

# Ch5 同步發電機

- ▶ 轉子繞組與定子繞組在旋轉式電機內部，各別擔負著兩個不同的功能：一個是場 (field)，另一個是電樞 (armature)。「場」的角色是在電機裡面佈置磁場環境，而「電樞」的角色則是在該磁場環境之中產生對外做功的能力。當電樞對外所做的功為機械功 (mechanical power) 時，該電機就是馬達；而電樞對外所做的如果是電功 (electrical power)，那麼該電機就是發電機了。
- ▶ 結構因子 (轉子與定子) 功能因子 (場與電樞)。

## 5-1 同步發電機的構造

- ▶ 圖5-1顯示兩種最為廣泛使用的同步發電機結構，其中圖5-1(a)之轉子為凸極式 (salient pole) 轉子，圖5-1(b)之轉子為圓筒式 (round rotor) 轉子，而定子線圈的安排則為相同。

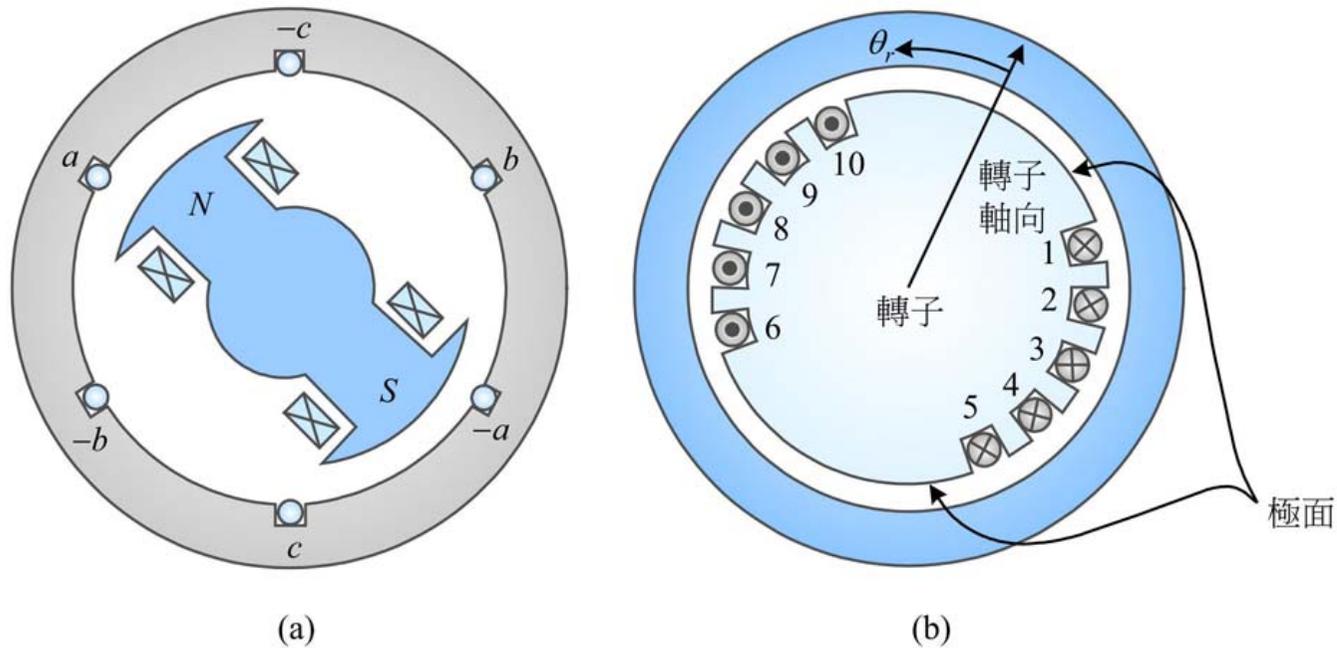


圖 5-1 凸極式與圓筒式同步發電機轉子結構

## 5-2 同步發電機的轉速

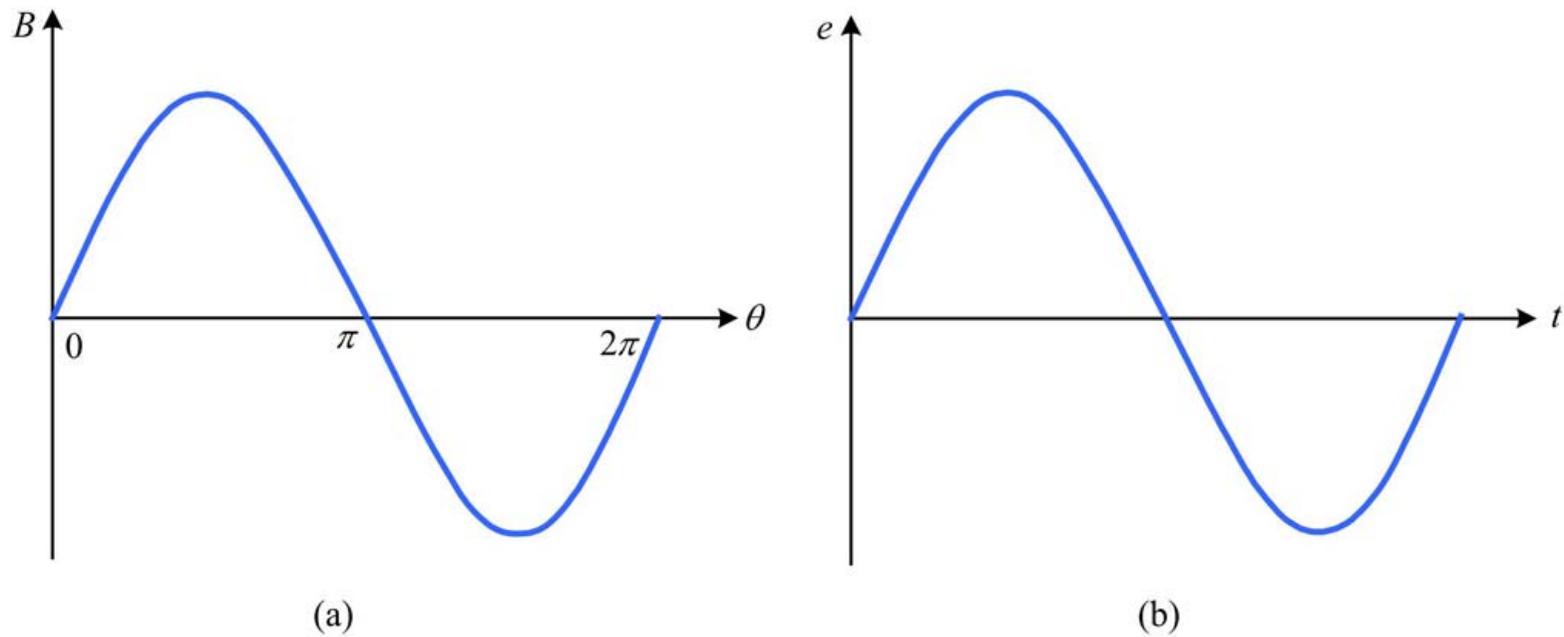


圖 5-2 (a) 磁通密度之空間分布；(b) 發電機之相對應電壓波形。

## 5-2 同步發電機的轉速

- ▶ 則  $\omega_m$  與  $\omega_e$  與兩者的關係為

$$\omega_e = \frac{P}{2} \omega_m \quad (5-1)$$

$$n_s = \frac{120 f_e}{P} \quad (5-2)$$

- ▶ 其中  $f_e$  為電源頻率，單位為Hz； $n_s$  為磁場之機械轉速，又稱為轉子之同步轉速，單位為rpm。

## 5-3 同步發電機的感應電動勢

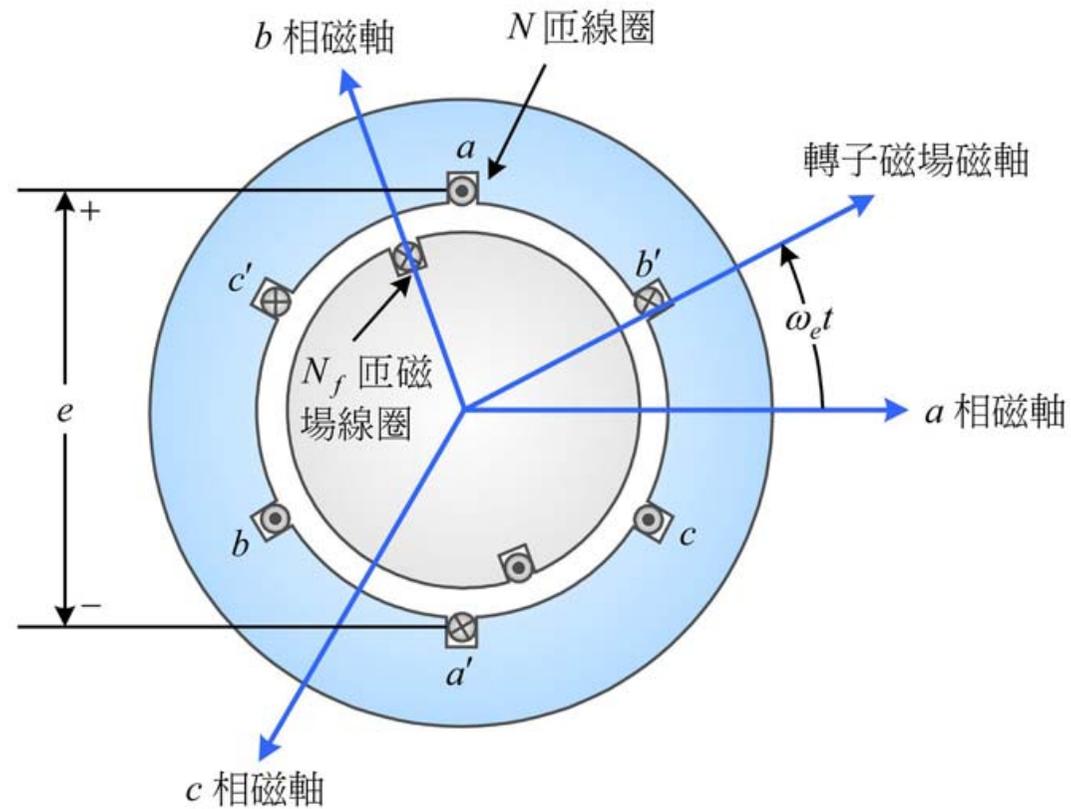


圖 5-3 三相交流同步發電機截面圖

## 5-3 同步發電機的感應電動勢

### 一、每極氣隙磁通總量 $\phi$

- ▶ 我們稱轉子線圈電流  $I_f$  為激磁電流 (excitation current)，激磁電流使轉子與定子之間的氣隙產生了磁場分布。令該氣隙之磁通密度  $B$  為弦波空間磁波 (如圖5-2(a)所示)，其數學表示式為

$$B(\theta) = B_{peak} \cos(\theta) \quad (5-3)$$

$$\phi = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} B_{peak} \cos \theta \ell r d\theta = 2 B_{peak} \ell r \quad (5-4)$$

## 5-3 同步發電機的感應電動勢

### 二、定子線圈之感應電動勢 $e$

- ▶ 令定子每相繞組匝數為  $N_{ph}$ ，今以  $a$  相線圈之法線為參考方向，且量得轉子角度為  $\theta_m$ ，則此時通過  $a$  相線圈之磁交鏈  $\lambda$  為

$$\lambda_a = N_{ph} \phi \cos \theta_m \quad (5-5)$$

- ▶ 若轉子以定角速度  $\omega_m$  轉動時，則轉子角度可表為  $\theta_m = \omega_m t$ ，

$$\lambda_a = N_{ph} \phi \cos \omega_m t \quad (5-6)$$

- ▶ 則根據法拉第定律，產生於  $a$  相定子線圈之感應電動勢為

$$e_f = \frac{d\lambda_a}{dt} = -\omega_m N_{ph} \phi \sin \omega_m t \quad (5-7)$$

## 5-3 同步發電機的感應電動勢

### 三、 $P$ 極發電機

- ▶ 因此，對  $P$  極電機而言，其氣隙磁通密度  $B$  的磁波空間函數應改寫為一般式

$$B(\theta) = B_{peak} \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right) \quad (5-8)$$

$$\phi = \int_{-\pi/P}^{+\pi/P} B_{peak} \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right) \ell r d\theta = \left(\frac{2}{P}\right) \cdot 2 B_{peak} \ell r \quad (5-9)$$

$$\lambda_a(t) = k_w N_{ph} \phi \cos\left(\frac{P}{2}\omega_m t\right) = k_w N_{ph} \phi \cos(\omega_e t) \quad (5-10)$$

$$e_f(t) = \frac{d\lambda_a}{dt} = -\omega_e k_w N_{ph} \phi \sin \omega_e t \quad (5-11)$$

$$E_{rms} = \frac{\omega_e k_w N_{ph} \phi}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\pi f_e k_w N_{ph} \phi \quad (5-12)$$

## 5-3 同步發電機的感應電動勢

### 例 5-1

有一簡單兩極 Y 接同步發電機，若轉子半徑 0.5 米，線圈長度 0.6 米，每相繞組 20 匝，轉子旋轉磁場磁通密度峰值 0.5 韋伯 / 米<sup>2</sup>，現以原動機轉速 3600 rpm 驅動發電機運轉，試求：(1) 相電壓最大值及有效值；(2) 端電壓有效值。

**解** 磁通量  $\phi = 2B_{peak} \ell r = 2 \times 0.5 \times 0.6 \times 0.5 = 0.3 \text{ Wb}$

轉子角速度  $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{N_s}{60} = 2\pi \times \frac{3600}{60} = 377 \text{ rad/s}$

(1) 相電壓最大值  $E_{\max} = \omega N \phi = 377 \times 20 \times 0.3 = 2262 \text{ V}$

相電壓有效值  $E_{rms} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{2262}{\sqrt{2}} = 1599.5 \text{ V}$

(2) 發電機繞組 Y 接，端電壓有效值  $V_t$

$$V_t = \sqrt{3} E_{rms} = \sqrt{3} \times 1599.5 = 2770 \text{ V}$$

End

## 5-3 同步發電機的感應電動勢

### 四、 $B_{peak}$ 的計算

- ▶ 令本章的同步發電機轉子線圈匝數為  $N_f$ ，分布繞組因數為  $k_f$ ，則轉子通上激磁電流  $I_f$  之後得其MMF基本項之峰值為

$$(F_{ag1})_{peak} = \frac{4}{\pi} \left( \frac{k_f N_f}{P} \right) I_f \quad (5-13)$$

- ▶ 又令氣隙寬度為  $g$ ，則可得氣隙磁場強度峰值為

$$(H_{ag1})_{peak} = \frac{4}{\pi g} \left( \frac{k_f N_f}{P} \right) I_f \quad (5-14)$$

- ▶ 故導出氣隙磁通密度峰值為

$$B_{peak} = (B_{ag1})_{peak} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{g} \left( \frac{k_f N_f}{P} \right) I_f \quad (5-15)$$

## 5-3 同步發電機的感應電動勢

### 四、 $B_{peak}$ 的計算 (續)

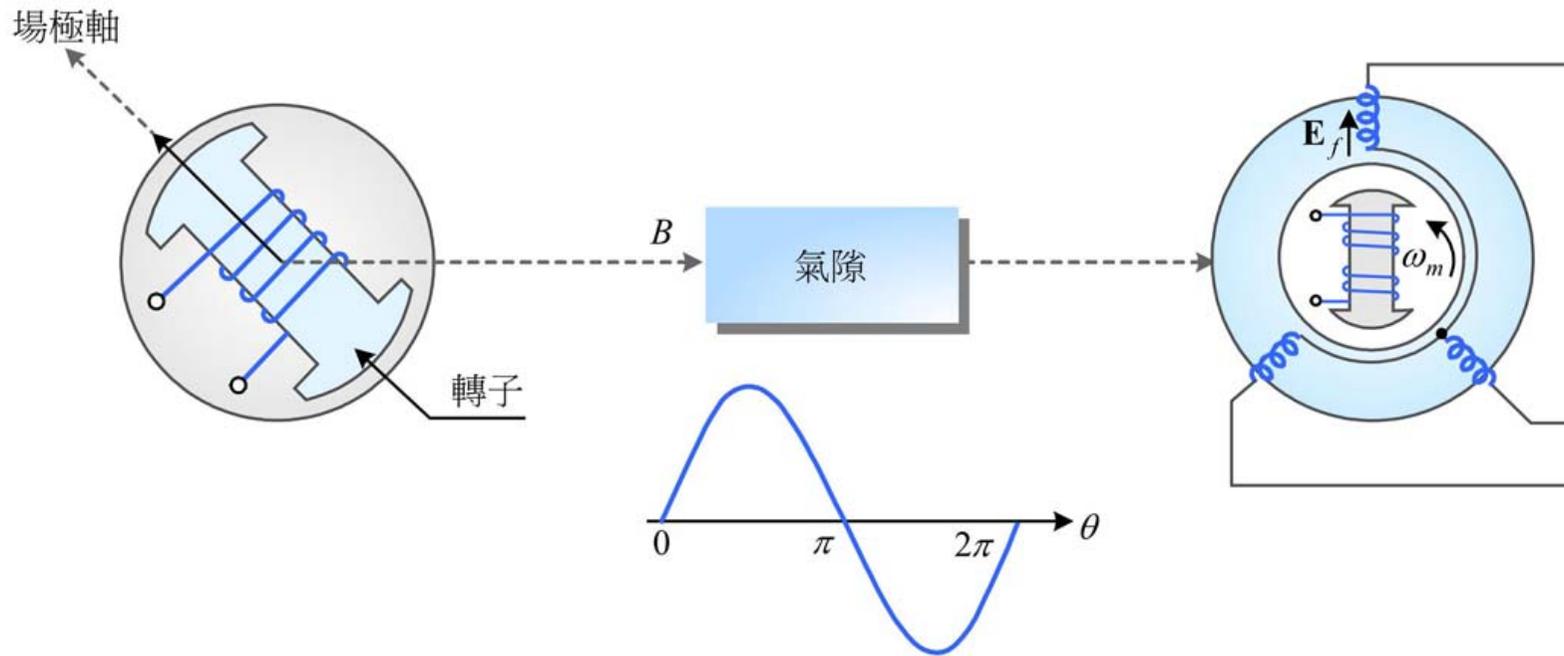


圖 5-6 同步發電機感應電動勢的概念流程

## 5-4 同步發電機的等效電路

一、無負載電流： $i_a = 0$ 、 $i_b = 0$ 、 $i_c = 0$

$$\lambda_a = L_{af} \cos \theta_m I_f \quad (5-16)$$

$$\lambda_a = L_{af} \cos \left( \frac{P}{2} \theta_m \right) I_f \quad (5-17)$$

$$e_f(t) = -\omega_e L_{af} I_f \sin \omega_e t \quad (5-18)$$

## 5-4 同步發電機的等效電路

二、平衡三相負載： $i_a \neq 0$ 、 $i_b \neq 0$ 、 $i_c \neq 0$ 、 $i_a + i_b + i_c = 0$

- ▶  $a$  相線圈的磁交鏈  $\lambda_a$  不但有來自激磁電流的磁通耦合，還包括了  $i_a$  本身的自感，以及來自另兩相電流  $i_b$  與  $i_c$  的互感了。因此，(5-16) 式就需要進一步修改為

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_{ab}i_b + L_{ac}i_c + \left( L_{af} \cos \frac{P}{2} \theta_m \right) I_f \quad (5-19)$$

- ▶ 其中等號右邊前三項的  $L_{aa}$ 、 $L_{ab}$  與  $L_{ac}$  分別為  $a$  相線圈的自感、 $b$  相線圈對  $a$  相線圈的互感，以及  $c$  相線圈對  $a$  相線圈的互感；而第四項的  $L_{af} \cos \frac{P}{2} \theta_m$  為激磁線圈對  $a$  相線圈的互感。

## 5-4 同步發電機的等效電路

二、平衡三相負載： $i_a \neq 0$ 、 $i_b \neq 0$ 、 $i_c \neq 0$ 、 $i_a + i_b + i_c = 0$  (續)

$$L_{ab} = L_{ac} = L_m \quad (5-20)$$

$$\lambda_a = L_{aa}i_a + L_m(i_b + i_c) + \left( L_{af} \cos \frac{P}{2} \theta_m \right) I_f \quad (5-21)$$

- ▶ 在三相負載平衡的操作環境之下， $i_b + i_c = -i_a$ ，故可進一步將 (5-21) 式中的  $i_b + i_c$  項以  $i_a$  替換之而得

$$\lambda_a = (L_{aa} - L_m)i_a + \left( L_{af} \cos \frac{P}{2} \theta_m \right) I_f \quad (5-22)$$

## 5-4 同步發電機的等效電路

二、平衡三相負載： $i_a \neq 0$ 、 $i_b \neq 0$ 、 $i_c \neq 0$ 、 $i_a + i_b + i_c = 0$  (續)

- ▶ 其中的  $a$  項自感值  $L_{aa}$  顯然大於與其他兩相的互感值  $L_m$ ，我們將上式的  $L_{aa} - L_m$  定義為同步電感 (synchronous inductance) 如下

$$L_s = L_{aa} - L_m \quad (5-23)$$

$$\lambda_a = L_s i_a + \left( L_{af} \cos \frac{P}{2} \theta_m \right) I_f \quad (5-24)$$

- ▶ 其中  $L_{af}$  又稱為定子 - 轉子互感 (stator-rotor mutual inductance)。

## 5-4 同步發電機的等效電路

### 三、圓筒式同步機等效電路

- ▶ 將 (5-24) 式的  $\lambda_a$  對時間微分可得  $a$  相線圈在  $i_a \neq 0$  時的端電壓

$$v_a = R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = R_a i_a + L_s \frac{di_a}{dt} + e_f \quad (5-25)$$

$$\tilde{V}_a = R_a \tilde{I}_a + jX_s \tilde{I}_a + \tilde{E}_f \quad (5-26)$$

- ▶ 其中  $X_s = \omega_e L_s$ ，稱為同步電抗 (synchronous reactance)， $\tilde{I}_a$  為電樞  $a$  相的電流， $\tilde{V}_a$  為端電壓， $\tilde{E}_f$  為其內部的感應電動勢，而其大小為

$$E_f = \frac{\omega_e L_{af} I_f}{\sqrt{2}} \quad (5-27)$$

## 5-4 同步發電機的等效電路

### 三、圓筒式同步機等效電路(續)

▶ 其相量方程式為

$$\tilde{\mathbf{E}}_f = R_a \tilde{\mathbf{I}}_a + jX_s \tilde{\mathbf{I}}_a + \tilde{\mathbf{V}}_a \quad (5-28)$$

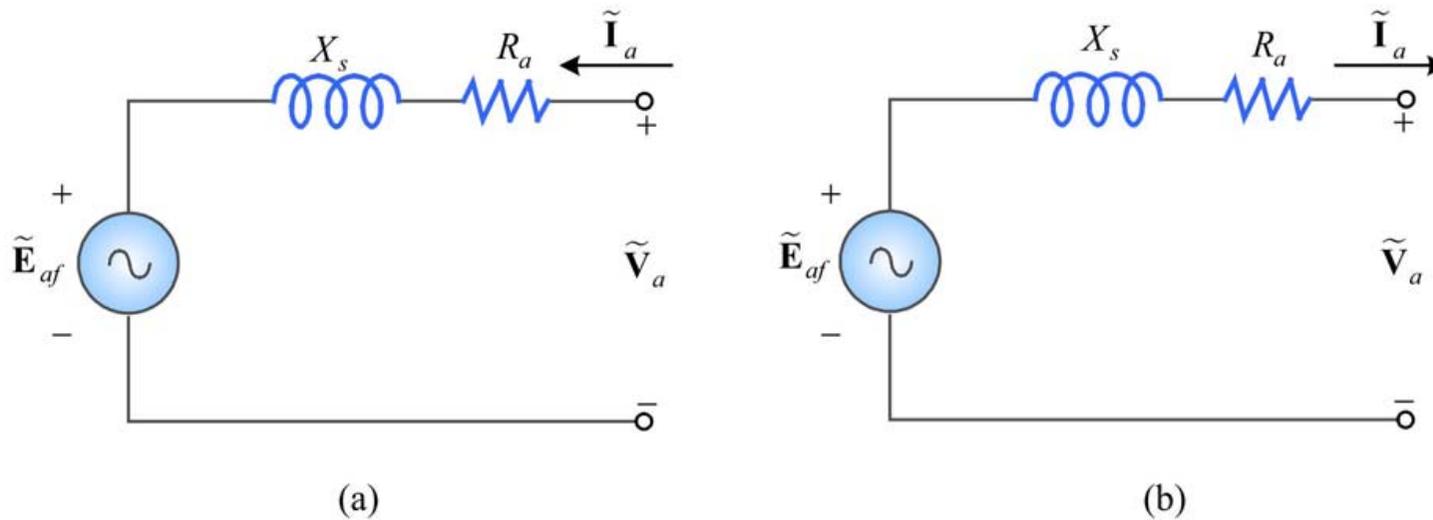


圖 5-7 圓筒式三相同步機的等效電路

## 5-4 同步發電機的等效電路

### 例 5-2

一部三相 Y 接線，220 V、45 kVA、4 極、60 Hz 汽輪發電機，同步電抗  $1.5\Omega$ ，若轉速為同步轉速，激磁電流調整至滿載時，功率因數 0.8 滯後，忽略電樞電阻  $R_a$ ，試求：滿載時感應電壓  $\tilde{E}_f$  為若干？

## 5-4 同步發電機的等效電路

**解** 額定電樞電流  $I_a$  為

$$I_a = \frac{S}{\sqrt{3}V_\ell} = \frac{45 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 220} = 118.1 \text{ A}$$

電樞為 Y 接，額定每相端電壓  $V_t$  為

$$V_t = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ V}$$

功率因數 0.8 滯後，故

$$\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ$$

滿載時感應電勢  $\tilde{\mathbf{E}}_f$  為

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}_f &= \tilde{\mathbf{V}}_t + jX_s \tilde{\mathbf{I}}_a \\ &= 127 \angle 0^\circ + j1.5 \times 118.1 \angle -36.87^\circ \\ &= 233.3 + j141.72 \\ &= 272.98 \angle 31.28^\circ \text{ V/相}\end{aligned}$$

## 5-4 同步發電機的等效電路

### Matlab

```
V_line=220;  
S=45E3; %同步發電機之發電容量  
Xs=1.5;  
pf=0.8;  
  
Ia=S/(sqrt(3)*V_line); %滿載電樞電流值  
Vt=V_line/sqrt(3); %Y 接額定相電壓  
theta=acos(pf);  
Ef=Vt+j*Xs*Ia*exp(-j*theta); %滿載感應電動勢
```

End

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 一、開路試驗

- ▶ 在額定轉速之下，當同步發電機無外接負載時，其電樞電流  $I_a = 0$ ，則從 (5-26) 與 (5-28) 式可得其電樞電壓值  $V_a$  (相電壓) 等於感應電動勢  $E_f$ 。調整磁場電流  $I_f$  可得其與  $\tilde{E}_f$  的關係曲線，稱為無載飽和曲線 (no-load saturation curve) 或稱開路特性曲線 (open circuit characteristic curve)，簡稱 OCC 曲線，如圖 5-8 所示。

$$L_{af} = \frac{\sqrt{2}E_f}{\omega_e I_f} \quad (5-29)$$

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 一、開路試驗 (續)

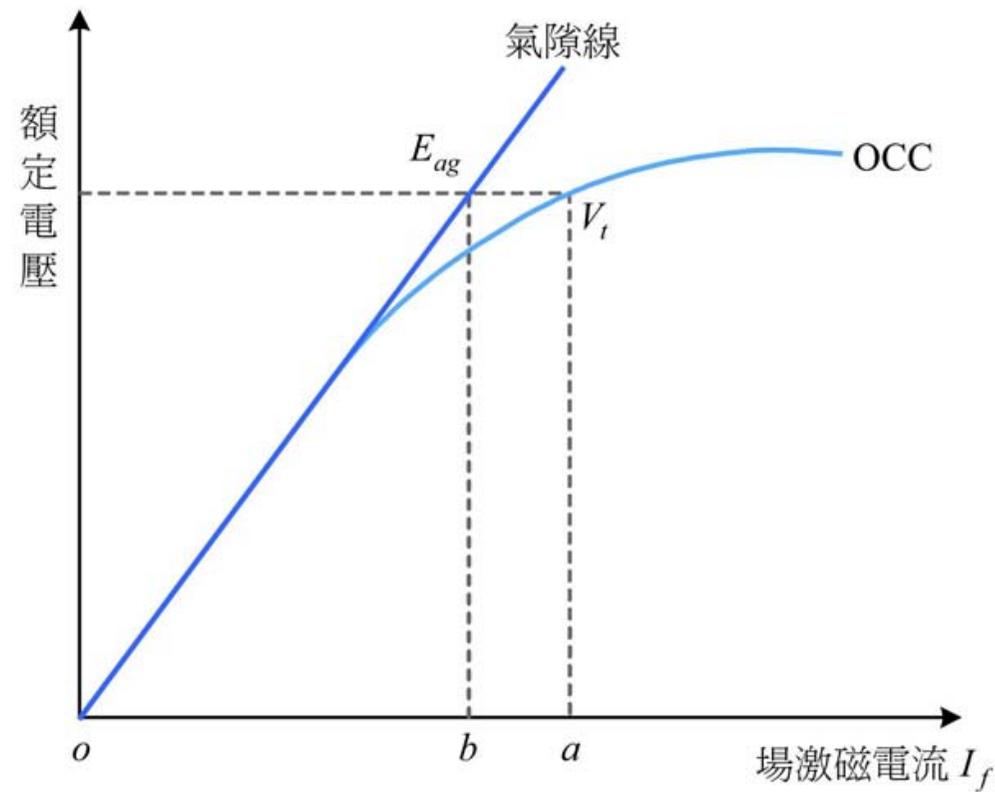


圖 5-8 開路特性曲線

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 一、開路試驗 (續)

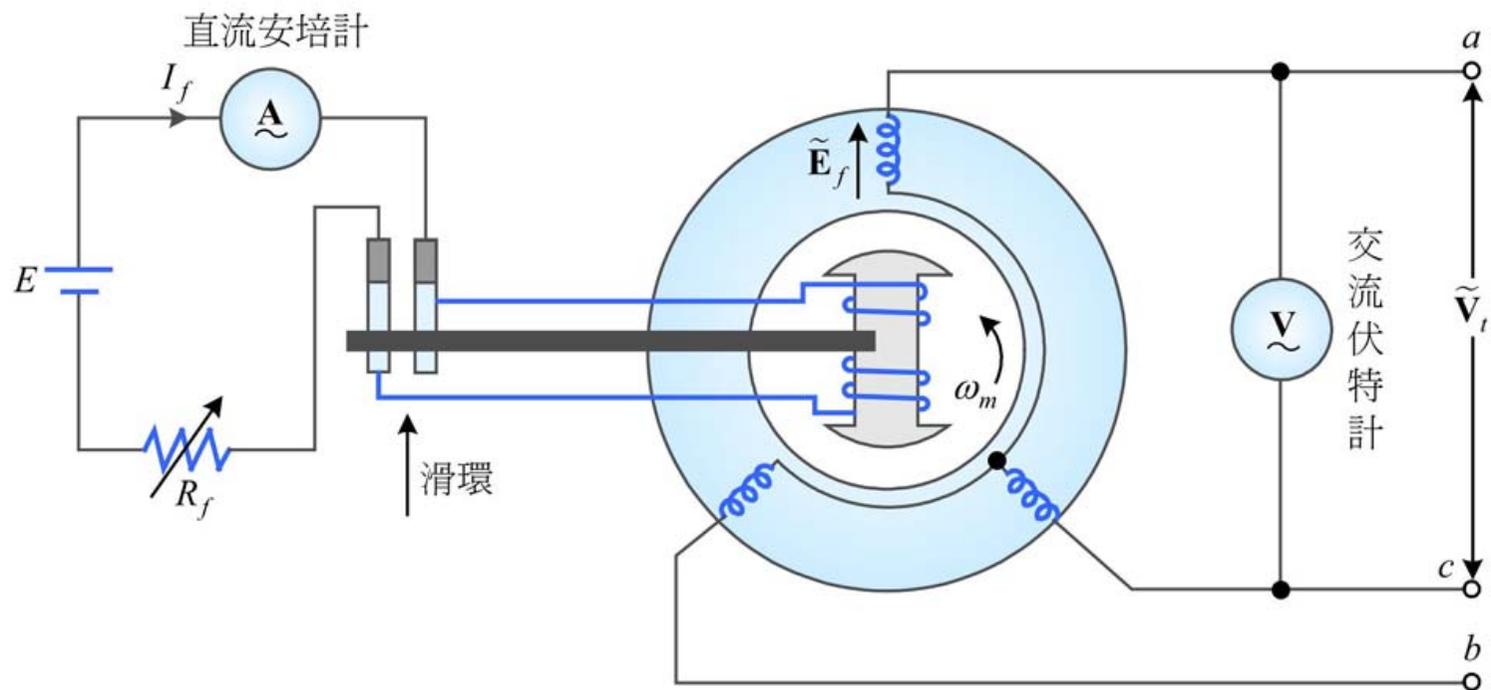


圖 5-9 同步電機開路試驗接線圖

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 二、短路試驗

- ▶ 圖5-10為同步機短路試驗接線圖，在額定轉速下將同步發電機定子線端短路，此時的等效電路如圖5-11所示，相當於(5-28)式中的  $V_a = 0$ ，故激磁電動勢  $\tilde{E}_f$  與電樞電流  $\tilde{I}_a$  的關係為

$$\tilde{E}_f \Big|_{V_a=0} = \tilde{I}_a (R_a + jX_s) \quad (5-30)$$

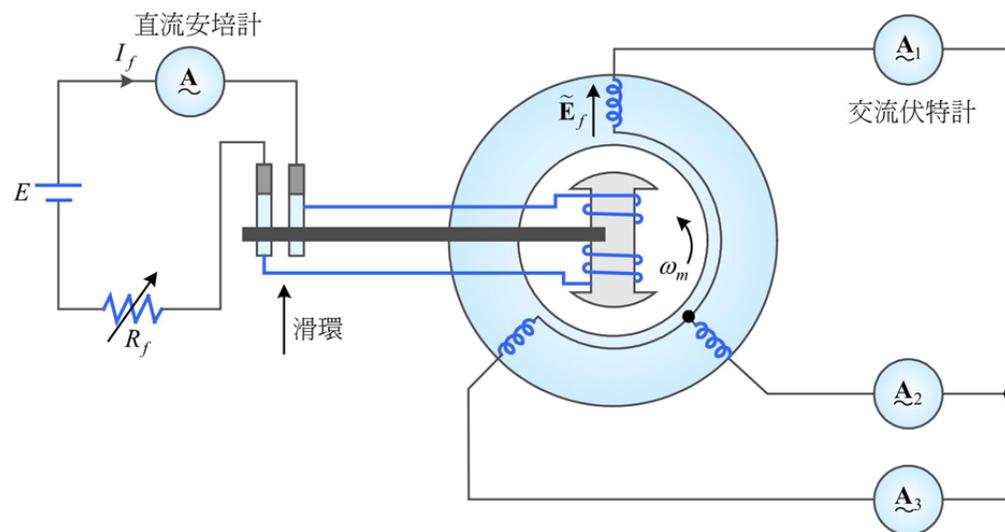


圖 5-10 同步電機短路試驗接線圖

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 二、短路試驗 (續)

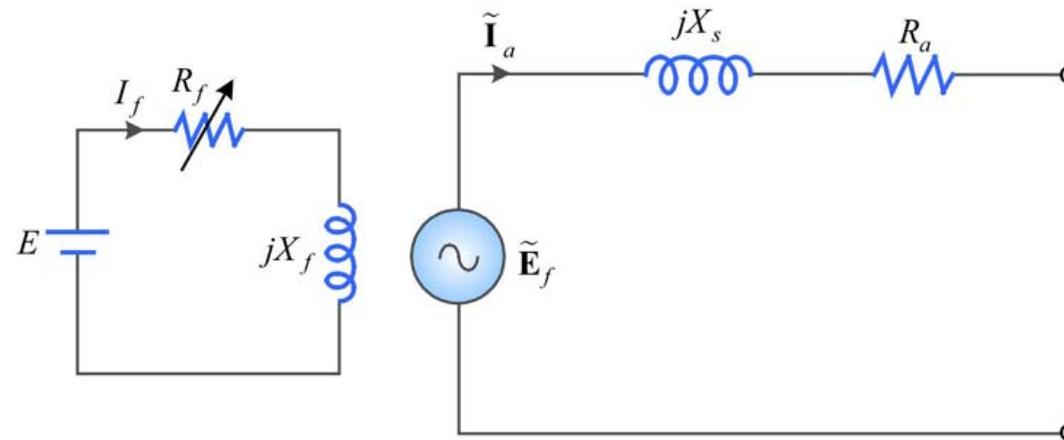


圖 5-11 同步電機短路試驗等效電路圖

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 二、短路試驗 (續)

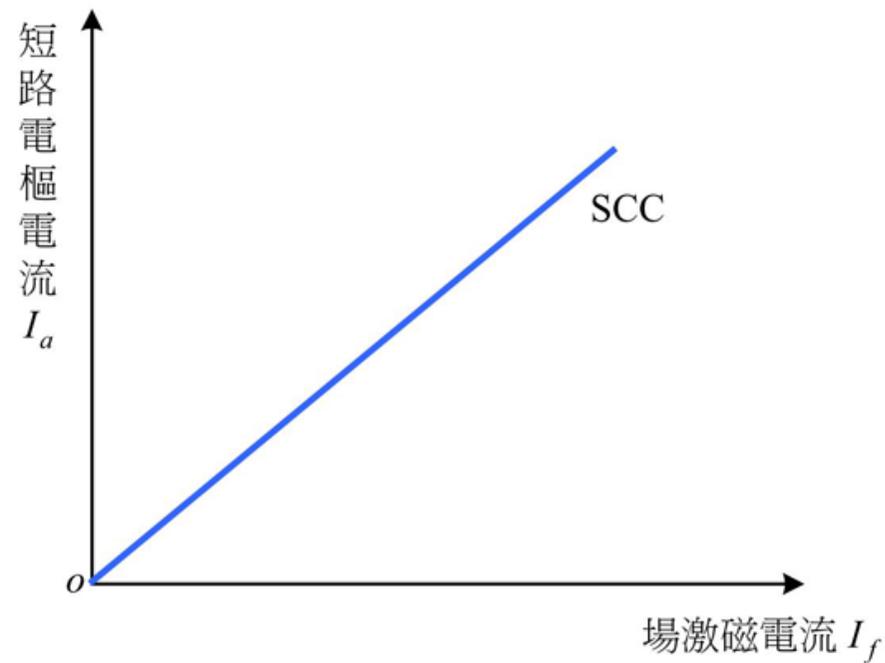


圖 5-12 同步電機短路特性曲線

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 二、短路試驗(續)

- ▶ 對於大型同步電機而言，其電樞繞組之同步電抗  $X_s$  遠大於電阻值  $R_a$ ，亦即  $X_s \gg R_a$ ，所以在進行實驗數值分析時，我們可以忽略  $R_a$ ，而將(5-30)式簡化為

$$E_f \cong X_s I_a \quad (5-31)$$

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 二、短路試驗 (續)

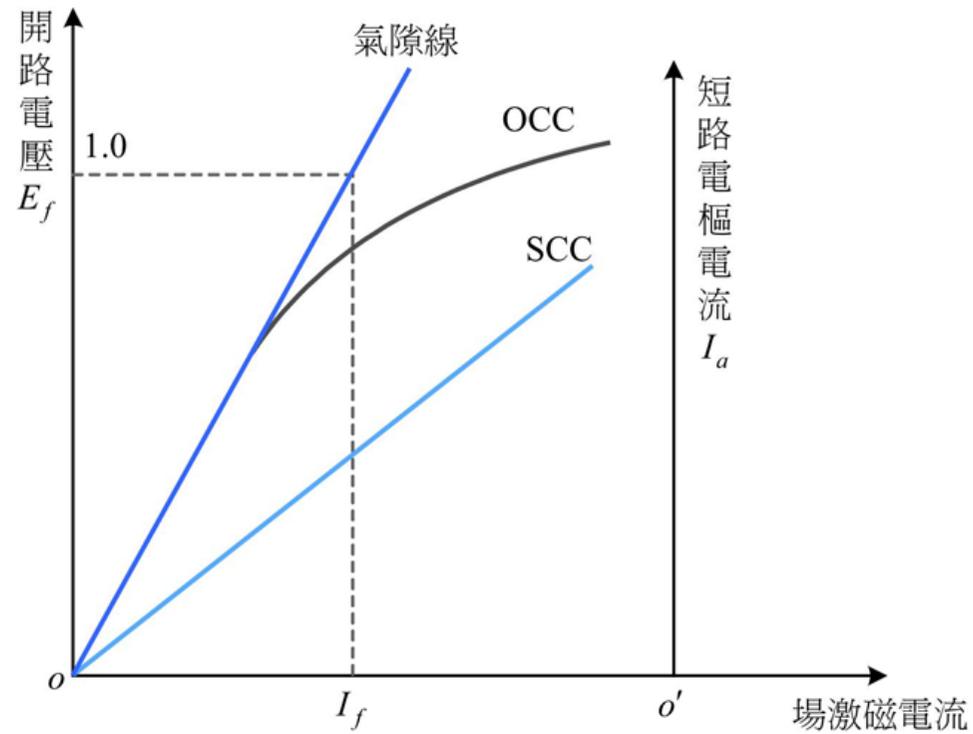


圖 5-13 同步電機開路與短路特性曲線

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 三、電樞電阻量測

1. **Y接線**：若同步電機電樞繞組為Y連接，如圖5-14所示，則利用直流壓降法所測的每相電樞電阻  $R_a$  為

$$R_a = \frac{1}{2} \left( \frac{E}{I} \right) \quad (5-32)$$

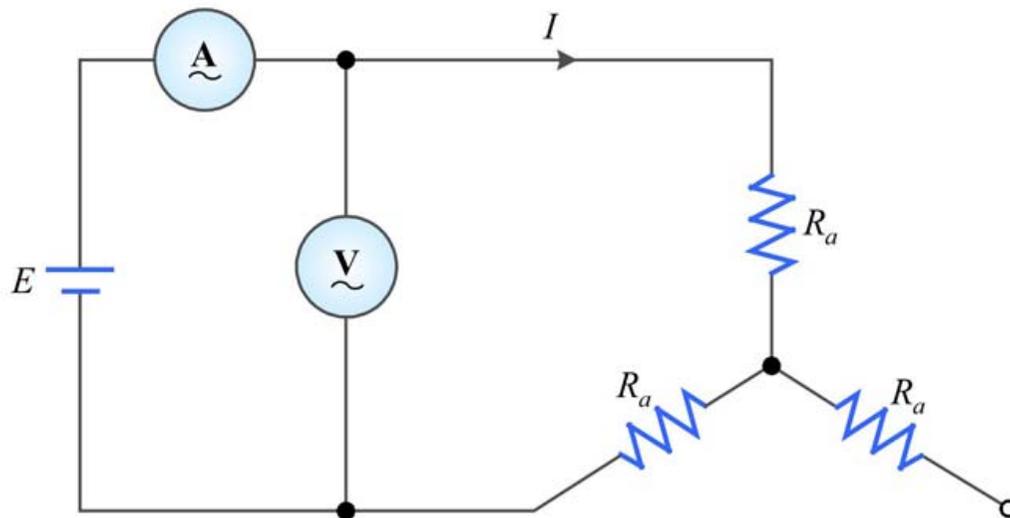


圖 5-14 電樞繞組為 Y 連接

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 三、電樞電阻量測(續)

2.  $\Delta$ 接線：若同步電機電樞繞組為  $\Delta$  連接，如圖5-15所示，則利用直流壓降法所測的每相電樞電阻  $R_a$  為

$$\therefore \frac{E}{I} = \frac{R_a \cdot 2R_a}{R_a + 2R_a} = \frac{2}{3}R_a \quad \therefore R_a = \frac{3}{2} \left( \frac{E}{I} \right) \quad (5-33)$$

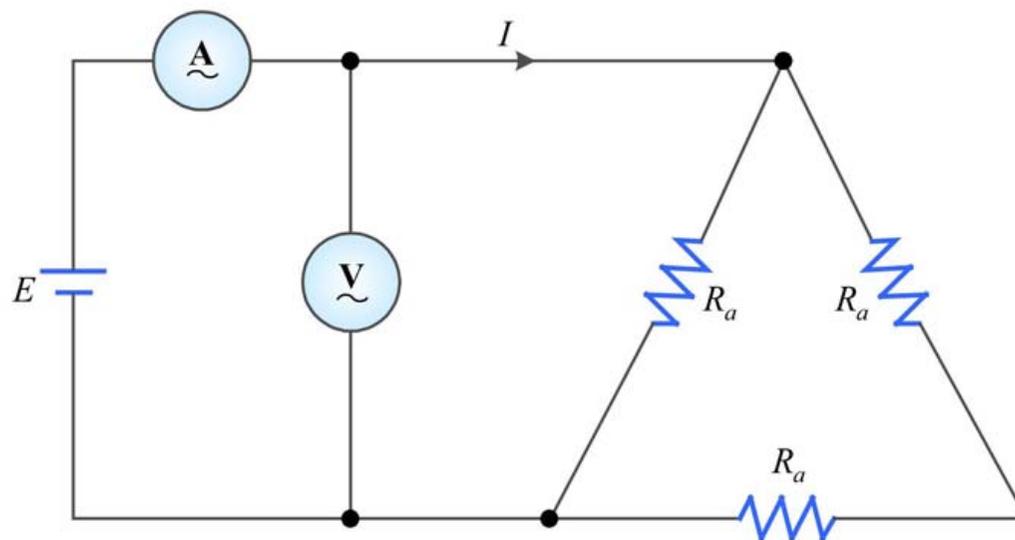


圖 5-15 電樞繞組為  $\Delta$  連接

## 5-5 開路試驗及短路試驗

### 三、電樞電阻量測 (續)

- ▶ 由於交流電流的集膚效應 (skin effect)，導致實際運轉時電樞電阻  $R_{a,ac}$  大於所測的直流電樞電阻值  $R_{a,dc}$ ，因此實際應用時常將所測直流電樞電阻乘上  $k$  值比例常數，即

$$R_{a,ac} = kR_{a,dc} \quad (5-34)$$

- ▶ 上式  $k$  值約在1.2~1.8間，在實際應用上  $k$  值常取1.5。

## 5-6 同步阻抗與短路比

- ▶ 同步阻抗  $X_s$  的計算，需在相同場激磁電流  $I_f$  下，將  $E_f$  除以  $I_a$  而得

$$X_s \approx \left. \frac{E_f}{I_a} \right|_{I_f} \quad (5-35)$$

### 一、未飽和同步阻抗

- ▶ 在短路試驗時，感應電勢  $\tilde{E}_f$  以及電樞電流  $\tilde{I}_a$  都與場激磁電流  $I_f$  成正比例變化，即短路特性線為一直線，如圖5-13所示的氣隙線及SCC曲線。

$$Z_{s,ag} = \frac{E_{f,ag}}{I_a} \Omega / \text{相} \quad (5-36)$$

- ▶ 式中  $I_a$ ：額定電樞電流  
 $E_{f,ag}$ ：額定電樞電流  $I_a$  之激磁電流  $I_f$  所對應的氣隙電壓。

## 5-6 同步阻抗與短路比

### 一、未飽和同步阻抗 (續)

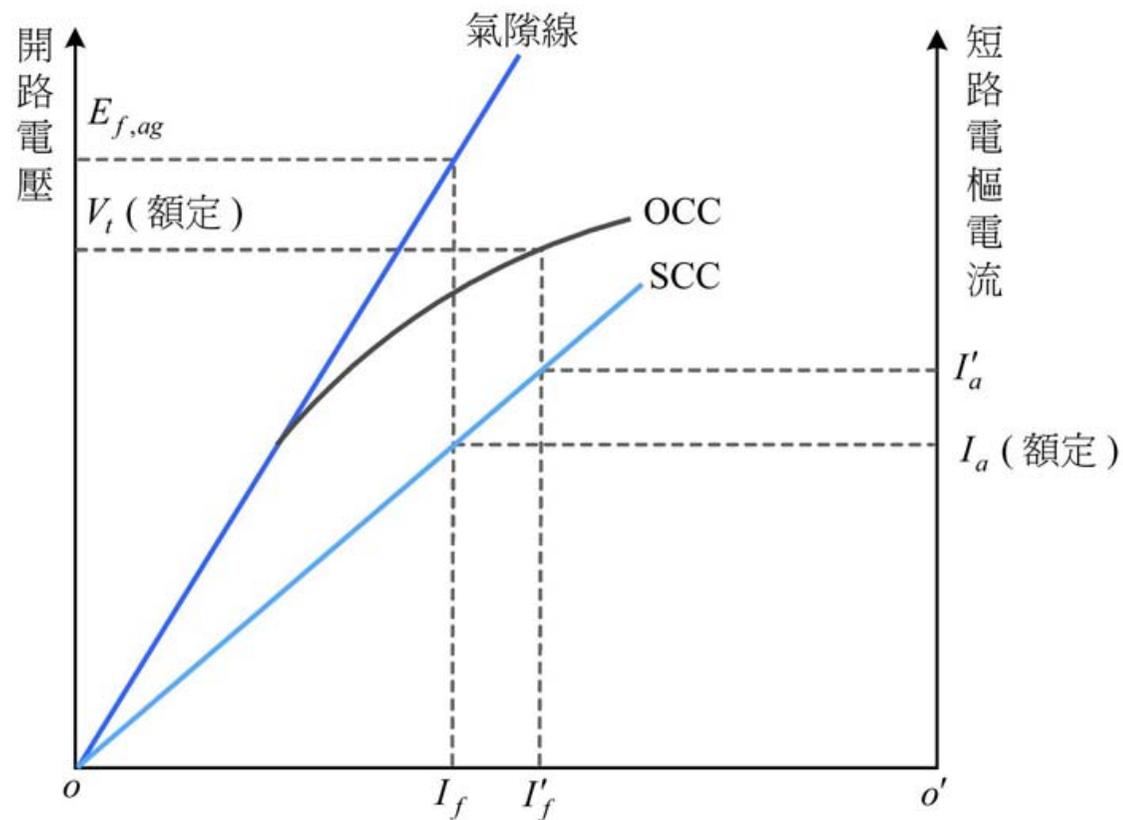


圖 5-16 由開路及短路特性求同步阻抗

## 5-6 同步阻抗與短路比

### 二、飽和同步阻抗

- ▶ 同步發電機在額定電壓運轉時均已在飽和狀態，飽和鐵心磁通隨磁勢增加而呈緩慢的變化，故由 (5-36) 式所求的同步阻抗值必有誤差。

$$Z_s = \frac{V_t}{I'_a} \Omega / \text{相} \quad (5-37)$$

- ▶ 式中  $V_t$ ：每相額定端電壓  
 $I'_a$ ：額定電壓  $V_t$  之場激磁電流  $I'_f$  所對應的電樞短路電流。

## 5-6 同步阻抗與短路比

### 三、短路比

$$\text{SCR} = \frac{\text{開路時產生額定電壓 } V_t \text{ 的場電流}}{\text{短路時產生額定電樞電流 } I_a \text{ 的場電流}} = \frac{I'_f}{I_f} \quad (5-38)$$

$$Z_{s, p\mu} = \frac{Z_s}{Z_{s, base}} = \frac{V_t / I'_a}{V_t / I_a} = \frac{I_a}{I'_a} = \frac{I_f}{I'_f} = \frac{1}{\text{SCR}} \quad (5-39)$$

$$\text{SCR} = \frac{1}{Z_{s, p\mu}} = \frac{I'_f}{I_f} \quad (5-40)$$

- ▶ 短路比對同步發電機的電壓變動率和磁場設計有很大的關係，短路比小的電機，其同步阻抗和電樞反應均大，氣隙窄，磁極磁勢小，為電樞安匝多的電機，即銅量使用較多。
- ▶ 反之，短路比大而同步阻抗小的電機，其氣隙寬，磁極磁勢大，電樞反應小，是使用鐵量較多的電機。

## 5-6 同步阻抗與短路比

### 例 5-3

一部 45 kVA，220 V，4 極，60 Hz，Y 連接三相同步發電機，其開路試驗與短路試驗所得數據如下：

開路試驗		短路試驗	
OCC 曲線	線電壓 = 220 V	SCC 曲線	電樞電流 = 150 A
	場電流 = 2.8 A		場電流 = 2.8 A
氣隙線	線電壓 = 200 V		電樞電流 = 118 A
	場電流 = 2.2 A		場電流 = 2.2 A

試求：(1) 未飽和同步阻抗？(2) 在額定電壓時的飽和同步阻抗？(3) 短路比？

## 5-6 同步阻抗與短路比

**解** (1) 在場電流  $I_f = 2.2 \text{ A}$  時，氣隙線每相氣隙電壓  $E_{f,ag} = 200/\sqrt{3} = 115.5 \text{ V}$ 。在相同場電流時 SCC 曲線的電樞電流  $I_a = 118 \text{ A}$ ，故每相未飽和同步阻抗  $Z_{s,ag}$  為

$$Z_{s,ag} = \frac{E_{f,ag}}{I_a} = \frac{115.5}{118} = 0.979 \Omega / \text{相}$$

(2) 在場電流  $I_f = 2.8 \text{ A}$  時，由 OCC 曲線可得額定端電壓  $V_t = 220/\sqrt{3} = 127 \text{ V}$ ，且在相同的場電流時，由 SCC 曲線得電樞電流  $I_a = 150 \text{ A}$ ，故每相飽和同步阻抗  $Z_s$  為

$$Z_s = \frac{V_t}{I_a} = \frac{127}{150} = 0.847 \Omega / \text{相}$$

## 5-6 同步阻抗與短路比

(3) 短路比  $SCR = \frac{I'_f}{I_f} = \frac{2.8}{2.2} = 1.27$

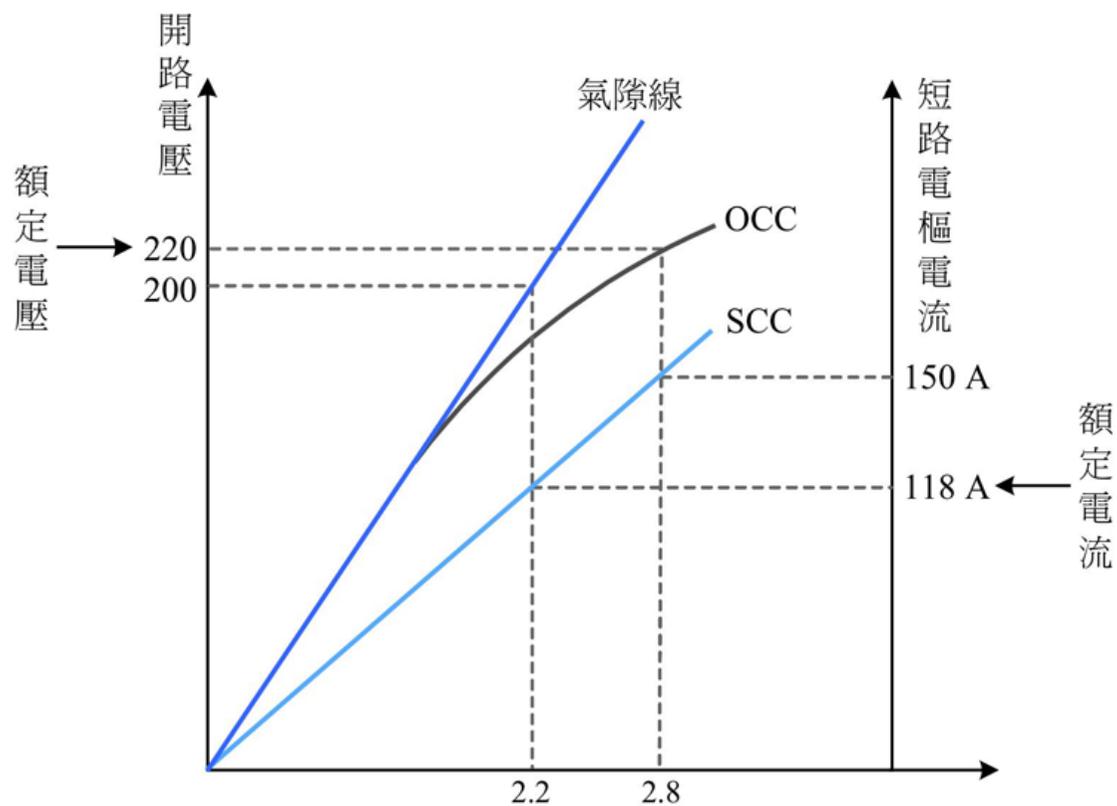


圖 5-17 例 5-3 之開路與短路試驗

## 5-6 同步阻抗與短路比

### Matlab

```
%OCC 曲線-開路試驗
V_line=220;
If_occ=2.8;

%氣隙線-開路試驗
V_ag=200;
If_ag=2.2;

%SCC 曲線-短路試驗

Ia1_scc=150;
If1_scc=2.8;

Ia2_scc=118;
If2_scc=2.2;

%(1) 場電流 If=2.2A
Ef_ag=V_ag/sqrt(3);
Zs_ag=Ef_ag/Ia2_scc;

%(2) 場電流 If=2.8A
Vt=V_line/sqrt(3);
Zs=Vt/Ia1_scc;

%(3) 短路比
SCR=If1_scc/If2_scc;
```

%Y 接，每相氣隙電壓-SCC 曲線，場電流 If=2.2A  
%未飽和同步阻抗 (取場電流 If2\_scc=2.2A 時之短路電樞電流 Ia2\_scc)

%Y 接，額定相電壓-OCC 曲線，場電流 If=2.8A  
%飽和同步阻抗 (取場電流 If1\_scc=2.8A 時之短路電樞電流 Ia1\_scc)

End

## 5-6 同步阻抗與短路比

### 例 5-4

一部同步發電機，其額定值及開路試驗與短路試驗結果同例 5-3，試以電機的額定為基準值，改用標么值計算其結果。

**解** 以電機每相額定容量與電壓為基值，故電壓基值  $V_{base} = 220/\sqrt{3} = 127 \text{ V}$ ，容量基值為  $S_{base} = 45/3 = 15 \text{ kVA}$ ，則電流基值  $I_{base}$  為

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} = \frac{15 \times 10^3}{127} = 118 \text{ A}$$

$$\text{阻抗基值 } Z_{base} = \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} = \frac{(127)^2}{15 \times 10^3} = 1.076 \Omega$$

## 5-6 同步阻抗與短路比

(1) 求未飽和同步阻抗

$$\text{氣隙電壓 } E_{f,ag(p\mu)} = \frac{E_{f,ag}}{V_{base}} = \frac{115.5}{127} = 0.91 \text{ p}\mu$$

$$\text{電樞電流 } I_{a(p\mu)} = \frac{I_a}{I_{base}} = \frac{118}{118} = 1.0 \text{ p}\mu$$

$$\text{同步阻抗 } Z_{s,ag(p\mu)} = \frac{E_{f,ag(p\mu)}}{I_{a(p\mu)}} = \frac{0.91}{1.0} = 0.91 \text{ p}\mu$$

$$\begin{aligned} \text{同步阻抗實際值 } Z_{s,ag} &= Z_{s,ag(p\mu)} \times Z_{base} \\ &= 0.91 \times 1.076 = 0.979\Omega / \text{相} \end{aligned}$$

## 5-6 同步阻抗與短路比

(2) 求飽和同步阻抗

$$V_{t(p\mu)} = \frac{V_t}{V_{base}} = \frac{127}{127} = 1.0 \text{ p}\mu$$

$$I'_{a(p\mu)} = \frac{I'_a}{I_{base}} = \frac{150}{118} = 1.27 \text{ p}\mu$$

$$Z_{s(p\mu)} = \frac{V_{t(p\mu)}}{I'_{a(p\mu)}} = \frac{1.0}{1.27} = 0.787 \text{ p}\mu$$

$$\begin{aligned} \text{同步阻抗實際值為 } Z_s &= Z_{s(p\mu)} \times Z_{base} = 0.787 \times 1.076 \\ &= 0.847 \Omega / \text{相} \end{aligned}$$

(3) 短路比 SCR 為

$$\text{SCR} = \frac{1}{Z_{s(p\mu)}} = \frac{1}{0.787} = 1.27$$

## 5-6 同步阻抗與短路比

### Matlab

```
V_line=220; %Y 接，線電壓
S_3phase=45E3; %三相發電容量
V_base=V_line/sqrt(3); %每相之電壓基值
I_base=S_3phase/(sqrt(3)*V_line); %每相之電流基值
Z_base=V_base/I_base; %阻抗基值

%OCC 曲線-開路試驗
    V_line=220;
    If_occ=2.8;

%氣隙線-開路試驗
    V_ag=200;
    If_ag=2.2;

%SCC 曲線-短路試驗
    Ia1_scc=150;
    If1_scc=2.8;
    Ia2_scc=118;
    If2_scc=2.2;
```

## 5-6 同步阻抗與短路比

```
% (1) 場電流 If=2.2A
Ef_ag=V_ag/sqrt(3);          %Y 接，每相氣隙電壓-SCC 曲線，場電流
                              If=2.2A

Ef_ag_pu=Ef_ag/V_base;
Ia_pu=Ia2_scc/I_base;
Zs_ag_pu=Ef_ag_pu/Ia_pu;
Zs_ag=Zs_ag_pu*Z_base;      %未飽和同步阻抗

% (2) 場電流 If=2.8A
Vt=V_line/sqrt(3);          %Y 接，額定相電壓-OCC 曲線，場電流
                              If=2.8A

Vt_pu=Vt/V_base;
Ia1_scc_pu=Ia1_scc/I_base;
Zs_pu=Vt_pu/Ia1_scc_pu;
Zs=Zs_pu*Z_base;           %飽和同步阻抗

% (3) 短路比
SCR=1/Zs_pu;
```

End

## 5-6 同步阻抗與短路比

### 例 5-5

一部三相 200 kVA、440 V、60 Hz、Y 接同步發電機，其試驗結果如下：

開路試驗：線電壓 = 480 V，場電流 = 6 A

短路試驗：電樞電流 = 300 A，場電流 = 6 A

電樞電阻試驗： $V_{DC} = 10\text{ V}$ ， $I_{DC} = 25\text{ A}$

試求該電機：(1) 電樞電阻；(2) 同步阻抗；(3) 同步電抗。

## 5-6 同步阻抗與短路比

**解** (1) 發電機採 Y 接，所以電樞電阻為

$$R_a = \frac{1}{2} \times \frac{V_{DC}}{I_{DC}} = \frac{1}{2} \times \frac{10}{25} = 0.2 \Omega / \text{相}$$

(2) 同步阻抗為

$$Z_s = \frac{V_t}{I'_a} = \frac{V_\ell / \sqrt{3}}{I'_a} = \frac{480 / \sqrt{3}}{300} = 0.924 \Omega / \text{相}$$

(3) 同步電抗為

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_a^2} = \sqrt{0.924^2 - 0.2^2} = 0.902 \Omega / \text{相}$$

**End**

## 5-7 穩態運轉特性

### 一、電壓調整率

$$\tilde{\mathbf{E}}_f = R_a \tilde{\mathbf{I}}_a + jX_s \tilde{\mathbf{I}}_a + \tilde{\mathbf{V}}_t \quad (5-41)$$

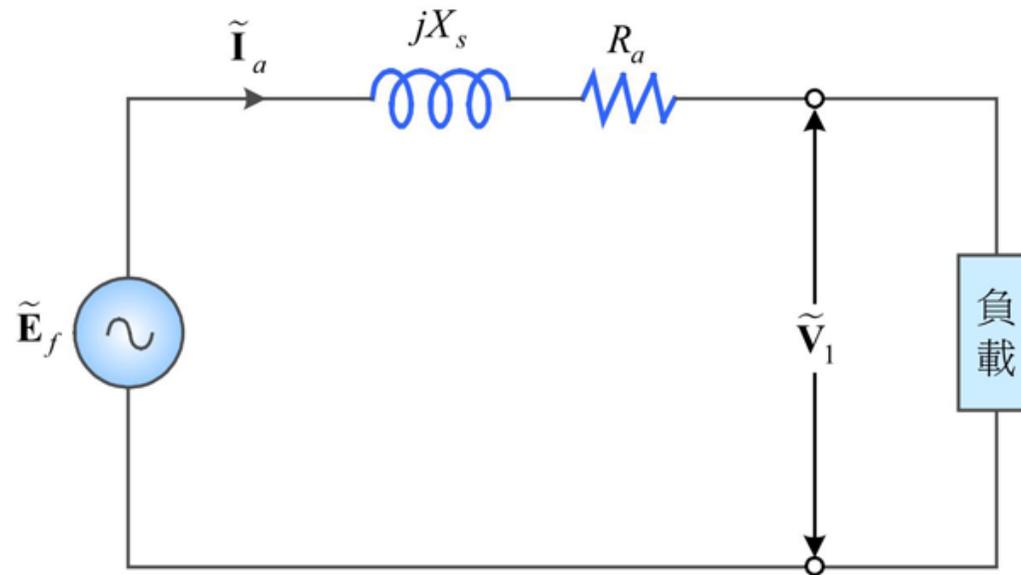


圖 5-18 發電機接上負載等效電路

## 5-7 穩態運轉特性

### 一、電壓調整率 (續)

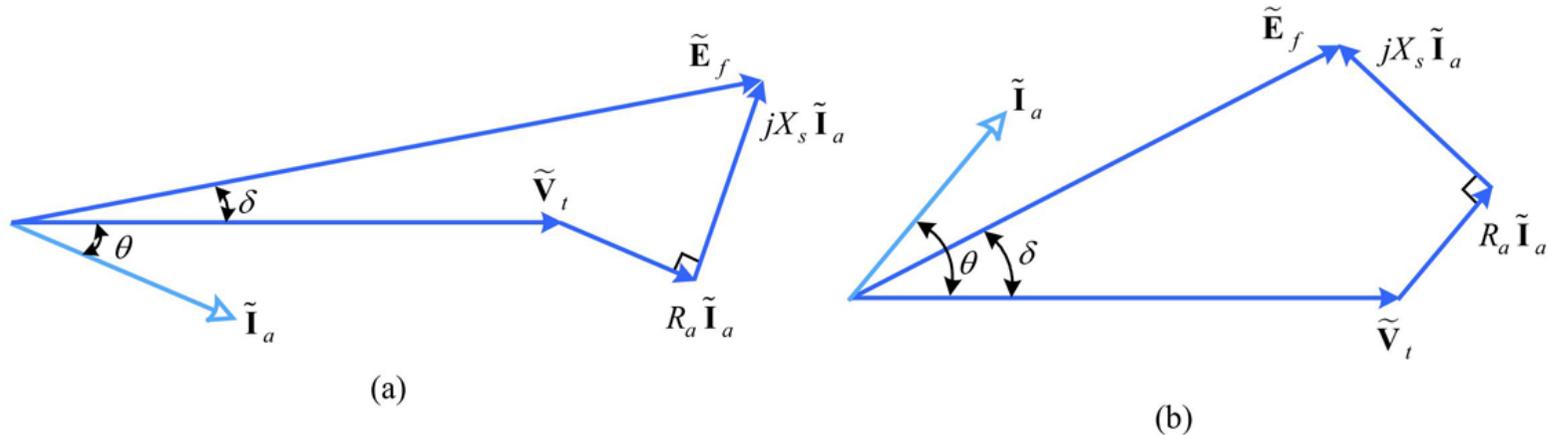


圖 5-19 同步發電機之電壓 - 電流相量圖

$$VR(\%) = \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100\% \quad (5-42)$$

- ▶ 式中  $V_{NL}$  : 同步發電機無載端電壓
- $V_{FL}$  : 同步發電機滿載端電壓

## 5-7 穩態運轉特性

### 例 5-6

一部 1000 kVA、4600 V、Y 連接，三相同步發電機，其電樞電阻  $R_a = 2\Omega/\text{相}$ ，同步電抗  $X_s = 20\Omega/\text{相}$ ，在下列三種情況下，試求該發電機的電壓調整率各為若干？(1) 功率因數為 1.0；(2) 功率因數為 0.8 滯後；(3) 功率因數為 0.8 領先。

**解** 發電機每相端電壓  $V_t$ ，則

$$V_t = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{4600}{\sqrt{3}} = 2656 \text{ V}$$

滿載時電樞電流  $I_a$  為

$$I_a = \frac{S}{\sqrt{3}V_\ell} = \frac{1000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 4600} = 125.5 \text{ A}$$

## 5-7 穩態運轉特性

(1)  $\cos \theta = 1.0$  時， $\theta = \cos^{-1} 1 = 0^\circ$ ，如以  $\tilde{\mathbf{V}}_t$  為參考軸可得

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}_f &= \tilde{\mathbf{V}}_t + \tilde{\mathbf{I}}_a(R_a + jX_s) \\ &= 2656 + 125.5(2 + j20) \\ &= 2907 + j2510 \\ &= 3840.7 \angle 40.8^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

電壓調整率

$$\begin{aligned}VR(\%) &= \frac{E_f - V_t}{V_t} \times 100\% \\ &= \frac{3840.7 - 2656}{2656} \times 100\% = 44.6\%\end{aligned}$$

## 5-7 穩態運轉特性

(2)  $\cos \theta = 0.8$  滯後， $\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ$ ，如以  $\tilde{\mathbf{V}}_t$  為參考軸可得

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}_f &= \tilde{\mathbf{V}}_t + \tilde{\mathbf{I}}_a (R_a + jX_s) \\ &= 2656 + 125.5 \angle -36.87^\circ (2 + j20) \\ &= 2656 + 2511 \angle 47.42^\circ \\ &= 4363 + j1858 \\ &= 4741.8 \angle 23^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

電壓調整率

$$\begin{aligned}VR(\%) &= \frac{E_f - V_t}{V_t} \times 100\% \\ &= \frac{4741.8 - 2656}{2656} \times 100\% = 78.54\%\end{aligned}$$

## 5-7 穩態運轉特性

(3)  $\cos \theta = 0.8$  領先， $\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ$ ，如以  $\tilde{\mathbf{V}}_t$  為參考軸可得

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}_f &= \tilde{\mathbf{V}}_t + \tilde{\mathbf{I}}_a (R_a + jX_s) \\ &= 2656 + 125.5 \angle 36.87^\circ (2 + j20) \\ &= 2656 + 2511 \angle 121.16^\circ \\ &= 1350.5 + j2158.8 \\ &= 2546.4 \angle 57.97^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

電壓調整率

$$\begin{aligned}VR(\%) &= \frac{E_f - V_t}{V_t} \times 100\% \\ &= \frac{2546.4 - 2656}{2656} \times 100\% = -41.2\%\end{aligned}$$

由此例題得知，在負載功率因數滯後時的感應電勢最大，電壓調整率亦為最大，其次為單位功率因數，而功率因數領先者感應電勢為最小，電壓調整率甚至為負值。

## 5-7 穩態運轉特性

### Matlab

```
S=1000E3; %三相同步機之發電容量
Vl=4600; %Y 連接之線電壓額定值
Ra=2;
Xs=20;

Vt=Vl/sqrt(3); %相電壓額定值
Ia=S/(sqrt(3)*Vl); %電樞電流額定值

%(1)
pf_1=1.0;
theta_1=acos(pf_1);
Ia_1=Ia*exp(j*theta_1);
Ef_1=Vt+Ia_1*(Ra+j*Xs);
VR_1=(abs(Ef_1)-Vt)/Vt; %電壓調整率

%(2)
pf_2=0.8;
theta_2=acos(pf_2);
Ia_2=Ia*exp(-j*theta_2);
Ef_2=Vt+Ia_2*(Ra+j*Xs);
VR_2=(abs(Ef_2)-Vt)/Vt; %電壓調整率

%(3)
pf_3=0.8;
theta_3=acos(pf_3);
Ia_3=Ia*exp(j*theta_3);
Ef_3=Vt+Ia_3*(Ra+j*Xs);
VR_3=(abs(Ef_3)-Vt)/Vt; %電壓調整率
```

End

## 5-7 穩態運轉特性

### 二、伏 - 安特性曲線

- ▶ 考慮大型同步發電機 ( $X_s \gg R_a$ ) 運轉情形，其端電壓與負載電流方程式可表為

$$\tilde{V}_t = \tilde{E}_f - jX_s \tilde{I}_a \quad (5-43)$$

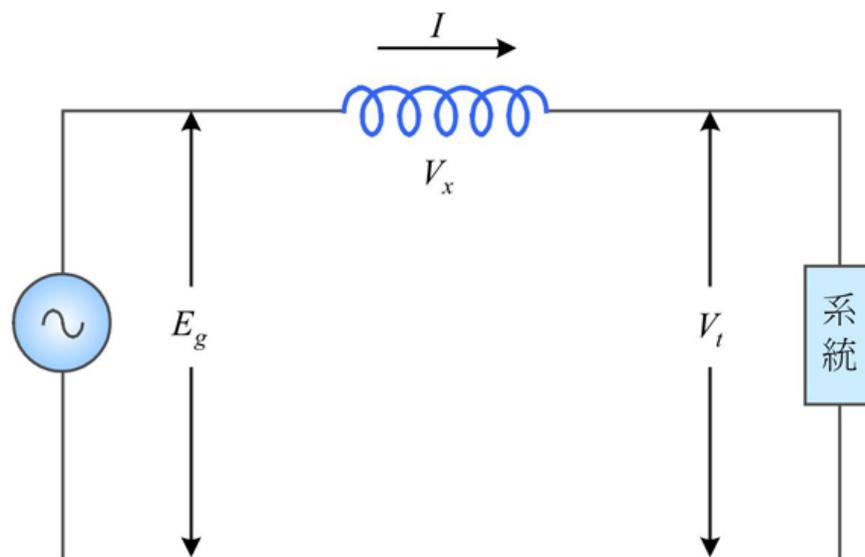


圖 5-20 大型同步發電機之等效電路

## 5-7 穩態運轉特性

### 二、伏 - 安特性曲線 (續)

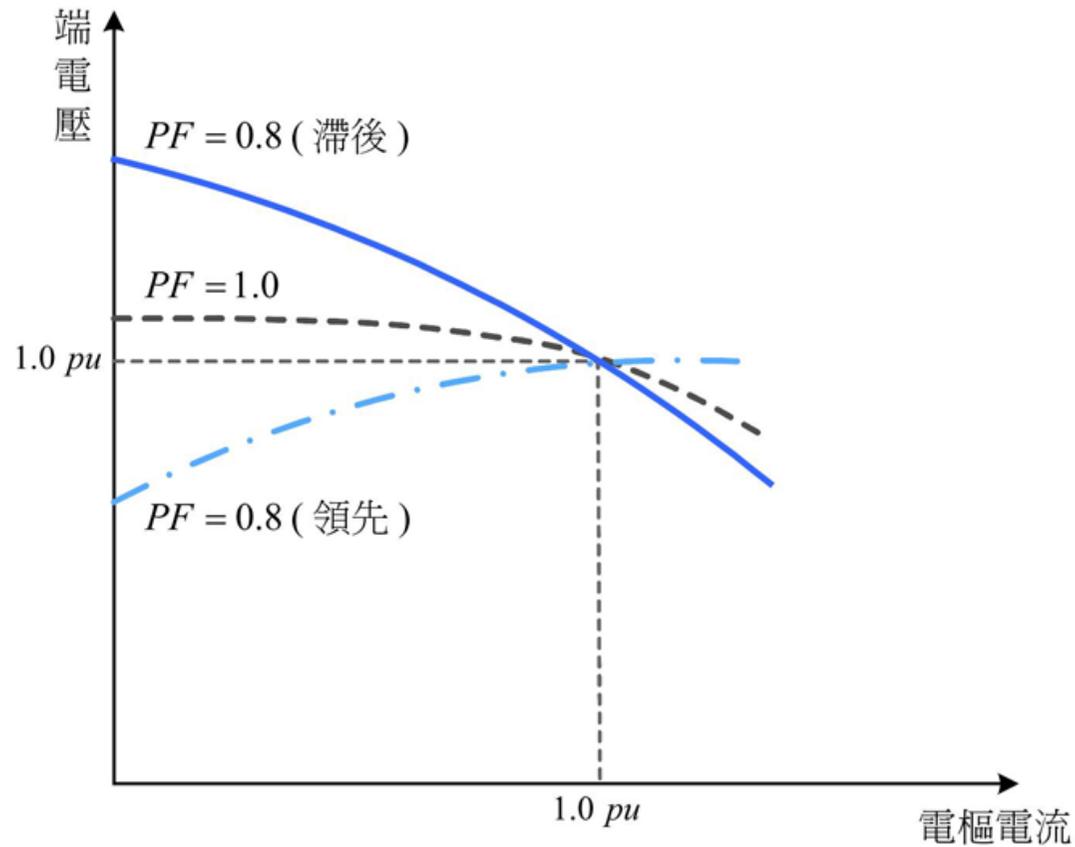


圖 5-21 場激磁電流  $I_f$  不變時，發電機之伏安特性曲線

# 5-7 穩態運轉特性

## 二、伏 - 安特性曲線 (續)

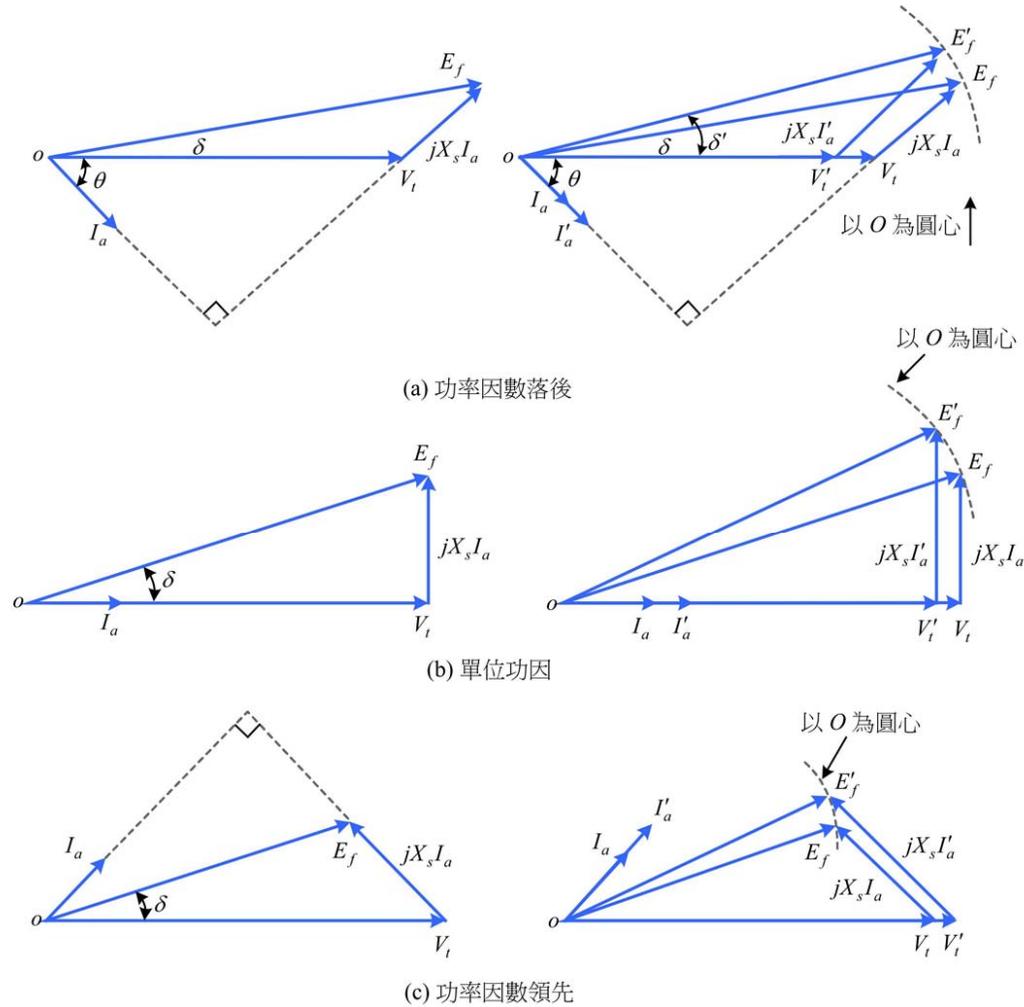


圖 5-22 功率因數不變，增加發電機負載對端電壓之效應

## 5-7 穩態運轉特性

### 三、功率角

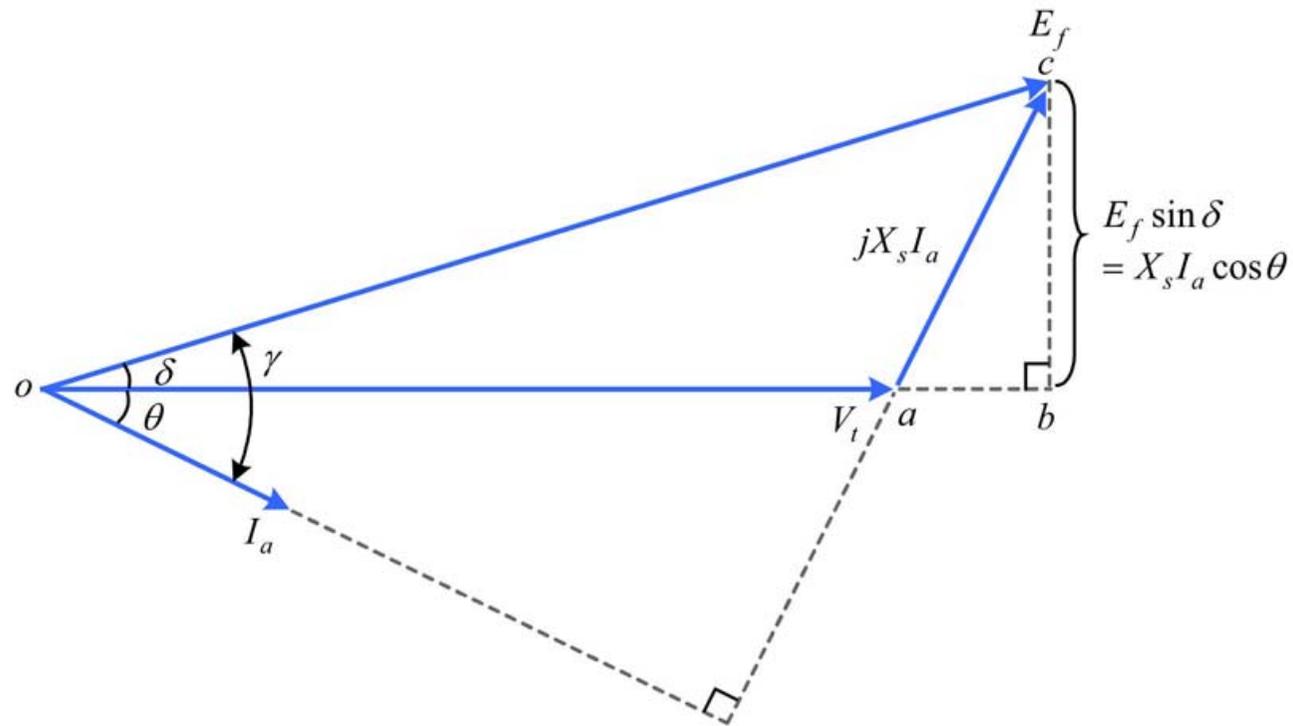


圖 5-23 忽略電樞電阻的簡化相量圖

## 5-7 穩態運轉特性

### 三、功率角 (續)

- ▶ 端電壓  $\tilde{V}_t$  與感應電勢  $\tilde{E}_f$  間的相位角  $\delta$ ，稱為功率角 (power angle) 或轉矩角 (torque angle)，可用來計算發電機功率或轉矩有關的角度。而端電壓  $\tilde{V}_t$  與電樞電流  $\tilde{I}_a$  間的相位角  $\theta$ ，稱為功率因數角，視負載性質而決定。

$$P_{3\phi} = 3V_t I_a \cos \theta \quad (5-44)$$

$$P_{3\phi} = 3 \frac{E_f V_t}{X_s} \sin \delta \quad (5-46)$$

$$P_{3\phi, \max} = 3 \frac{E_f V_t}{X_s} \quad (5-47)$$

$$T_{\max} = \frac{P_{3\phi, \max}}{\omega_s} = 3 \frac{E_f V_t}{\omega_s X_s} \quad (5-48)$$

## 5-7 穩態運轉特性

### 三、功率角 (續)

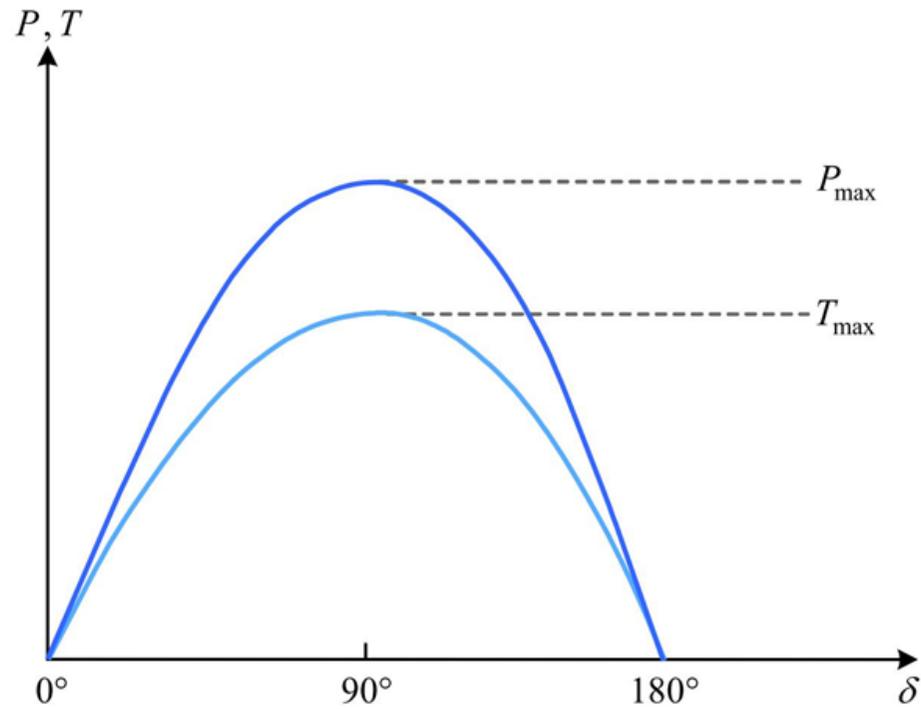


圖 5-24 功率 - 角度曲線和轉矩 - 角度曲線

## 5-7 穩態運轉特性

### 例 5-7

一部三相同步發電機，其額定值為 1750 kVA、2300 V、2 極、60 Hz、Y 連接，每相同步電抗  $X_s = 2.8\Omega$ ，若忽略電樞電阻，負載功率因數為 1，試求：

- (1)  $\delta = 15^\circ$  時的輸出功率為多少？
- (2) 發電機的最大輸出功率為若干？
- (3) 發電機的最大感應轉矩為若干？

## 5-7 穩態運轉特性

**解** 電機為 Y 接線，每相輸出端電壓  $V_t$  為

$$V_t = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{2300}{\sqrt{3}} = 1328 \text{ V}$$

$$I_a = \frac{S_{3\phi}}{\sqrt{3}V_\ell} = \frac{1750 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 2300} = 439.3 \text{ A}$$

$$\because \cos\theta = 1, \theta = \cos^{-1} 1 = 0^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \tilde{\mathbf{E}}_f &= \tilde{\mathbf{V}}_t + jX_s \tilde{\mathbf{I}}_a = 1328 + j2.8 \times 439.3 \angle 0^\circ \\ &= 1328 + j1230 = 1810 \angle 42.81^\circ\end{aligned}$$

$$(1) P_{3\phi} = 3 \frac{E_f V_t}{X_s} \sin \delta = 3 \frac{1810 \times 1328}{2.8} \sin 15^\circ = 666.55 \text{ kW}$$

$$(2) P_{3\phi, \max} = 3 \frac{E_f V_t}{X_s} = 3 \frac{1810 \times 1328}{2.8} = 2575.37 \text{ kW}$$

$$(3) T_{\max} = \frac{P_{3\phi, \max}}{\omega_s} = \frac{P_{3\phi, \max}}{\frac{2}{P} \times 2\pi f} = \frac{2575.37 \times 10^3}{\frac{2}{2} \times 2\pi \times 60}$$

$$= 6831.36 \text{ 牛頓} \cdot \text{米}$$

End

## 5-7 穩態運轉特性

### 例 5-8

一部 1500 kVA、6600 V、60 Hz、4 極、Y 接三相同步發電機，同步電抗標么值為  $X_s = 0.2 \text{ pu}$ ，電樞電阻忽略，若在滿載且功率因數為 0.8 滯後情況下運轉，試求：

- (1) 同步電抗為多少歐姆？
- (2) 滿載時感應電勢  $E_f$  為多少？又功率角為多少？
- (3) 發電機損失忽略不計，在滿載時原動機的驅動轉矩為多少？

**解** (1) 以電機電壓及容量為基值，因此電壓基值  $V_{base} = 6600 \text{ V}$ ，容量基值  $S_{base} = 1500 \text{ kVA}$ ，則阻抗基值  $Z_{base}$  為

$$Z_{base} = \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} = \frac{(6600)^2}{1500 \times 10^3} = 29.04 \Omega$$

$$\text{故 } X_s = X_{s(p\mu)} \cdot Z_{base} = 0.2 \times 29.04 = 5.81 \Omega$$

## 5-7 穩態運轉特性

(2) 額定電樞電流  $I_a$

$$I_a = \frac{S_{3\phi}}{\sqrt{3}V_\ell} = \frac{1500 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6600} = 131.22 \text{ A}$$

$$V_t = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{6600}{\sqrt{3}} = 3810 \text{ V}$$

$$\because \cos\theta = 0.8 \text{ 滯後}, \theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \tilde{\mathbf{E}}_f &= \tilde{\mathbf{V}}_t + jX_s \tilde{\mathbf{I}}_a = 3810 + j5.81 \times 131.22 \angle -36.87^\circ \\ &= 3810 + 762.39 \angle 53.13^\circ = 4267.2 + j609.9 \\ &= 4310.6 \angle 8.13^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

$$\because P_{3\phi} = S_{3\phi} \cos\theta = 1500 \times 0.8 = 1200 \text{ kW}$$

$$\therefore \delta = \sin^{-1} \left( \frac{P_{3\phi} X_s}{3E_f V_t} \right) = \sin^{-1} \left( \frac{1200 \times 10^3 \times 5.81}{3 \times 4310.6 \times 3810} \right) = 8.135^\circ$$

(3) 原動機的驅動轉矩  $T$  為

$$T = \frac{P_{3\phi}}{\omega_s} = \frac{P_{3\phi}}{\frac{2}{P} \cdot 2\pi f} = \frac{1200 \times 10^3}{\frac{2}{4} \times 2\pi \times 60} = 6366.2 \text{ 牛頓} \cdot \text{米}$$

## 5-7 穩態運轉特性

### Matlab

```
S_3phase=1500E3;    %三相發電機容量
V_line=6600;
P=4;
f=60;

% (1)
Xs_pu=0.2;
V_base=V_line/sqrt(3); %Y 接，額定相電壓，相電壓基值
I_base=S_3phase/(sqrt(3)*V_line); %額定電流，相電流基值
Z_base=V_base/I_base;
Xs=Xs_pu*Z_base;

% (2)
pf=0.8;
theta=acos(pf);
Ef=V_base+j*Xs*I_base*exp(-j*theta); %滿載感應電動勢
delta=angle(Ef);
delta_degree=delta*180/pi; %功率角

% (3)
P_3phase=S_3phase*pf;
ws=(2/P)*2*pi*f; %機械轉速(rad/sec)
T=P_3phase/ws; %原動機驅動轉矩
```

End