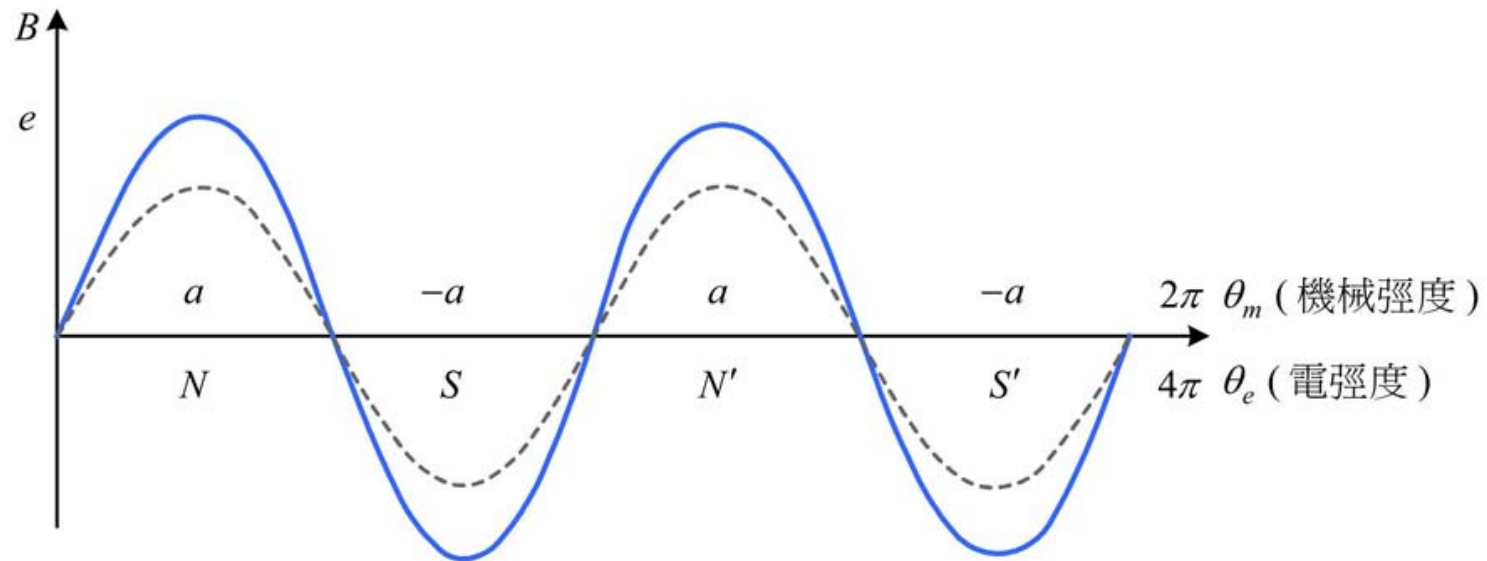


圖 4-10 四極發電機磁通密度及感應電壓空間分布狀態

4-3 分布繞組

- ▶ 在數學分析上，我們以其弦波近似 (sinusoidal approximation) 來取代原本的方波，也就是先將該方波化為傅立葉級數，再取其傅立葉級數之第一項或稱基本項 (fundamental component) 來代表這個方波。

$$\begin{aligned}sq(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin n\omega t = \sum_{n=1,3,5\dots} \frac{4}{n\pi} \sin n\omega t \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (4-2)\end{aligned}$$

4-3 分布繞組

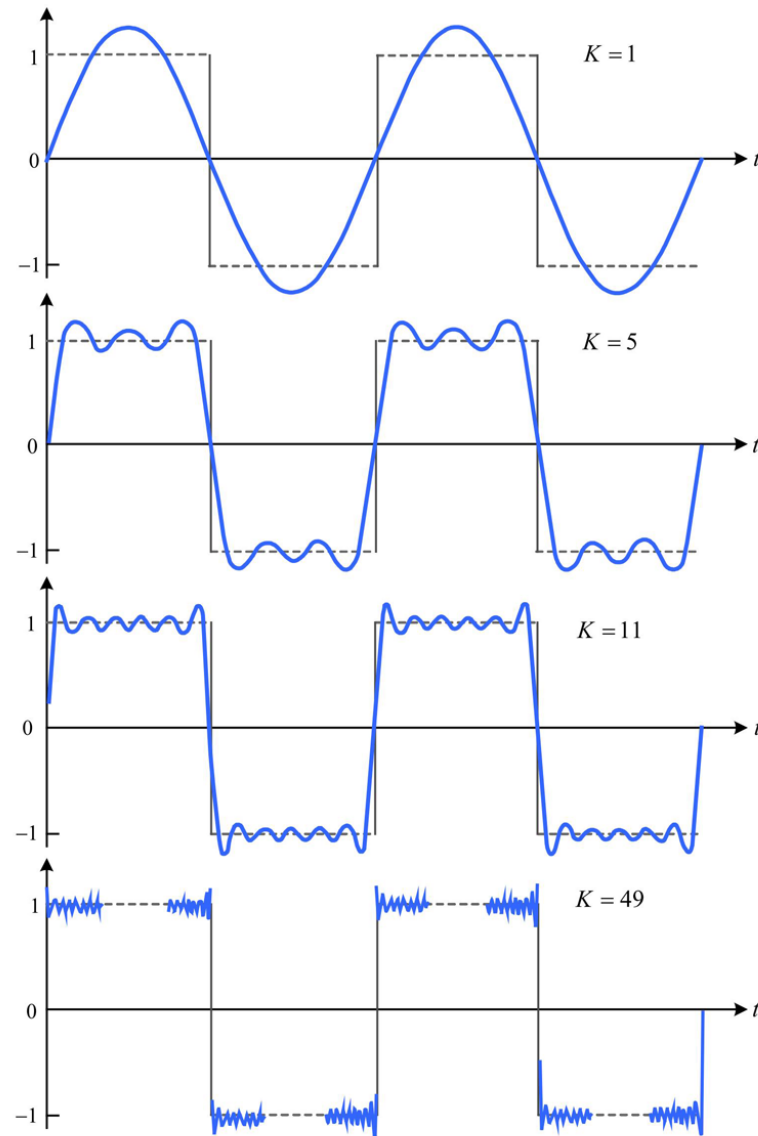


圖 4-11 方波之有限項傅立葉級數 ($K = 1, 5, 11, 49$)

4-3 分布繞組

- ▶ 取 $n=1$ 就得到圖4-7的MMF基本項 (MMF-air-gap-one) 是

$$F_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{Ni}{2} \right) \cos \theta_a \quad (4-3)$$

- ▶ 對一般的 P 極旋轉式電機而言，其MMF基本項的通式為

$$F_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w N_{ph}}{P} \right) i_a \cos \left(\frac{P}{2} \theta_a \right) \quad (4-4)$$

- ▶ 原 (4-2) 式中的繞組圈數 N 就改為每相繞組匝數 N_{ph} ，又加入參數 k_w 是為了考慮繞線上的不理想狀況而納入的繞組因數 (winding factor)，一般而言 $k_w \doteq 0.85 \sim 0.95$ 。

4-3 分布繞組

一、方波分布繞組

- ▶ 電機機械中實際的場是以分布繞組的方式來產生進似弦波的MMF分布。

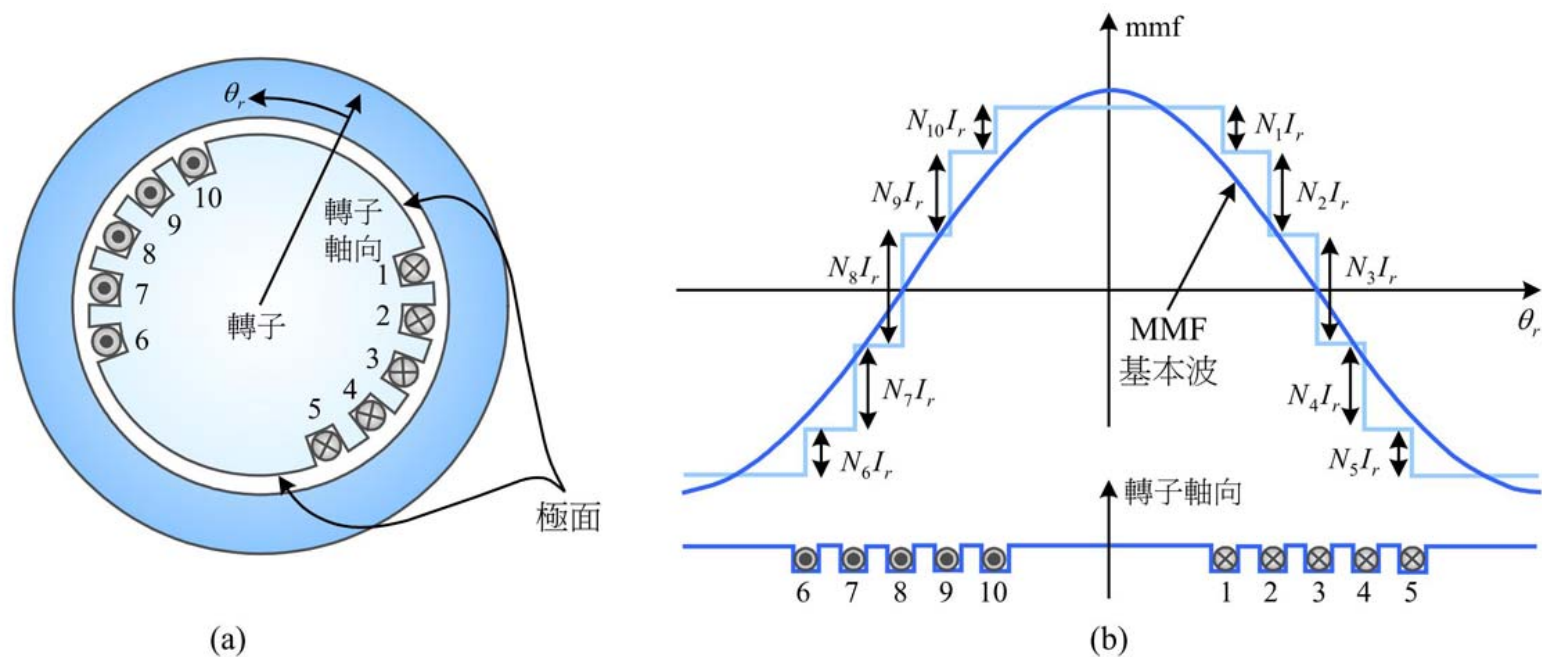


圖 4-12 同步發電機的轉子分布繞組

4-3 分布繞組

一、方波分布繞組 (續)

- ▶ 圖4-12(b) 的五步階MMF，整體波形更接近弦波，而仍然可看成是方波，故其MMF基本項之數學表示通式與 (4-4) 式類似，為

$$F_{ag1} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_r N_r}{P} \right) I_r \cos \left(\frac{P}{2} \theta_r \right) \quad (4-5)$$

- ▶ 其中 N_r 為轉子每相繞組圈數， k_r 則為轉子繞組因數。故此步階MMF基本項之峰值 (MMF-air-gap-one-peak) 為

$$(F_{ag1})_{peak} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_r N_r}{P} \right) I_r \quad (4-6)$$

4-3 分布繞組

二、三角波分布繞組

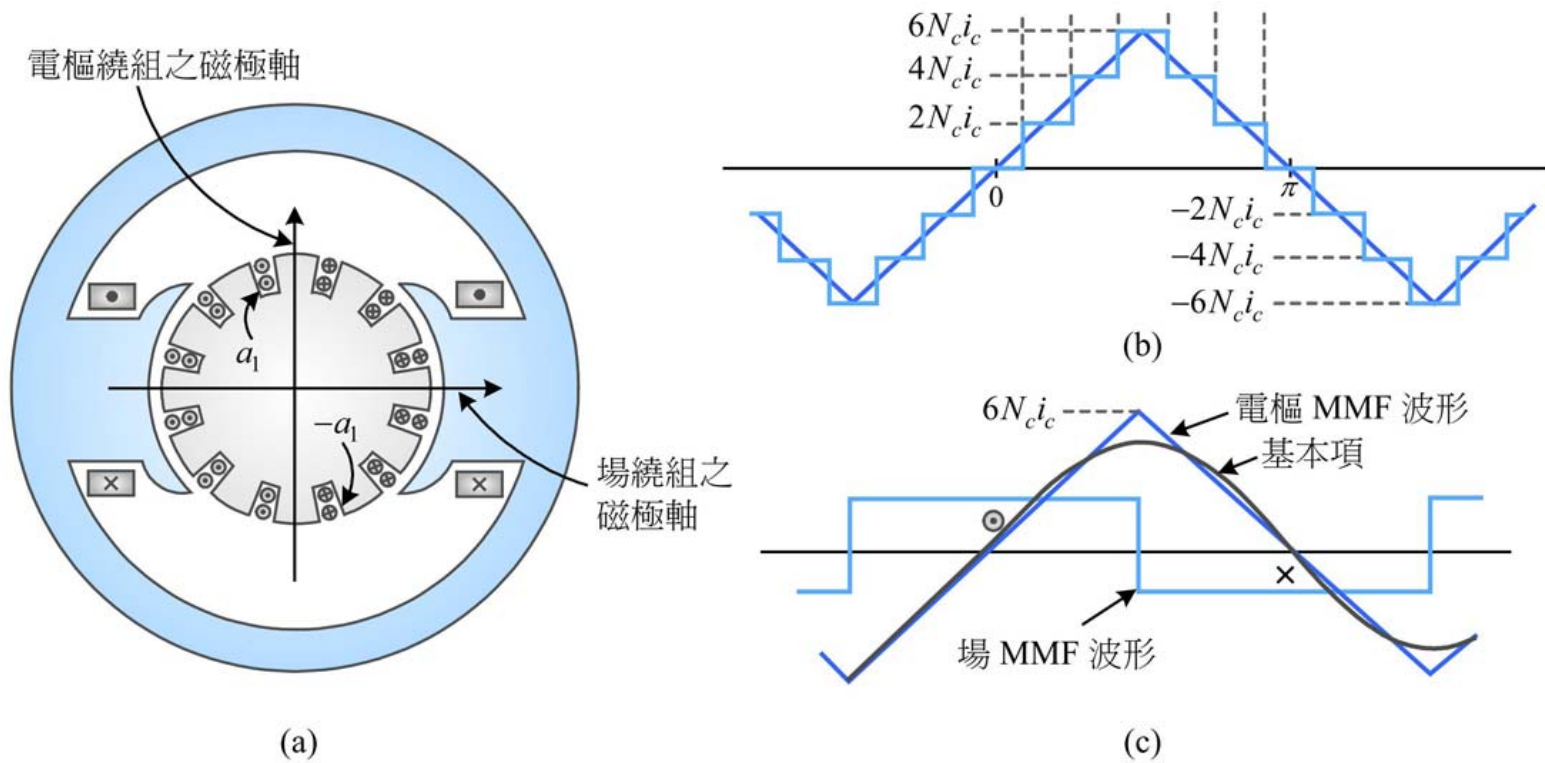


圖 4-13 直流機的轉子分布繞組

4-3 分布繞組

二、三角波分布繞組 (續)

- ▶ 圖4-14所示的三角波週期函數之大小為1，週期為1，其傅立葉級數為

$$tri(t) = \frac{8}{\pi^2} \left(\sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{(-1)^{(n-1)/2}}{n^2} \sin n\pi t \right) \quad (4-7)$$

- ▶ 以傅立葉級數中之基本項來取代圖4-13(c)的三角波MMF，得其基本項峰值

$$(F_{ag1})_{peak} = \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{N_a}{P} \right) i_a \quad (4-8)$$

4-3 分布繞組

二、三角波分布繞組(續)

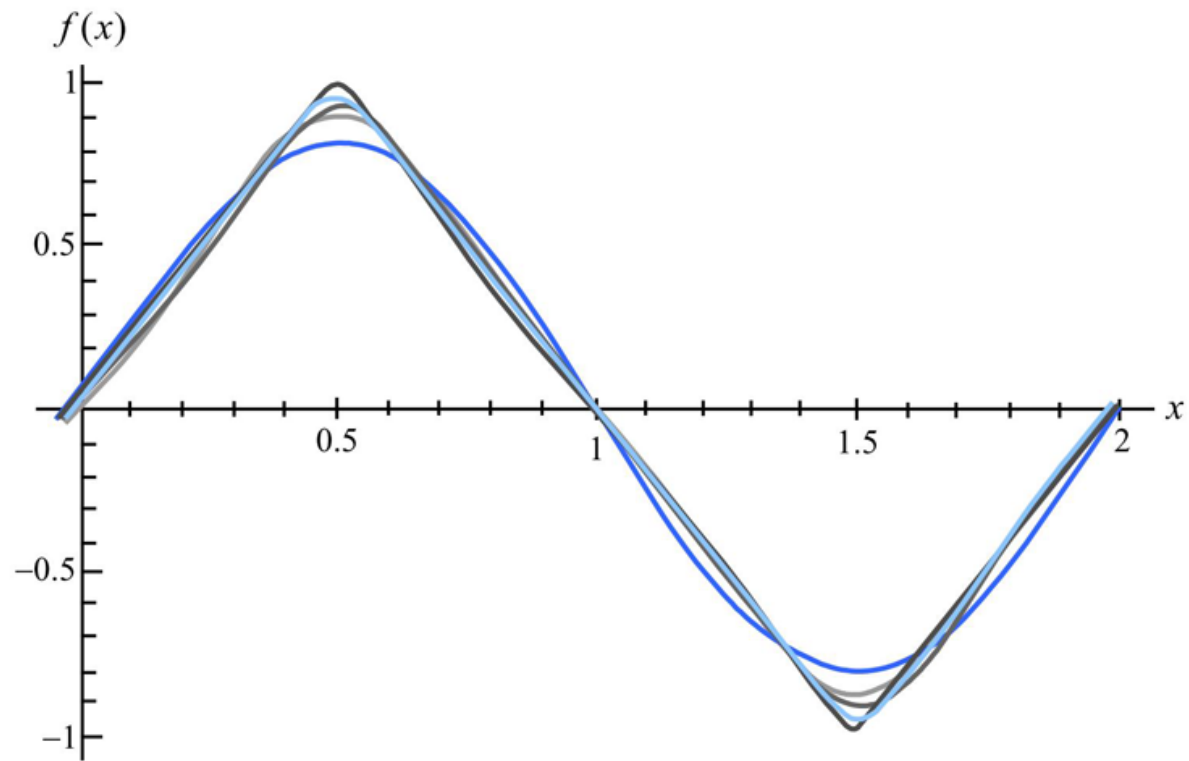


圖 4-14 三角波週期函數

4-3 分布繞組

二、三角波分布繞組(續)

- ▶ 故若以圖4-13的情形來看，其轉子共有六組線圈，每組兩束，每束有 N_c 圈，則此電樞串聯繞組之總圈數為 $12N_c$ ，又以二極 ($P = 2$) 帶入，可得其MMF基本項之數學表示式為

$$F_{ag1} = \frac{8}{\pi^2} (k_a \times 6N_c) i_a \cos(\theta_a) \quad (4-9)$$

4-4 旋轉磁場理論

- ▶ 三相交流電機 (three-phase AC machines) 有一個很特殊的基本原理，稱為旋轉磁場理論 (rotating magnetic field)。旋轉磁場理論宣稱：當三相平衡的定子線圈通入平衡的三相電流之後，將在電機內部產生一個看不見的旋轉磁場。
- ▶ 這個旋轉MMF的現象，是基於兩種三相平衡的概念：第一個平衡概念是空間上的平衡，第二個平衡概念是時間上的平衡。

4-4 旋轉磁場理論

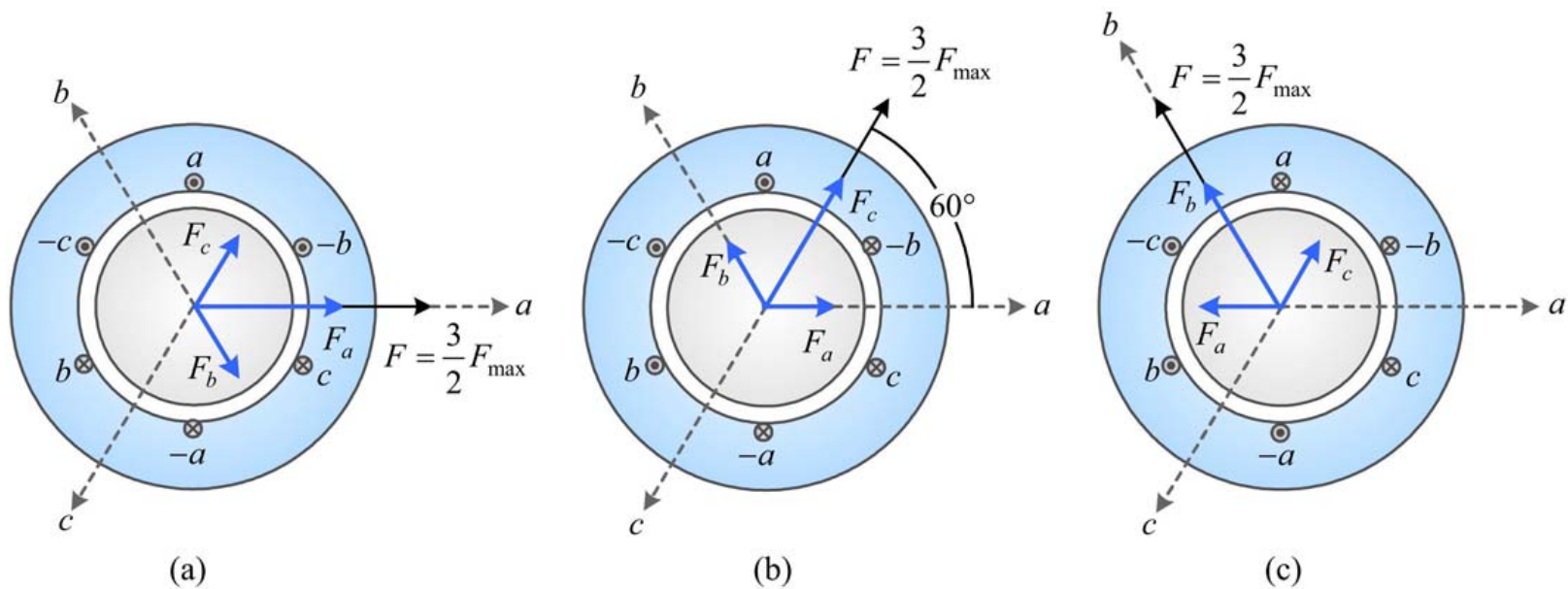


圖 4-15 三相交流電機定子磁場旋轉的情形

4-4 旋轉磁場理論

一、空間上的平衡

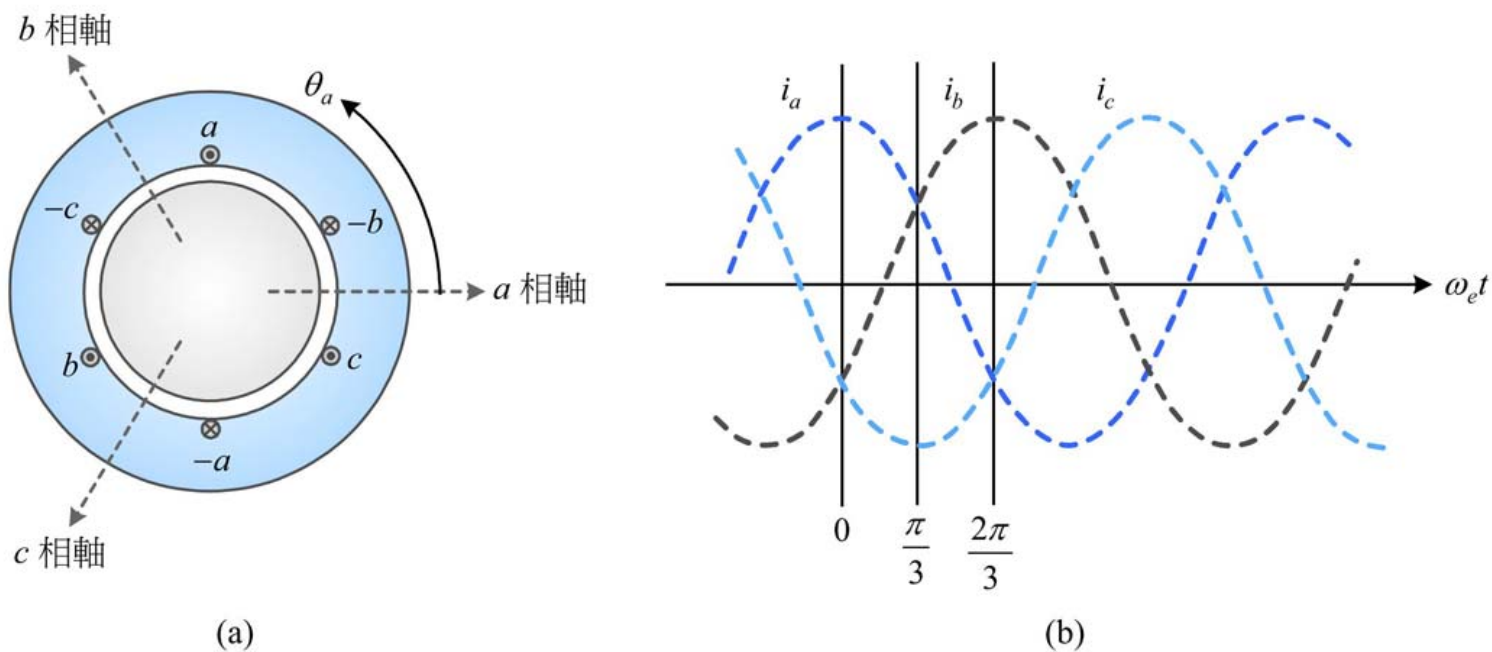


圖 4-16 三相定子線圈與電流，(a) 為線圈之空間安排；(b) 為線圈電流之時間波形。

4-4 旋轉磁場理論

二、時間上的平衡

$$\begin{aligned}i_a(t) &= I_m \cos \omega_e t \\i_b(t) &= I_m \cos(\omega_e t - 120^\circ) \\i_c(t) &= I_m \cos(\omega_e t + 120^\circ)\end{aligned}\tag{4-10}$$

$$\begin{aligned}i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) &= I_m (\cos \omega_e t + \cos(\omega_e t - 120^\circ) \\&+ \cos(\omega_e t + 120^\circ)) = 0\end{aligned}\tag{4-11}$$

三、三相交流電機定子的旋轉磁場圖解

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}_a + \bar{\mathbf{F}}_b + \bar{\mathbf{F}}_c\tag{4-13}$$

4-4 旋轉磁場理論

例 4-1

一部 10 極，60 Hz 同步發電機，試求該發電機：(1) 轉子每分鐘轉速為多少？(2) 感應電勢之角速度為多少？(3) 轉子之機械角速度為多少？

解 (1) 轉子每分鐘的轉速 n

$$n = \frac{120f}{P} = \frac{120 \times 60}{10} = 720 \text{ rpm}$$

(2) 感應電勢的角速度 ω_e

$$\omega_e = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 377 \text{ rad/s}$$

(3) 轉子的機械角速度 ω_m

$$\omega_m = \frac{2}{P} \omega_e = \frac{2}{10} \times 377 = 75.4 \text{ rad/s}$$

End

4-4 旋轉磁場理論

四、旋轉磁場的數學分析

$$F_a(\theta_a, t) = F_m \cos(\omega_e t) \times \cos \theta_a$$

$$F_b(\theta_a, t) = F_m \cos(\omega_e t - 120^\circ) \times \cos(\theta_a - 120^\circ) \quad (4-15)$$

$$F_c(\theta_a, t) = F_m \cos(\omega_e t - 240^\circ) \times \cos(\theta_a - 240^\circ)$$

- ▶ 我們接著利用三角函數的積化和差恆等式 (product-to-sum identity) 將磁動勢的行進波分離出來，以 $F_a(\theta_a, t)$ 為例，得

$$\begin{aligned} F_a(\theta_a, t) &= F_m \cos(\omega_e t) \times \cos \theta_a \\ &= \frac{1}{2} F_m \cos(\theta_a - \omega_e t) + \frac{1}{2} F_m \cos(\theta_a + \omega_e t) \end{aligned} \quad (4-16)$$

4-4 旋轉磁場理論

四、旋轉磁場的數學分析 (續)

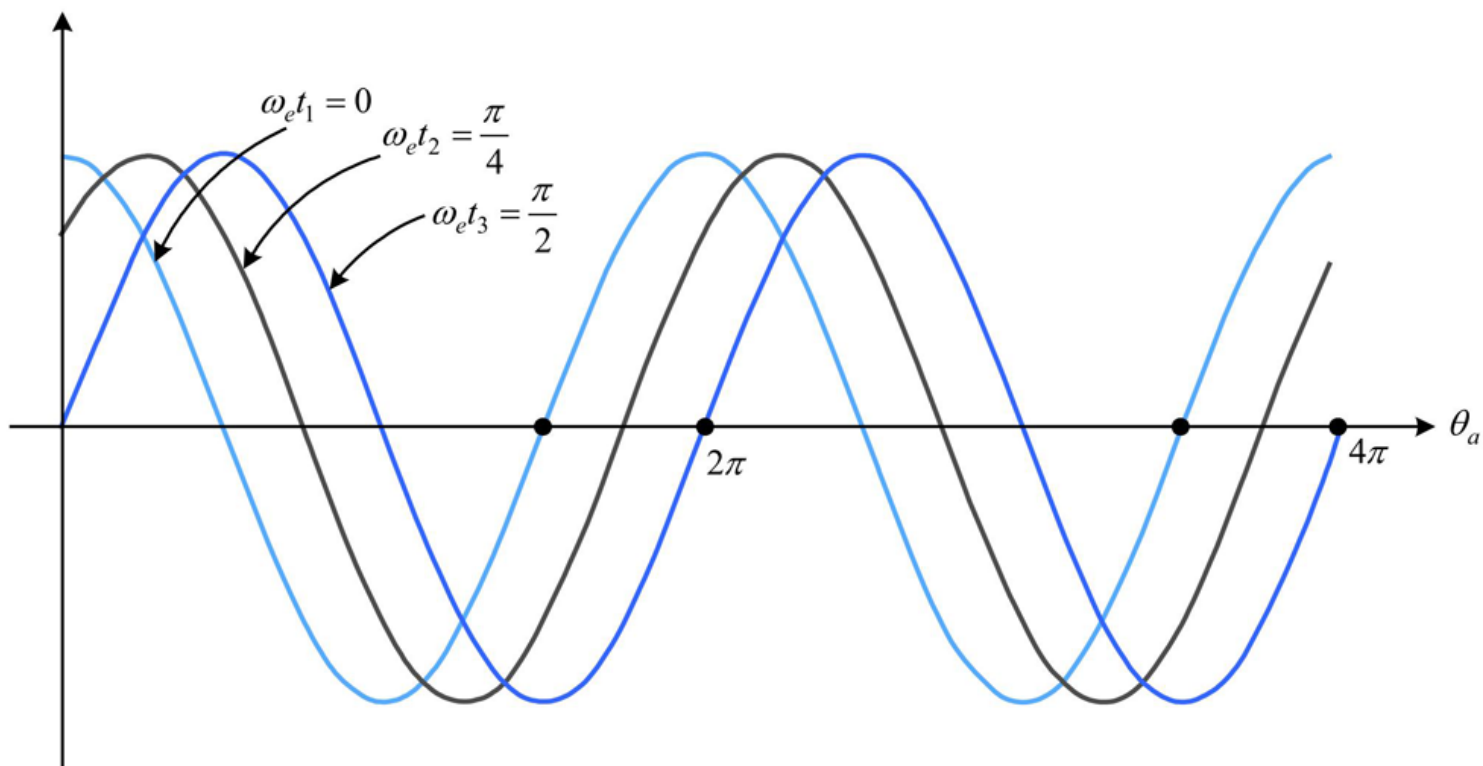


圖 4-17 行進波 $\frac{1}{2}F_m \cos(\theta_a - \omega_e t)$: 向右行進

4-4 旋轉磁場理論

四、旋轉磁場的數學分析 (續)

▶ 這個 $\frac{1}{2}F_m \cos(\theta_a - \omega_e t)$ 函數其實就是一個向右行進的弦波。

同理，(4-15) 式的第二項 $\frac{1}{2}F_m \cos(\theta_a + \omega_e t)$ 是一個向左行進的弦波。

4-4 旋轉磁場理論

四、旋轉磁場的數學分析 (續)

- ▶ 所以，(4-14) 式中的每相磁動勢都可看成是兩個行進弦波的組合，我們稱向右的波為正向波，向左的波為負向波，其數學表示式各別為

$$F_a(\theta_a, t) = \frac{1}{2}F_m \cos(\theta_a - \omega_e t) + \frac{1}{2}F_m \cos(\theta_a + \omega_e t) = F_a^+ + F_a^-$$

$$F_b(\theta_a, t) = \frac{1}{2}F_m \cos(\theta_a - \omega_e t) + \frac{1}{2}F_m \cos(\theta_a + \omega_e t - 240^\circ) = F_b^+ + F_b^- \quad (4-17)$$

$$F_c(\theta_a, t) = \frac{1}{2}F_m \cos(\theta_a - \omega_e t) + \frac{1}{2}F_m \cos(\theta_a + \omega_e t - 480^\circ) = F_c^+ + F_c^-$$

4-4 旋轉磁場理論

四、旋轉磁場的數學分析 (續)

▶ 其中正相波與負向波分別為

$$F^+ = F_a^+ + F_b^+ + F_c^+ = \frac{3}{2} F_m \cos(\theta_a - \omega_e t)$$

$$F^- = F_a^- + F_b^- + F_c^- \quad (4-19)$$

$$= \frac{1}{2} F_m [\cos(\theta_a + \omega_e t) + \cos(\theta_a + \omega_e t - 240^\circ) + \cos(\theta_a + \omega_e t - 480^\circ)]$$

$$= 0$$

▶ 得三相交流電機定子繞組所產生的旋轉磁動勢為

$$F(\theta_a, t) = F_a(\theta_a, t) + F_b(\theta_a, t) + F_c(\theta_a, t) = \frac{3}{2} F_m \cos(\theta_a - \omega_e t) \quad (4-20)$$

4-4 旋轉磁場理論

$$F(\theta_a, t) = \frac{3}{2} F_m \cos(\theta_e - \omega_e t) = \frac{3}{2} F_m \cos\left(\frac{P}{2} \theta_m - \omega_e t\right) \quad (4-21)$$

- ▶ 最後，我們將 (4-4) 式的方波分布繞組以傅立葉級數之基本項帶入 (4-21) 式之磁動勢峰值 F_m ，得

$$F_m = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k_w N_{ph}}{P} \right) I_m \quad (4-22)$$