

第 1 章 (1.7~1.12)

電子學與半導體

微電子學上冊(7e)

Adel S. Sedra, Kenneth C. Smith

簡介

- 在本章中你將學到
 - 半導體的**基本性質**，特別是矽半導體，目前大多數的電子電路都是用此材料來製作成的。
 - **摻雜一純半導體**如何戲劇性地改變其導電度，此為使用半導體以實現電子元件的過程中，最基本的觀念。

簡介

- 在本章中你將學到
 - 在半導體中產生電流的兩種機制：帶電粒子的漂移與擴散。
 - pn 接面的結構與操作：其為實現二極體的基本結構且在電晶體中扮演最重要的角色。

1.7.本質半導體

- **半導體** - **導電度介於**導體 (如銅) 與絕緣體 (如玻璃) 之間的材料
 - **單元素** - 例如鍺和矽
 - **化合物** - 例如砷化鎵

1.7.本質半導體

- **價電子** - 一種共同形成**化學鍵**的電子
 - **較封閉價殼多一至兩個價電子**的原子具極高的反應性，因為多出來的電子可以輕易地移動以形成正離子
- **共價鍵** - 為化學鍵的一種型式，其中兩個原子**共價一對原子**
 - 當原子間共用電子時，這是吸引力與排斥力的穩定平衡

1.7.本質半導體

■ 矽原子

- 具四個價電子
- 需另外四個價電子以形成外圍的價殼層
- 每一對共價電子形成一**共價鍵**
- 形成**晶格結構**

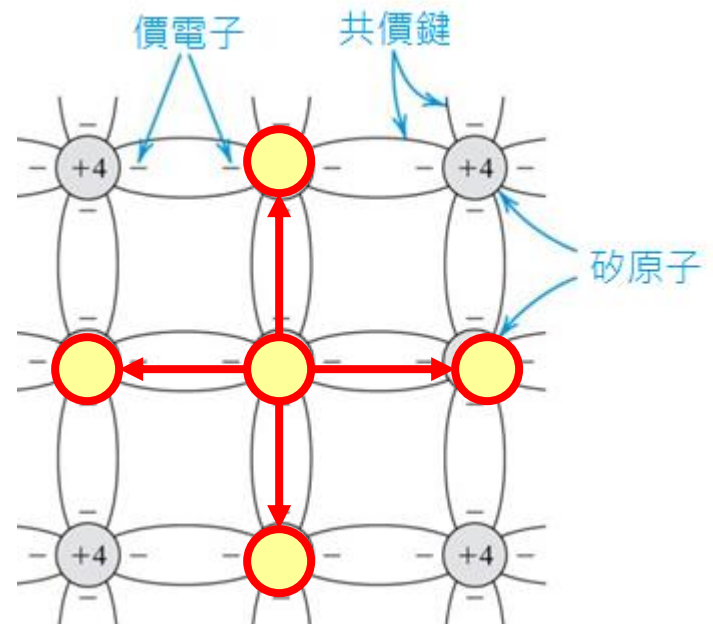


圖 1.28 矽晶體的二維平面圖。圓圈代表矽原子的內核，代表正電荷，其會被周圍的四個價電子所中和。請注意共價鍵是如何由價電子的共價過程而形成。在絕對零度下，所有的共價鍵都會呈現靜止狀態，也就無法產生自由電子得以傳導電流。

1.7.本質半導體

釋放電子、產生電洞、填補的過程會促進電流傳導...

- 矽在低溫時
 - 所有共價鍵都是完好的
 - 沒有電子可用來傳導
 - 導電性為零
- 矽在室溫時
 - 因為熱能，部分共價鍵會被破壞，釋放此電子並產生電洞
 - 部分電子會脫離原本所屬的原子可供傳導
 - 導電性會較好

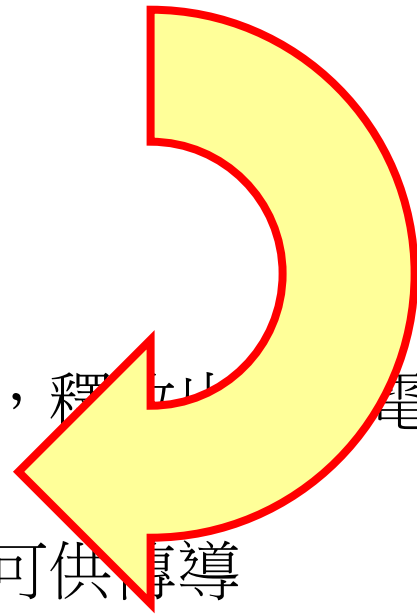
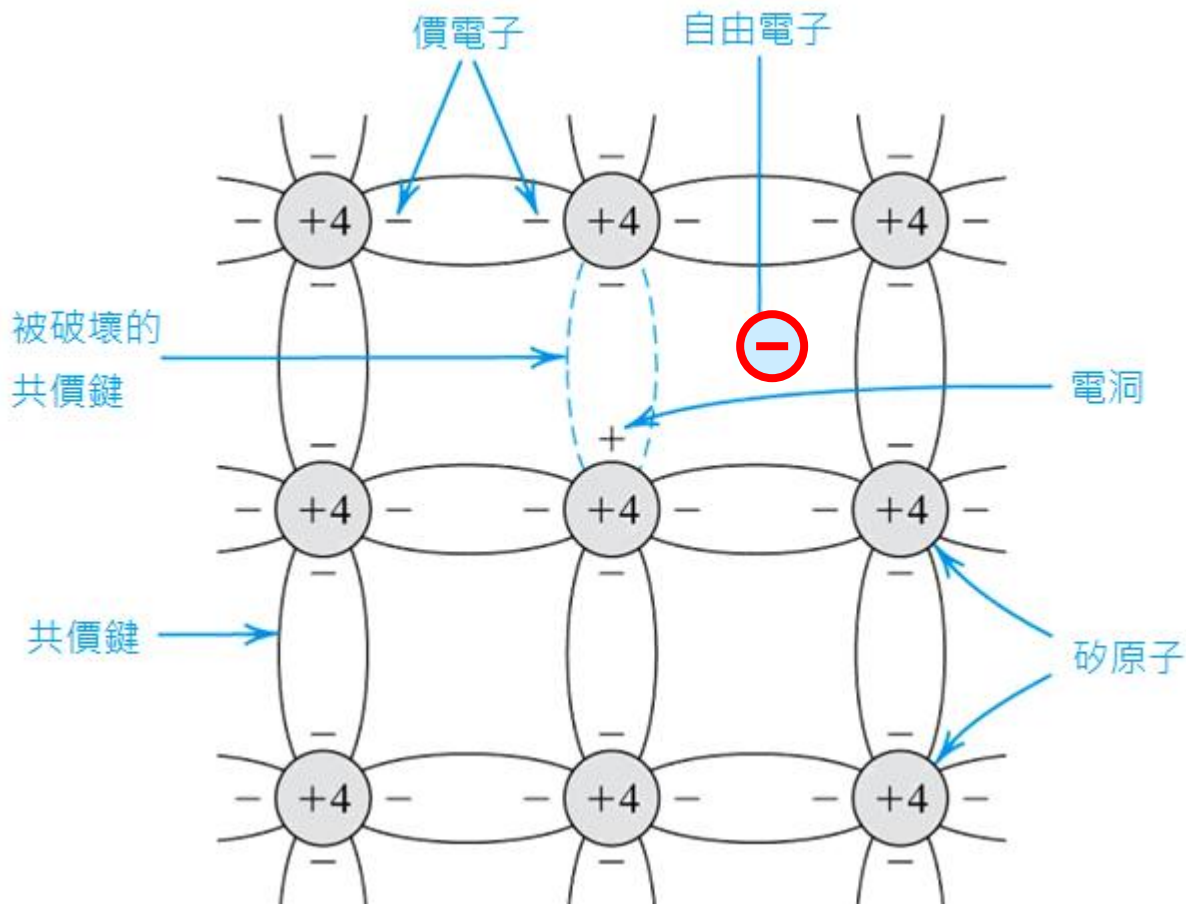


圖 1.29：在室溫下，部分共價鍵由熱生成的過程被破壞。每破壞一條共價鍵同時就會產生一個自由電子及一個電洞，此自由電子和電洞便可以傳導電流。



1.7.本質半導體

- **本質半導體** - 是**無摻雜**的
 - 純矽即為一例
- **生成** - 是自由電子與電洞**產生**的過程
 - **生成率** - 上述過程發生的速度
- **復合** - 是自由電子與電洞**消失**的過程
 - **復合率** - 上述過程發生的速度

生成可能會受**熱能**影響，因此生成與復合率 (至少有一部份)是溫度的一個函數

1.7.本質半導體

- **熱生成** - 影響自由電子與電洞的等量濃度
 - 因此，電子在整個材料中隨機移動
- 熱平衡時，**生成率與復合率相當**

1.7.本質半導體

- 達到熱平衡時，可得以下…
 - n_i = 單位體積內自由電子與電洞數
 - p = 電洞數
 - n = 自由電子數

$$(式 1.26) \quad n_i = \underbrace{BT^{3/2} e^{-E_g/2kT}}_{\text{equal to } p \text{ and } n}$$

1.7.本質半導體

- n_i = 單位體積的本質半導體內自由電子與電洞數
- $B = 7.3 \times 10^{15} \text{ cm}^3 \text{ K}^{-3/2}$ 與材質相關的參數
- T = 溫度 (K)
- E_g = 能隙，矽材料為 1.12 eV (電子伏特)
- k = 波茲曼常數 ($8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$)

$$(式 1.26) \quad n_i = \underbrace{BT^{3/2} e^{-E_g/2kT}}_{\text{equal to } p \text{ and } n}$$

1.7.本質半導體

- **Q:** 為何熱平衡不被用來影響電流傳導？
 - **A:** 前述的矽晶結構在室溫時無法充分傳導
 - 此外，對溫度的依賴性並非我們期望的
- **Q:** 這個「問題」如何解決？
 - **A:** 摻雜

摻雜 – 刻意將雜質摻入一極純(本質)半導體內，以改變載體濃度

例題 1.6

- 計算在室溫下($T \cong 300\text{ K}$)矽的 n_i 值

$$\begin{aligned}n_i &= BT^{3/2} e^{-E_g/2kT} \\&= 7.3 \times 10^{15} (300)^{3/2} e^{-1.12(2 \times 8.62 \times 10^{-5} \times 300)} \\&= 1.5 \times 10^{10} \text{ carriers / cm}^3\end{aligned}$$

1.8. 經摻雜的半導體

■ p 型半導體

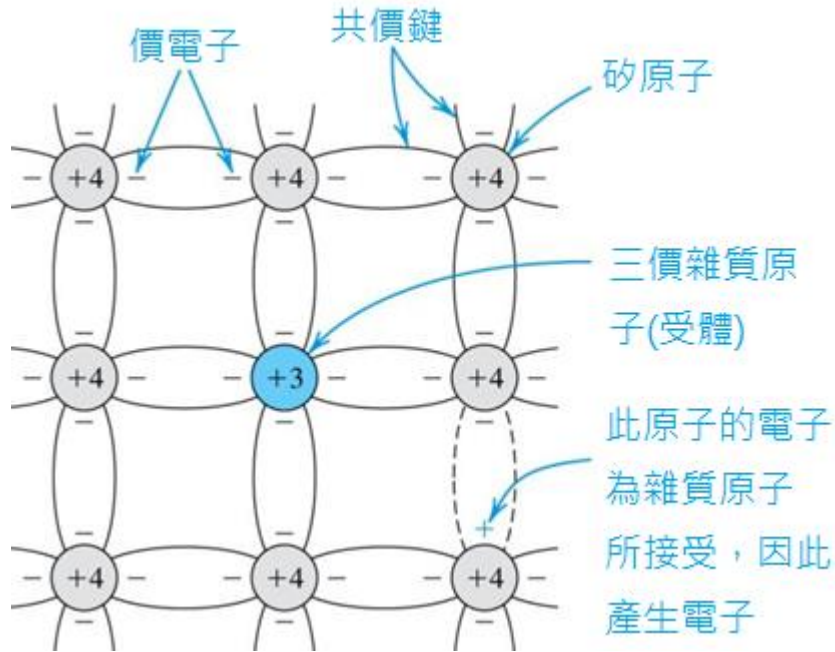
- 矽摻雜**第三族**的元素
- 用以增加**電洞**濃度 (p)
- **硼**即是一例，它是一個受體

■ n 型半導體

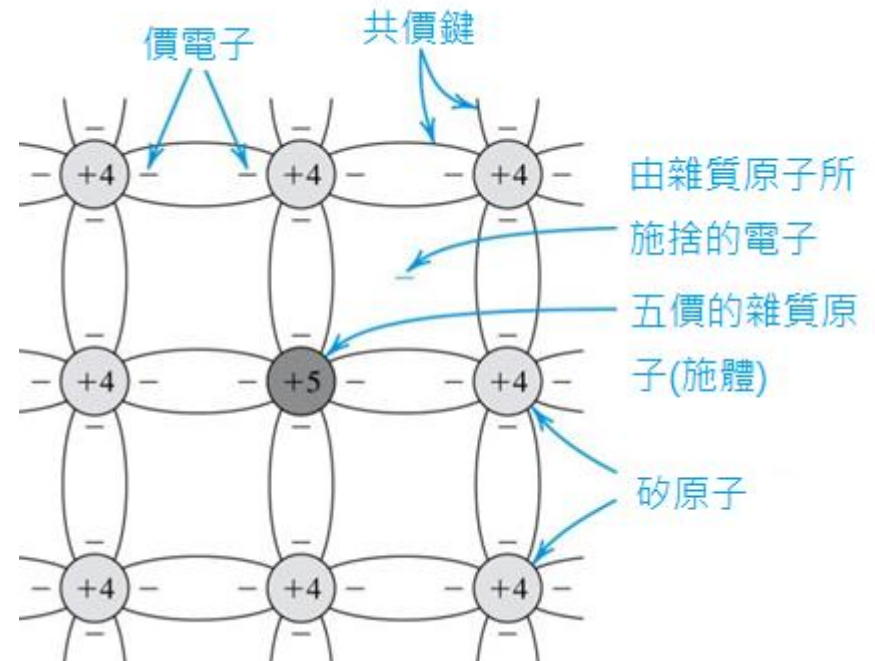
- 矽摻雜**第五族**的元素.
- 用以增加**自由電子**濃度(n)
- **磷**即是一例，它是一個施體

1.8. 經摻雜的半導體

■ p 型半導體



■ n 型半導體



1.8. 經摻雜的半導體

■ n 型半導體

- 假設 N_D 遠大於 n_i ...
 - 施體原子的濃度為 N_D
- n 型半導體內的電子濃度可定義如下

它們會相等...

$$(式 1.28) \quad \underbrace{(n_n)}_{\substack{\text{n型內的} \\ \text{自由電子}}} \approx \underbrace{(N_D)}_{\substack{\text{施體原子} \\ \text{數}}}$$

此處的關鍵是，自由電子的數量(傳導性)是取決於摻雜的濃度，不是溫度...

1.8. 經摻雜的半導體

- p 型半導體

- 假設 N_A 遠大於 n_i ...
 - 受體原子的濃度為 N_A
- p 型半導體內的電洞濃度可定義如下

(式 1.30) $(p_p) \approx (N_A)$

它們會相等...

p 型的電洞數 受體原子數

1.8.經摻雜的半導體

■ n 型半導體

■ Q: 如何得知濃度？

■ A: 採用右式，適用於 n 型半導體

作法：將此式與先前的式子結合

$$\underbrace{p_n}_{n \text{ 型內的電洞數}} \times \underbrace{n_n}_{n \text{ 型內的自由電子數}} = \underbrace{n_i^2}_{\text{熱平衡時的電洞數與自由電子數}}$$

$$(\text{式 1.29}) p_n \approx \frac{n_i^2}{N_D}$$

1.8. 經摻雜的半導體

■ p 型半導體

■ Q: 如何得知濃度？

■ A: 採用右式，適用於 p 型半導體

作法：將此式與先前的式子結合

$$\underbrace{p_p}_{\substack{\rho\text{型內的} \\ \text{電洞數}}} \times \underbrace{n_p}_{\substack{\rho\text{型內的} \\ \text{自由電子} \\ \text{數}}} = \underbrace{n_i^2}_{\substack{\text{熱平衡時的} \\ \text{電洞數與自} \\ \text{由電子數}}}$$

$$\text{(式 1.31)} \quad n_p \approx \frac{n_i^2}{N_A}$$

1.8. 經摻雜的半導體

■ p 型半導體

- n_p 會與 n_i^2 具相同溫度相關性
- 電洞濃度 (p_p) 遠大於自由電子
- 電洞是多數載子
- 自由電子是少數載子

■ n 型半導體

- p_n 會與 n_i^2 具相同溫度相關性
- 自由電子濃度 (n_n) 將遠大於電洞
- 自由電子是多數載子
- 電洞是少數載子

例題 1.7 : 經摻雜的半導體

- 考慮具有摻雜濃度 $N_D = 10^{17}/\text{cm}^3$ 的 n 型矽晶體。求在 $T = 300\text{K}$ 情況下，電子及電洞的濃度。

例題 1.7 : 經摻雜的半導體

- 步驟1: 對於 n 型矽，我們知道 $n_n = N_D$ 。可表示為：
$$\longrightarrow n_n = N_D = 10^{17} / \text{cm}^3$$
- 步驟2: n_i and N_D 間的關係可表示為：
$$\longrightarrow p_n = \frac{n_i^2}{N_D}$$
- 步驟3: 如例題1.6的方式表示 n_i 。
$$\longrightarrow n_i = \underbrace{BT^{3/2} e^{-E_g/2kT}}_{\text{in example 1.6, we find this value}} = 1.5 \times 10^{10} / \text{cm}^3$$
- 步驟4: 填入值來表示 p_n
$$\longrightarrow p_n = \frac{(1.5 \times 10^{10} / \text{cm}^3)^2}{10^{17} / \text{cm}^3} = 2.25 \times 10^3 / \text{cm}^3$$

1.9.1. 漂移電流

- **Q:** 當在半導體晶體中建立一電場 E 時，會發生什麼情況？
 - **A:** 會使電洞沿 E 的方向加速，而自由電子則沿 E 的反方向加速。
- **Q:** 這些電洞的速度如何給定？

$$\begin{array}{c} \mu_p = \text{電洞遷移率} \\ E = \text{電場} \\ \hline \text{(式1.32)} \quad v_{p\text{-drift}} = \mu_p E \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \mu_n = \text{電子遷移率} \\ E = \text{電場} \\ \hline \text{(式1.33)} \quad v_{n\text{-drift}} = -\mu_n E \end{array}$$

1.9.1. 漂移電流

注意電子的移動速度(μ_n)大約是電洞移動速度(μ_p)的
2.5 倍

E (volts / cm)

μ_p (cm^2/Vs) = 480 在本質半導體中

μ_n (cm^2/Vs) = 1350 在本質半導體中

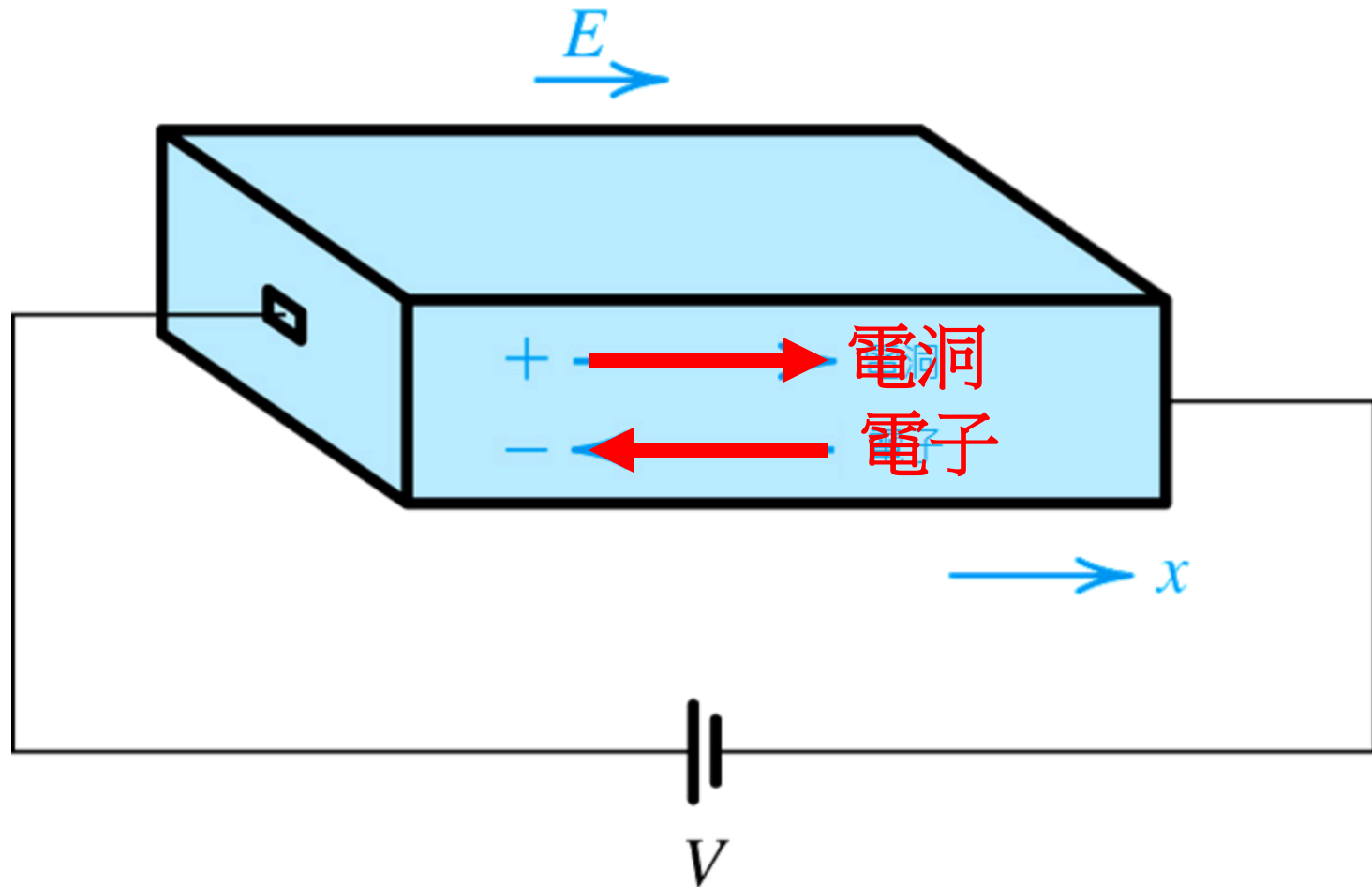
μ_p = 電洞遷移率
 E = 電場

$$\text{(式1.32)} \quad v_{p\text{-drift}} = \mu_p E$$

μ_n = 電子遷移率
 E = 電場

$$\text{(式1.33)} \quad v_{n\text{-drift}} = -\mu_n E$$

圖 1.32: 在矽晶棒中建立一電場 E ，會使電洞沿著 E 的方向漂移，而使自由電子沿著相反方向漂移。但電洞及自由電子兩者的漂移電流皆沿著 E 的方向。



1.9.1. 漂移電流

- 回到前頁的單晶矽晶棒。令電洞濃度為 p ，電子濃度為 n 。
- Q: 因電洞移動所產生的電流為何(非電子)？

1.9.1. 漂移電流

- 步驟1: 設想與 x 方向垂直的一平面
- 步驟2: 穿過此平面的電洞電荷可表示為：

I_p = 電洞移動造成的電流

A = 矽晶棒的截面積

q = 電子電荷量值

p = 電洞濃度

$v_{p\text{-drift}}$ = 電洞飄移速度

$$(式 1.34) \quad I_p = Aqp v_{p\text{-drift}}$$

1.9.1. 漂移電流

PART A: 因電洞移動所產生的電流為何(非電子)?

- 步驟3: 將 (1.32) 式中的值 $(m_p E)$ 代入
- 步驟4: 電流密度可表示為 $J_p = I_p / A$

I_p = 電洞移動造成的電流
 A = 矽晶棒的截面積
 q = 電子電荷量值
 p = 電洞濃度
 μ_p = 電洞遷移率
 E = 電場

$$I_p = Aqp\mu_p E$$

$$(式 1.35) J_p = qp\mu_p E$$

解答

1.9.1. 漂移電流

■ Q: 因電子移動所產生的電流為何(非電洞)?

■ A: 如右所示...

I_n = 電子移動造成的電流
 A = 矽晶棒的截面積
 q = 電子電荷量值
 n = 自由電子濃度
 μ_n = 電子遷移率
 E = 電場

$$I_n = -Aqv_{n\text{-drift}}$$

→ (式1.36) $J_n = qn\mu_n E$

■ Q: 總漂移電流如何表示?

■ A: 如右所示...

→ (式1.37) $J = J_p + J_n = q(p\mu_p + n\mu_n) E$
此為導電度 (σ)

1.9.1. 漂移電流

- 導電度 (σ) - 與電流密度 (J) 和電場 (E) 有關
- 電阻率 (ρ) - 與電流密度 (J) 和電場 (E) 有關

(式 1.38) $J = \sigma E$

歐姆定律

(式 1.40) $\sigma = q(p\mu_p + n\mu_n)$

(式 1.39) $J = E / \rho$

(式 1.41) $\rho = \frac{1}{q(p\mu_p + n\mu_n)}$

例題 1.8: 經摻雜的半導體

- **Q(a):** 求本質矽晶體的電阻率 - 給定 $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ 、 $\mu_p = 480 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ 、 $n_i = 1.5 \times 10^{10}/\text{cm}^3$
- **Q(b):** 當 $N_A = 10^{16}/\text{cm}^2$ 時，求p-型矽晶體的電阻率 - 給定 $\mu_n = 1110 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ 、 $\mu_p = 400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ 、 $n_i = 1.5 \times 10^{10}/\text{cm}^3$

注意摻雜會造成載子遷移率的下降

注意...

多數電荷載子

- 本質半導體 - 自由電子數量為 n_i ; 電洞數量為 p_i
- p 型摻雜半導體 - 自由電子數量為 n_p ; 電洞數量為 p_p
- n 型摻雜半導體 - 自由電子數量為 n_n ; 電洞數量為 p_n
- p 與 n 為何?
 - 一般用來指自由電子與電洞

少數電荷載子

例題 1.8: 經摻雜的半導體

PART A: 求本質矽晶體的電阻率：

$$\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{Vs},$$

$$\mu_p = 480 \text{ cm}^2/\text{Vs},$$

$$n_i = 1.5 \times 10^{10} / \text{cm}^3$$

- 步驟1: 注意，當達到**熱平衡**時，會產生右式的關係

已在例題1.6說明

$$p_i = n_i = 1.5 \times 10^{10} / \text{cm}^3$$

- 步驟2: 使用 (式1.41) 計算電阻率

$$\rho_i = \frac{1}{q(p_i \mu_p + n_i \mu_n)}$$

$$\rho_i = \frac{1}{(1.6 \times 10^{-19})(1.5 \times 10^{10} \times 480 + 1.5 \times 10^{10} \times 1350)}$$

$$\rho_i = 2.28 \times 10^5 \Omega \cdot \text{cm}$$

例題 1.8: 經摻雜的半導體

PART B: 當 $N_A = 10^{16}/\text{cm}^2$ 時，求 p -型矽晶體的電阻率-：
 $\mu_n = 1110 \text{cm}^2/\text{Vs}$ ，
 $\mu_p = 400 \text{cm}^2/\text{Vs}$ ，
 $n_i = 1.5 \times 10^{10}/\text{cm}^3$

- 步驟3: 注意，在 p 型半導體中，電洞數與受體原子數相等

$$p_p = N_A = 10^{16} / \text{cm}^3$$

$$n_p = \frac{n_i^2}{N_A} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{10^{16} / \text{cm}^3} = 2.25 \times 10^4 / \text{cm}^3$$

- 步驟4: 計算自由電子數

$$\rho_i = \frac{1}{q(p_p \mu_p + n_p \mu_n)}$$

- 步驟5: 計算電阻率

$$\rho_i = \frac{1}{(1.6 \times 10^{-19})(10^{16} \times 400 + 2.25 \times 10^4 \times 1110)}$$

$$\rho_i = 1.56 \Omega \cdot \text{cm}$$

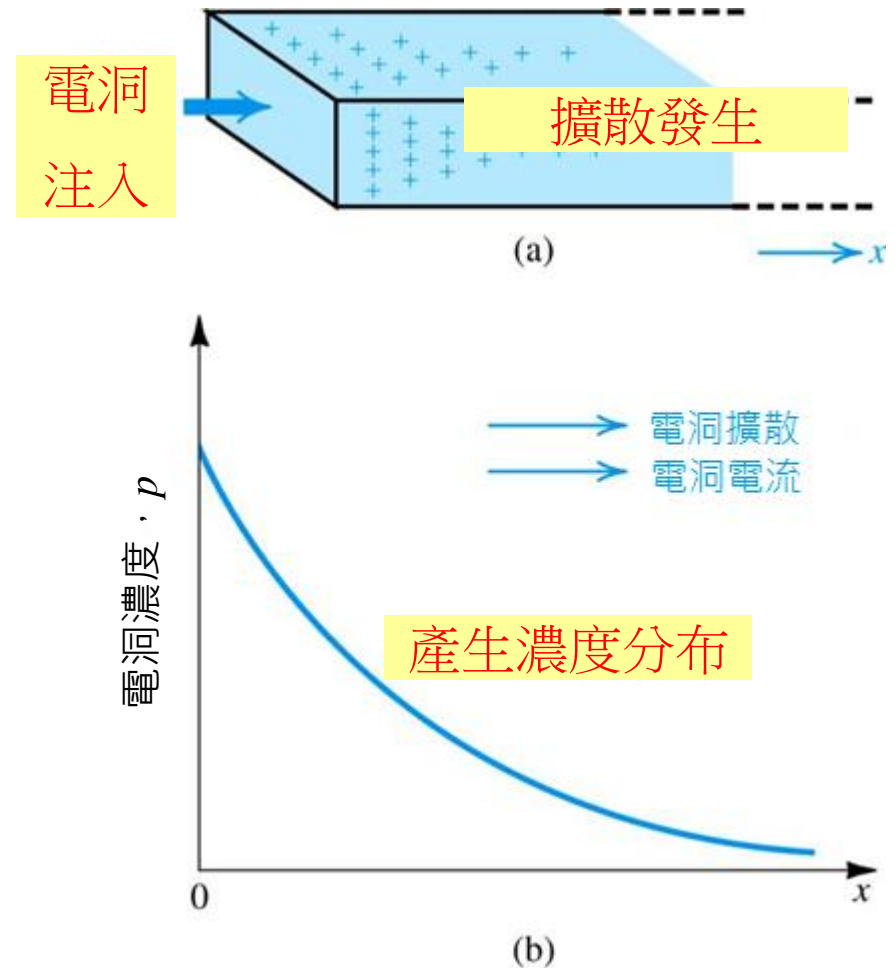
1.9.2.擴散電流

- **載子擴散** - 電荷載子由**高濃度區域**流往**低濃度區域**
 - 電荷載子之密度**不均勻**時會發生
- **擴散電流** - 因擴散所導致的電流量

1.9.2. 擴散電流

圖 1.33: (a) 電洞被注入一矽晶棒中，因此產生在 (b) 中所示沿著 x 軸的電洞濃度分布。電洞沿 x 軸的正方向擴散，並產生同一方向的電洞擴散電流。注意矽晶體所連接的電路沒有顯示出來。

- 以下方為例…
 - 電洞注入 - 透過某些非特定過程，電洞被注入到一矽晶棒的左側
 - 產生濃度分布 - 因為電洞注入持續，因此產生濃度分布
 - 擴散發生 - 因為濃度梯度，電洞將由左側流向右側



1.9.2. 擴散電流

- Q: 擴散電流如何表示？

J_p = 電洞電流密度

q = 電子電荷量值

D_p = 擴散常數(矽 $12\text{cm}^2/\text{s}$)

$p(x)$ = 在 x 點上的電洞濃度

dp/dx = 電洞濃度梯度

$$\text{(式 1.43) 電洞電流密度 : } J_p = -qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$

$$\text{(式 1.44) 電子電流密度 : } J_n = qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

J_n = 電子電流密度

D_n = 擴散常數(矽 $12\text{cm}^2/\text{s}$)

$p(x)$ = 在 x 點上的電子濃度

dp/dx = 電子濃度梯度

例題 1.9: 擴散

- 考慮一矽晶棒其電洞濃度分布 $p(x)$ 為以下方程式所描述：
- Q(a): 求在 $x = 0$ 處之電洞電流密度 J_p
- Q(b): 求 I_p
 - 給定 $p_0 = 10^{16}/\text{cm}^3$ 、 $L_p = 1\mu\text{m}$ 、 $A = 100\mu\text{m}^2$

$$p(x) = p_0 e^{-x/L_p}$$

例題 1.9: 擴散

PART A

求在 $x = 0$ 處之電
洞電流密度 J_p

- 步驟1: 以 x 表示電流密度 J_p

$$J_p = -qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$
$$= -qD_p \frac{d}{dx} [p_0 e^{-x/L_p}]$$

- 步驟2: 當 $x = 0$ ，計算電流密度

$$= q \frac{D_p}{L_p} p_0 e^{-x/L_p}$$
$$J_p(0) = q \frac{D_p}{L_p} p_0$$
$$= 1.6 \times 10^{-19} \times \frac{12}{1 \times 10^{-4}} \times 10^{16}$$
$$= 192 \text{ A/cm}^2$$

例題 1.9: 擴散

PART B: 求 I_p

給定:

$$\rho_0 = 10^{16}/\text{cm}^3, L_p = 1\mu\text{m},$$

$$A = 100\mu\text{m}^2$$

- 步驟3: 將 J_p 乘上截面積(A) 以計算電流 I_p .

$$I_p = J_p A$$

$$I_p = 192 \text{ A/cm}^2 \times 100 \mu\text{m}^2$$

$$I_p = 192 \mu\text{A}$$

1.9.3. D 與 μ 間的關係?

- **Q:** 載子擴散常數(D) 與移動率(μ)間的關係為何?
 - **A:** 熱電壓 (V_T)
- **Q:** 值為何?
 - **A:** 當 $T = 300K$, $V_T = 25.9mV$

擴散常數與移動率之間的可用
熱電壓表示

$$(式 1.45) \quad \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = V_T$$

稱為愛因斯坦關係式

- 飄移電流密度 (J_{drift})

- 受電場(E)的影響

- 擴散電流密度 (J_{diff})

- 受自由電子與電洞濃度梯度的影響

- Q: 載子擴散常數(D) 與 移動率(μ)間的關係? 擴散常數與移動率之間的可用熱電壓表示
 $A =$ 矽晶棒的截面積, $q =$ 電荷量值
 $p =$ 電洞濃度, $n =$ 自由電子濃度
 $\mu_p =$ 電洞移動率, $\mu_n =$ 電子移動率, $E =$ 電場

- A: 飄移電流密度: $J_{\text{drift}} = J_{p\text{-drift}} + J_{n\text{-drift}} = q(p\mu_p + n\mu_n)E$

- Q: 值為何?
擴散電流密度: $J_{\text{diff}} = J_{p\text{-diff}} + J_{n\text{-diff}} = -qD_p \frac{dp(x)}{dx} + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$

- A: 當 $T = 300\text{K}$ 時, $V_T = 25.9\text{mV}$
 $D_p =$ 電洞擴散常數(矽為 $12\text{cm}^2/\text{s}$), $D_n =$ 電子擴散常數(矽為 $35\text{cm}^2/\text{s}$)

- $p(x) =$ 在 x 處的電洞濃度, $n(x) =$ 在 x 處的自由電子濃度

- $dp/dx =$ 電洞濃度梯度, $dn/dx =$ 電子濃度梯度

1.10.1.物理結構

- pn 接面 結構
 - p -型半導體
 - n -型半導體
 - 金屬接觸以連結

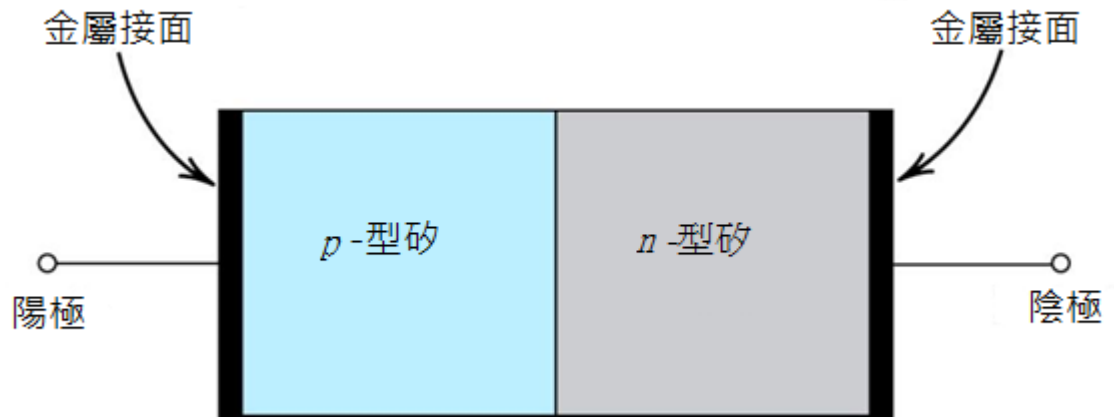


圖 1.35: 簡化後的 pn 接面物理結構 (實際的幾何形狀收錄於附錄 A)。以 pn 接面實現接面二極體時，兩邊的端點標示為陽極和陰極。

1.10.2.端點開路時的操作

- Q: pn 接面在開路時的狀態為何？
- A:
 - p -型材料包含多數電洞
 - 電洞的電荷會被等量的受體原子所帶之負束縛電荷中和掉
 - n -型材料包含多數自由電子
 - 電洞的電荷會被等量的受體原子所帶之正束縛電荷中和掉

1.10.2.端點開路時的操作

- 束縛電荷

- 一材料中自由電子/電洞的相反極性的電荷
- 能中和多數載子的電荷
- 不影響濃度梯度

1.10.2. 端點開路時的操作

- **Q:** 當 pn 接面形成時(換句話說，當 p -型與 n -型半導體首次接觸時)會發生什麼事？
 - **A:** 見下頁…

步驟1: p -型與 n -型半導體在接面處接觸

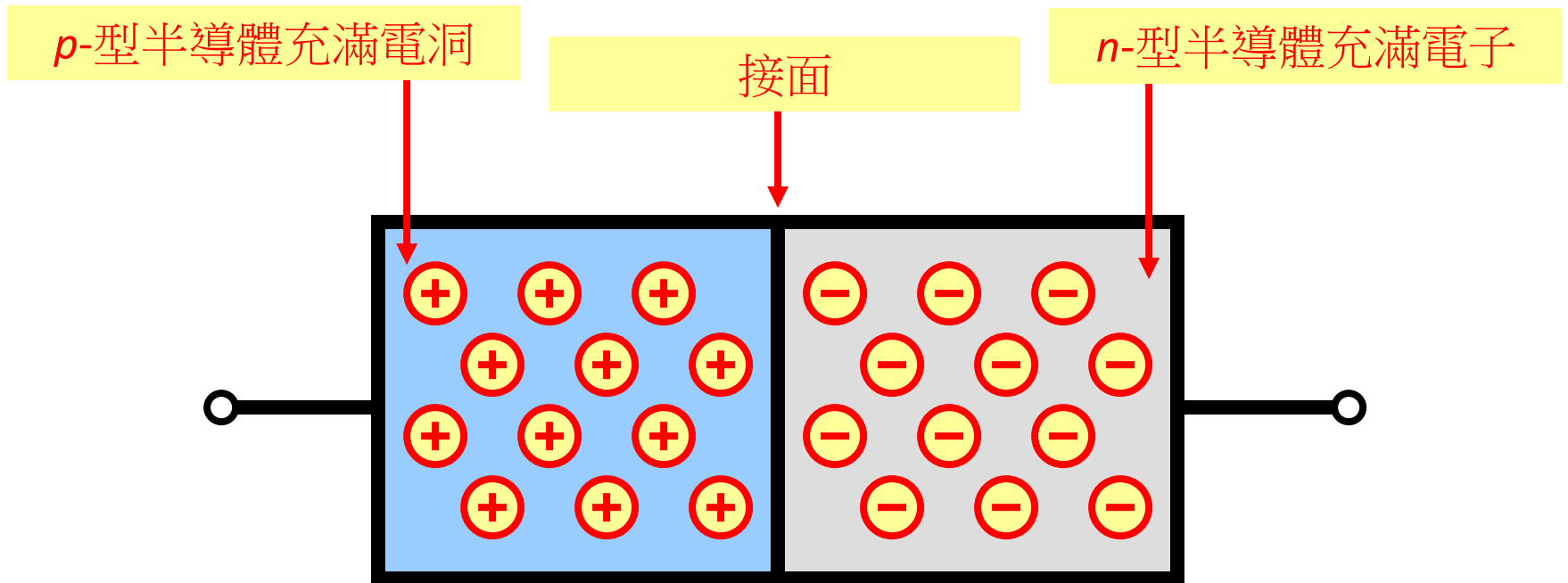


圖: pn 接面未施加電壓(開路端點)

步驟1A: 束縛電荷分別被 p -型與 n -型半導體內的自由電子與電洞所吸引。它們仍與多數載子微弱的連結在一起，但它們不會重新連結

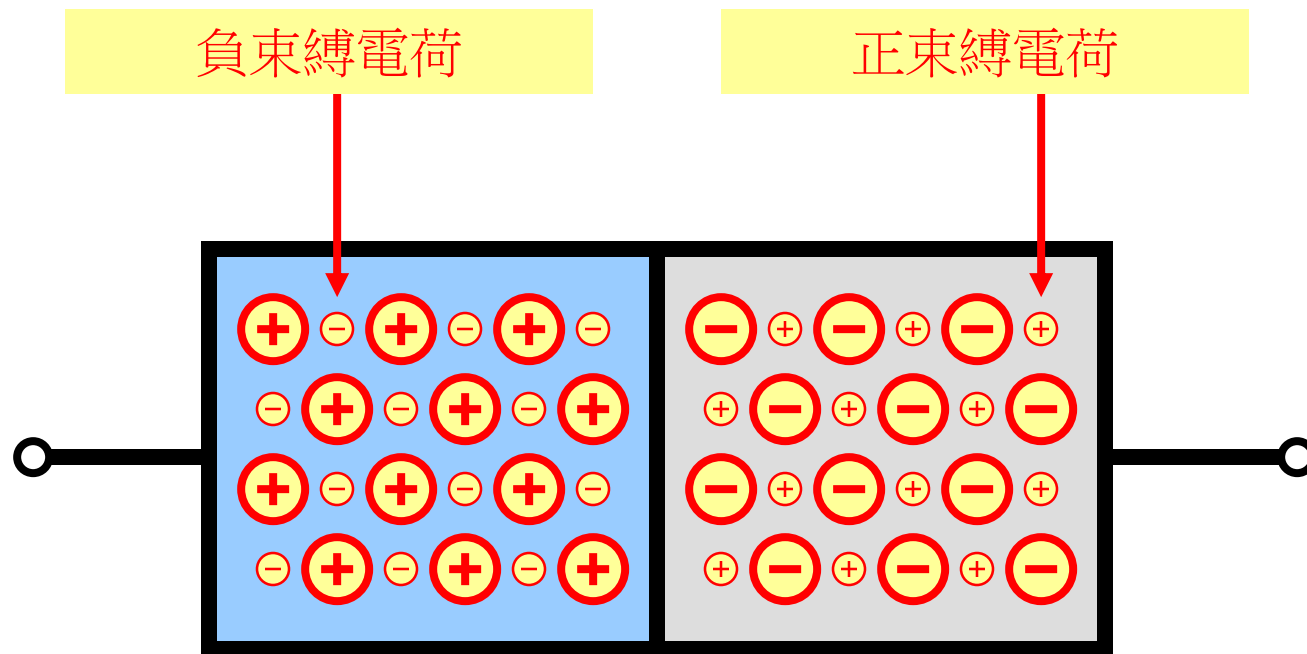


圖: pn 接面未施加電壓(開路端點)

步驟2: 擴散開始。最接近接面的自由電子與電洞會復合，同時基本上會使另一方消失。

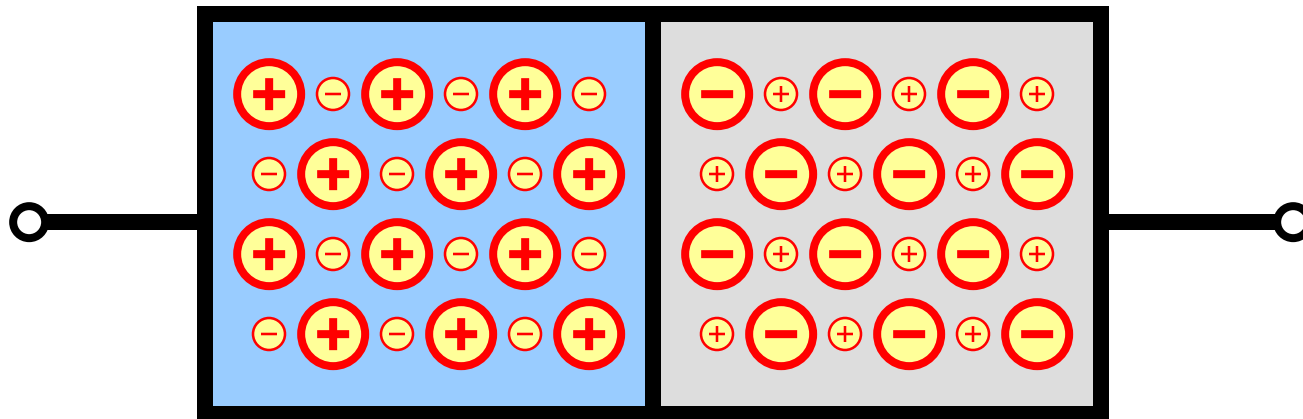


圖: pn 接面未施加電壓(開路端點)

步驟3: 空乏區開始形成 – 當擴散發生且自由電子和電洞復合

The depletion region is filled with “uncovered” bound charges – who have lost the majority carriers to which they were linked.

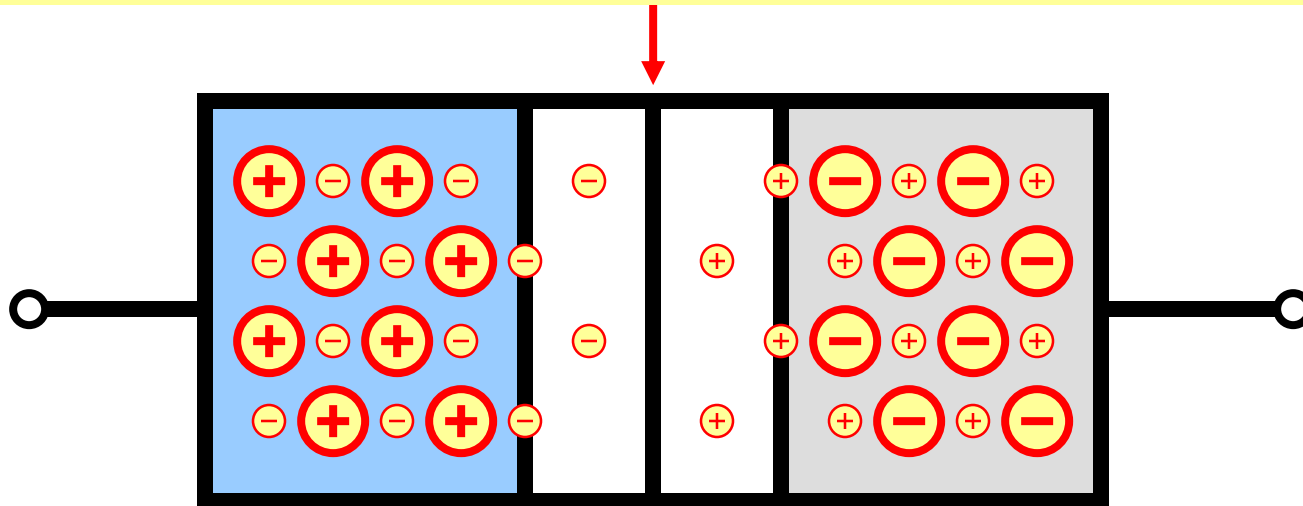


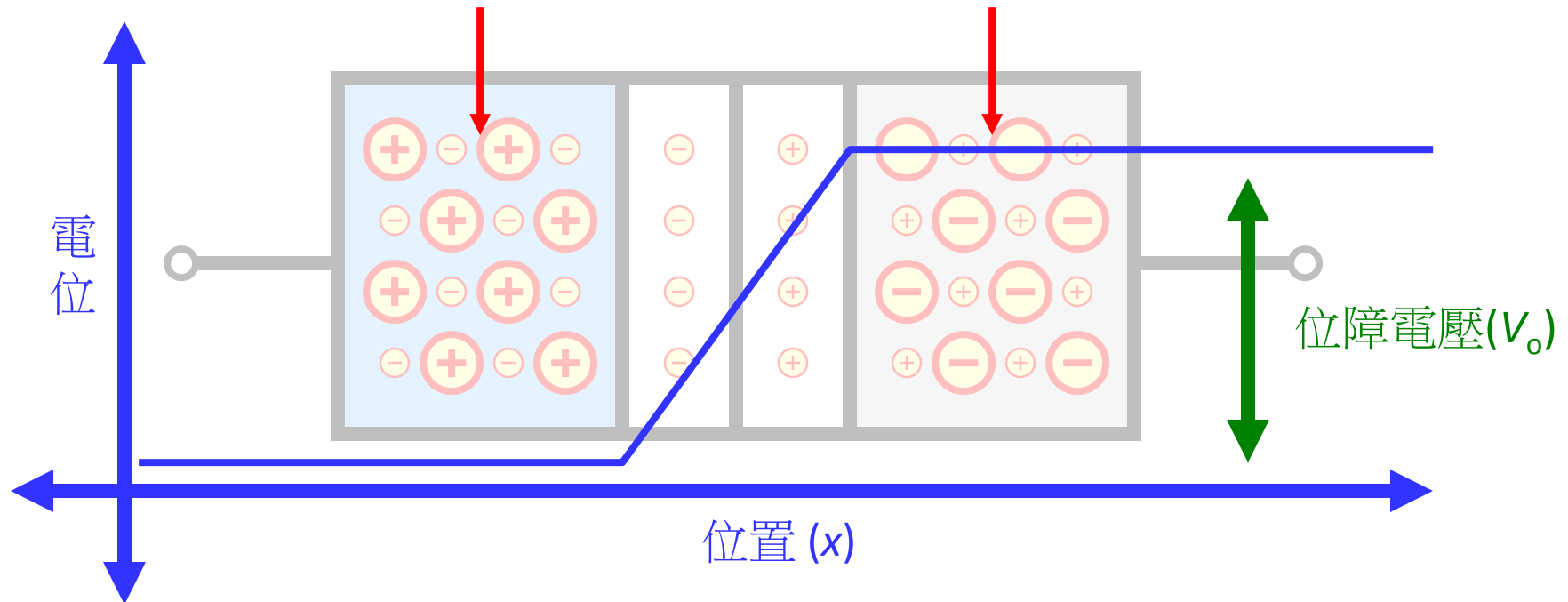
圖: pn 接面未施加電壓(開路端點)

1.10.2. 端點開路時的操作

- **Q:** 為何當束縛電荷中和多數載子的電子引力時，會發生擴散？
 - **A:** 擴散電流受到多數載子濃度梯度的影響，而非受粒子間的電子引力影響，如式 (1.43) 與 (1.44) 所示。

步驟4: “被披露”的束縛電荷會影響空乏區的電壓差。當擴散持續，此位障電壓(V_0)差量值會增加

由於正、負束縛電荷的中和效應，使的空乏區外的 pn -接面區域不存在電壓差



步驟5: 位障電壓(V_0) 是一極性與擴散電流 (I_D) 方向相反的電場。當 V_0 增加時, I_D 就會減少

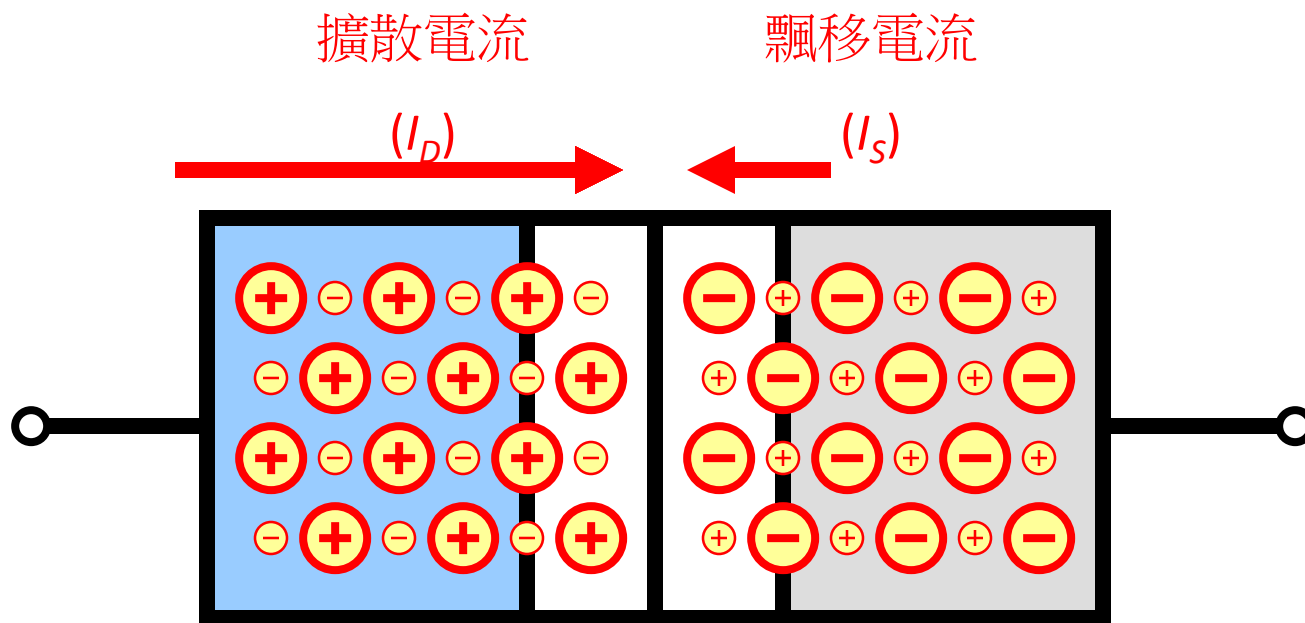
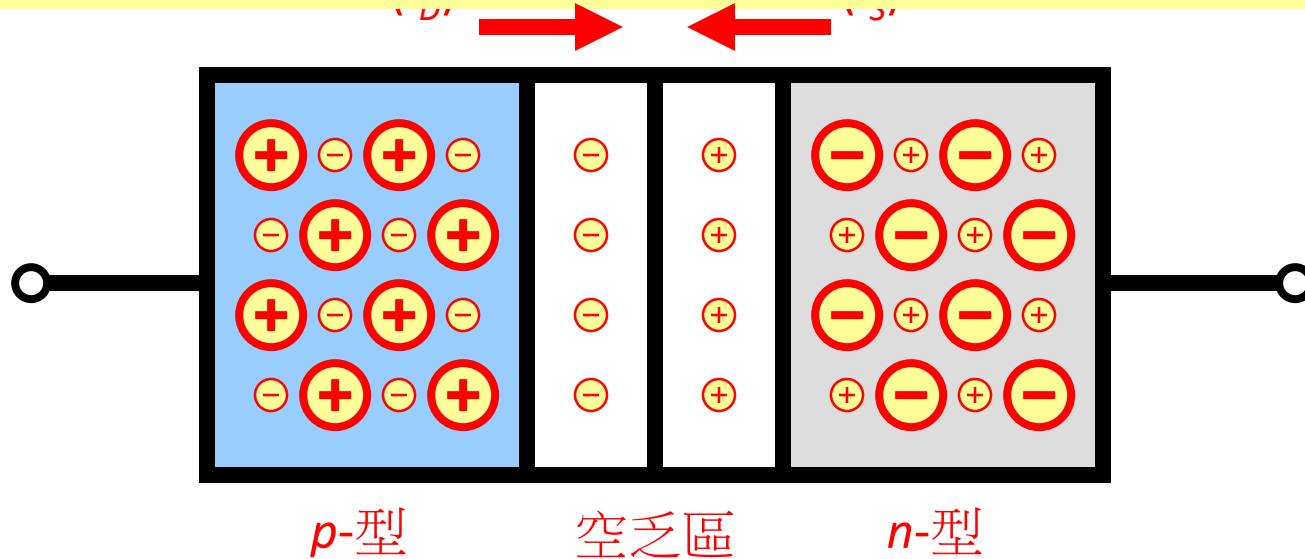


圖: pn 接面未施加電壓(開路端點)

步驟6: 當達到平衡，擴散停止時，一旦擴散與飄移電流的值相當時，就會導致無淨電流

一旦達到平衡，在開路情況下的 pn 接面內，不存在淨電流

$$(I_{net} = I_D - I_S)$$



1.10.2. 端點開路時的操作

- pn -接面內建電壓(V_0) – 是位障電壓的平衡值
 - 以右式表示
 - 以矽晶體而言，在室溫下， V_0 的範圍為 0.6至 0.9 V
 - 此電壓被施加於空乏區，非 pn 接面的端點
 - 無法自 V_0 取得能量

V_0 = 位障電壓
 V_T = 熱電壓
 N_A = 受體摻雜濃度
 N_D = 施體摻雜濃度
 n_i = 自由電子濃度...
...在本質半導體內

$$(式1.46) \quad V_0 = V_T \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$

1.10.2. 端點開路時的操作

■ 飄移電流 I_S 與平衡

- 除了多數載子的擴散電流分量 (I_D)外，尚存在一因少數載子飄移而產生的電流分量(I_S)
- 更仔細說， p -型與 n -型材料中由熱生成的電洞，會向接面移動並到達空乏區的邊緣
- 到達空乏區邊緣的少數載子都會被電場(E) 將其由原本的位置掃到對面
 - 不同於擴散電流, V_0 的極性會加強飄移電流

1.10.2. 端點開路時的操作

- 由於這些電洞與自由電子是因熱能而生成的，因此 I_S 與溫度強烈相關
- 任何接面層的電壓，不論多小，都會造成接面上的轉移。因此 I_S 與 V_0 無關
- 飄移電流(I_S) - 是少數載子的移動
 - 也就是電子自接面的 n -型側移至 p -型側

飄移電流(I_S)不受擴散程度與/或 V_0 影響，但受到溫度影響

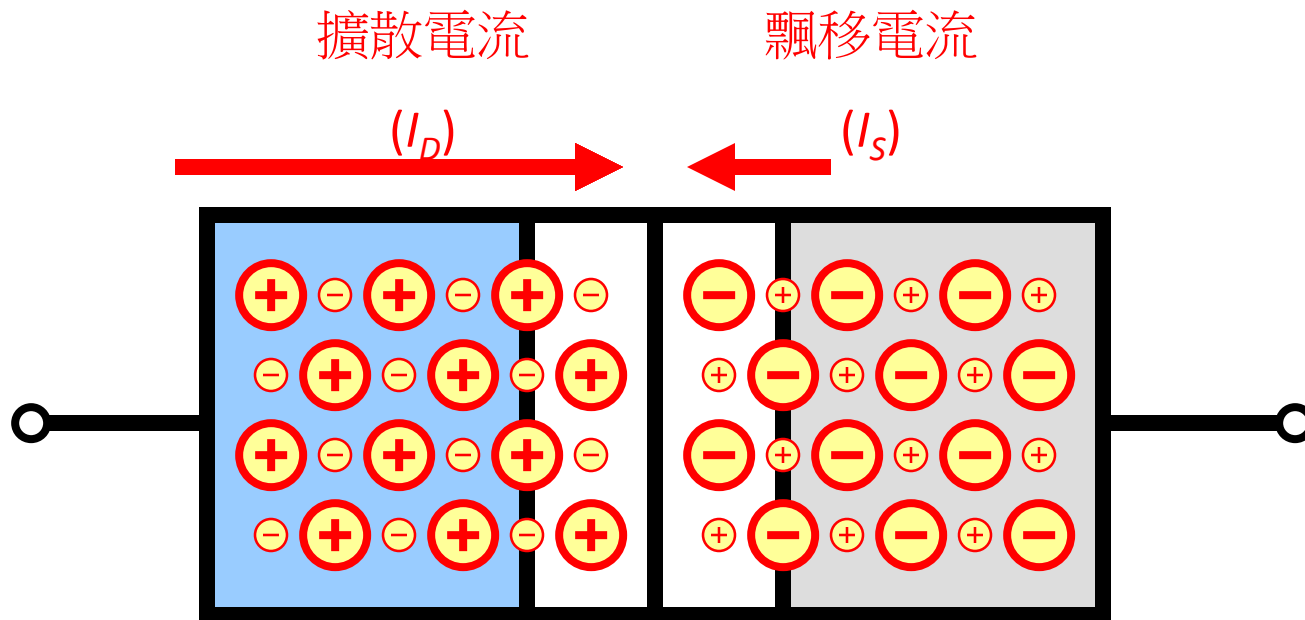


圖: pn 接面未施加電壓(開路端點)

1.10.2. 端點開路時的操作

- **Q:** 空乏區總是像前頁圖示的那樣對稱嗎
 - **A:** 答案是否定的，因為通常 $N_A > N_D$.
- 由於 N_A 與 N_D 的摻雜濃度通常是不相等的，接面兩側上空乏區的寬度也不會一樣

1.10.2. 端點開路時的操作

- 要顯露同量的電荷，空乏區會更加擴展至較少摻雜的那一側
 - x_p : p -型側空乏區的寬度
 - x_n : n -型側空乏區的寬度

1.10.2. 端點開路時的操作

空乏區會更加擴展至較少摻雜的那一側。但顯露電荷的“數量”是一樣的。

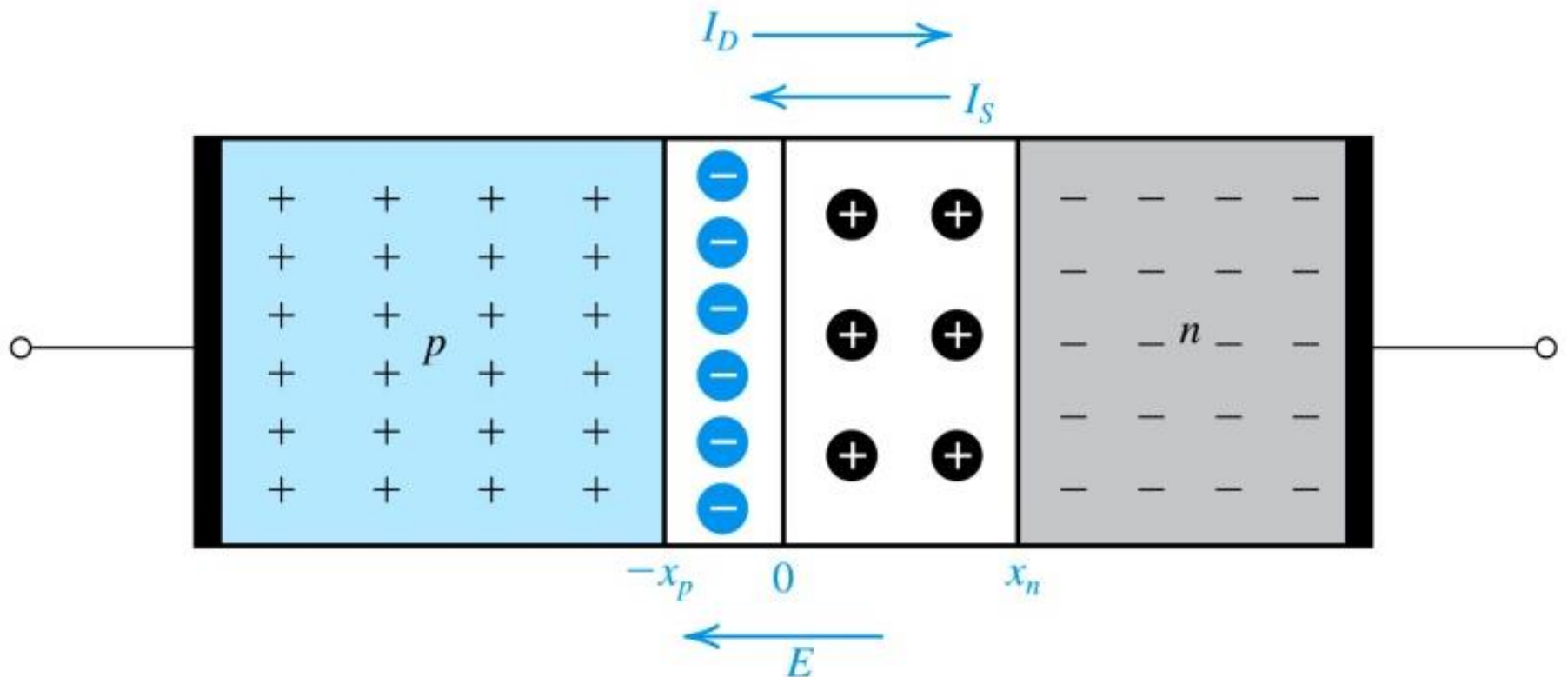


圖 1.37 (a) 端點開路時的 pn 界面；(b) 載子濃度，注意 $N_A > N_D$ ；(c) 空乏區兩側所儲存的電荷， $Q_J = |Q_+| = |Q_-|$ ；(d) 內建電壓 V_0 。

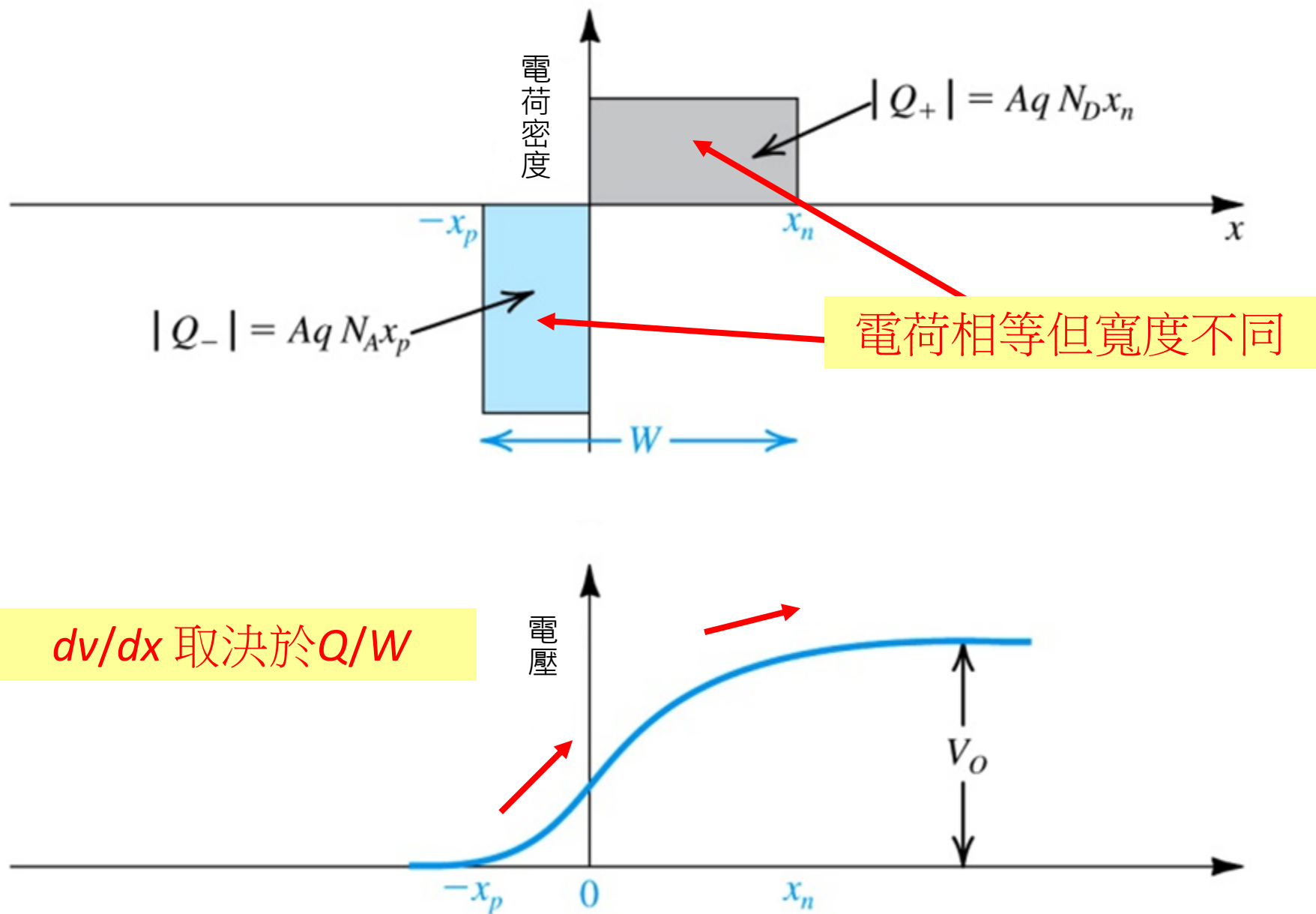


圖 1.37 (a) 端點開路時的 pn 界面；(b) 載子濃度，注意 $N_A > N_D$ ；(c) 空乏區兩側所儲存的電荷， $Q_j = |Q_+| = |Q_-|$ ；(d) 內建電壓 V_0 。

1.10.2. 端點開路時的操作

- **Q:** 在空乏區兩側儲存的電荷要如何表示？
 - **A:** 如右式所示。這些值應彼此相等。

$|Q_+|$ = 界面 n -型側的電荷量值
 q = 電子電荷量值
 A = 界面的截面積
 X_n = n 型側空乏區的寬度
 N_D = 施體原子濃度

$$(式 1.47) \quad |Q_+| = qAx_nN_D$$

$$(式 1.48) \quad |Q_-| = qAx_pN_A$$

$|Q_-|$ = 界面 p -型側的電荷量值
 q = 電子電荷量值
 A = 界面的截面積
 X_p = p 型側空乏區的寬度
 N_A = 施體原子濃度

1.10.2. 端點開路時的操作

- **Q:** 由前述等式可獲知什麼訊息？
 - **A:** 在實際應用上，空乏區幾乎全都落在 pn -接面的同一側 (肇因於 $N_A > N_D$ 的差距)

$$qAx_p N_A = qAx_n N_D \quad \rightarrow \quad (\text{式1.49}) \quad \frac{x_n}{x_p} = \frac{N_A}{N_D}$$

1.10.2. 端點開路時的操作

- x_p 與 x_n 可用空乏區寬度(W)來表示

W = 空乏區寬度
 ϵ_s = 矽的介電常數
($11.7\epsilon_0 = 1.04 \times 10^{-12} F/cm$)
 q = 電子電荷量值
 N_A = 受體原子濃度
 N_D = 施體原子濃度
 V_0 = 位障/界面內建電壓

$$(式1.50) \quad W = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) V_0}$$

$$(式1.51) \quad x_n = W \frac{N_A}{N_A + N_D}$$

$$(式1.52) \quad x_p = W \frac{N_D}{N_A + N_D}$$

1.10.2. 端點開路時的操作

- 空乏區兩側的電荷可經由(1.53)、(1.54)兩式計算

$$(式1.53) \quad Q_J = |Q_{\pm}| = Aq \left(\frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right) W$$

$$(式1.54) \quad Q_J = A \sqrt{2\epsilon_S q \left(\frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right) V_0}$$

1.10.2. 端點開路時的操作

- **Q:**我們學到了哪些關於 pn -接面的知識？
 - **A:** 組成
 - The pn -接面是由兩個矽晶半導體組成，一個摻雜成 p -型，另一個為 n -型
 - **A:** 多數載子
 - 經由摻雜而生成
 - 電洞呈現在 p -側，自由電子呈現在 n -側

1.10.2. 端點開路時的操作

- Q: 我們學到了哪些關於 pn -接面的知識？
 - A: 束縛電荷
 - 多數載子的電荷會被束縛電荷中和
 - A: 擴散電流 I_D
 - 靠近接面的多數載子會擴散，導致它們消失

1.10.2. 端點開路時的操作

- **Q:**我們學到了哪些關於 pn -接面的知識？
 - **A:** 空乏區
 - 當載子消失，會釋出束縛電荷並招致電壓差異 V_0
 - **A:** 空乏層電壓
 - 當擴散持續，空乏層電壓(V_0)會增加，使擴散愈來愈難，最後甚至使它停止。

1.10.2. 端點開路時的操作

- Q: 我們學到了哪些關於 pn -接面的知識？
 - A: 少數載子
 - 因熱而生成
 - 自由電子呈現在 p -側，電洞呈現在 n -側
 - A: 飄移電流 I_S
 - 空乏層電壓 (V_0) 會促使少數載子流向另一側
 - A: 開路平衡 $I_D = I_S$

1.11.1. 接面操作的定性描述

- 右圖顯示 pn -接面的三種情況：
 - **開路** - 存在位障電壓 V_0
 - **反向偏壓** - 施加直流電壓 V_R
 - **順向偏壓** - 施加直流電壓 V_F

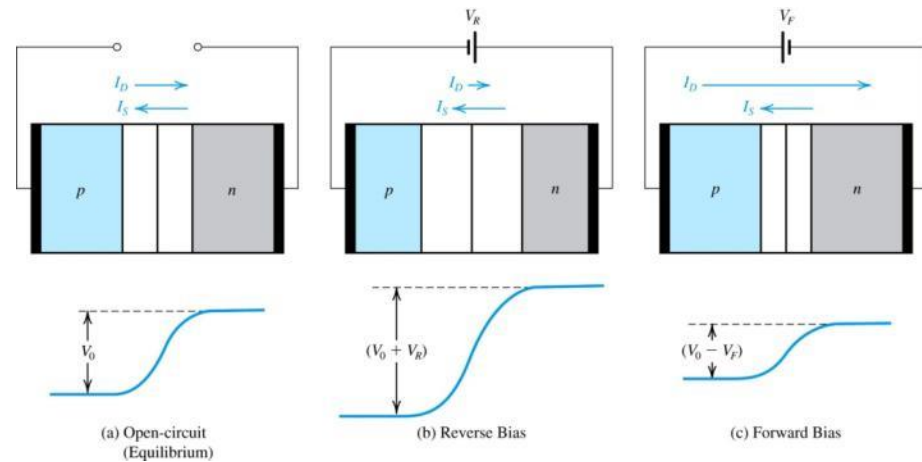


圖 1.38: pn 接面在：(a) 平衡；(b) 反向偏壓；(c) 順向偏壓

1) 未施加電壓

2) 跨越空乏區的電壓差為 V_0

3) $I_D = I_S$

1) 施加負電壓

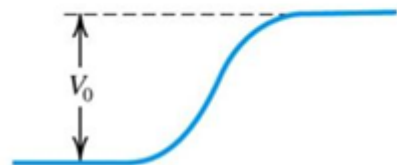
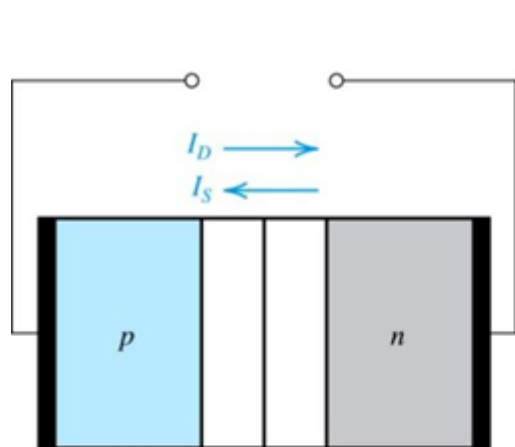
2) 跨越空乏區的電壓差為 $V_0 + V_R$

3) $I_D < I_S$

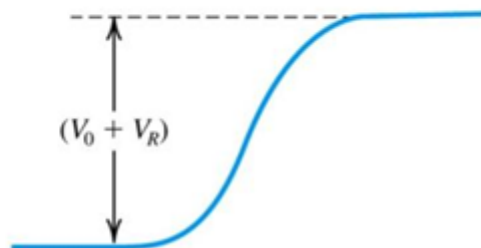
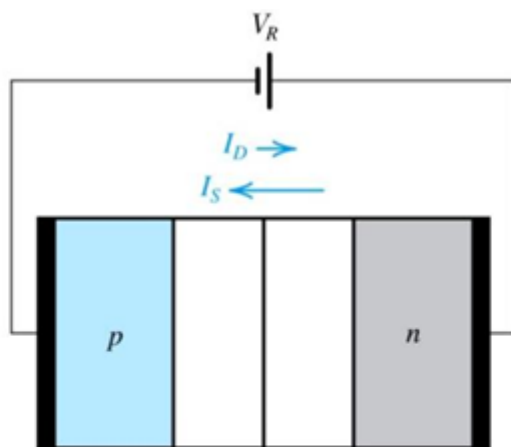
1) 施加正電壓

2) 跨越空乏區的電壓差為 $V_0 - V_F$

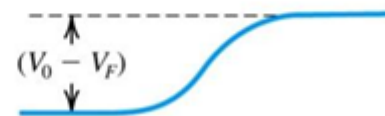
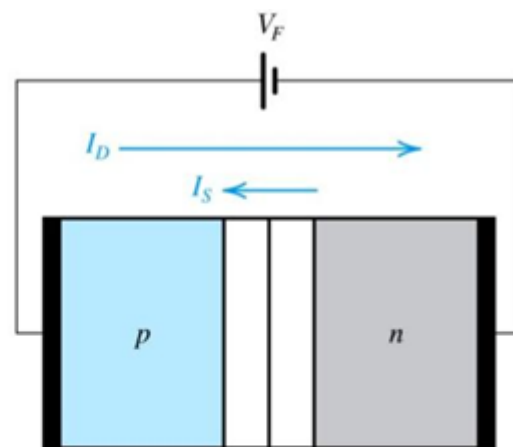
3) $I_D > I_S$



(a) 開路 (平衡)



(b) 反向偏壓



(c) 正向偏壓

1.11.1. 接面操作的定性描述

■ 反向偏壓情況

- 外部施加的反向偏壓 V_R 與位障電壓 V_0 相加(又稱加強)
 - …增加實效位障電壓
- 減少擴散率，即減少 I_D
 - 假如 $V_R > 1V$, I_D 將降至 $0A$
- 飄移電流 I_S 不受影響, 但與溫度相依
- 結果就是 pn 接面會傳導一很小的飄移電流 I_S

反向偏壓情況中的最小電流

■ 順向偏壓情況

- 外部施加的順向偏壓 V_F 與位障電壓 V_0 相減
 - …減少實效位障電壓
- 增加擴散率，即增加 I_D
- 飄移電流 I_S 不受影響, 但與溫度相依
- 結果就是 pn 接面會傳導一顯著的電流 $I_D - I_S$

正向偏壓情況中的明顯電流

順向偏壓情況

- 減小的位障電壓將會：
 - 使界面兩側的顯露電荷儲存減少
 - 較小 / 窄的空乏區

W = 空乏區寬度
 ϵ_s = 矽的介電常數
 $(11.7\epsilon_0 = 1.04 \times 10^{-12} \text{ F/cm})$
 q = 電子電荷量值
 N_A = 受體原子濃度
 N_D = 施體原子濃度
 V_0 = 位障/界面內建電壓
 V_F = 外部施加順向偏壓

$$W = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 - V_F)}$$

動作：
以 $V_0 - V_F$ 取代 V_0

$$Q_J = A \sqrt{2\epsilon_s q \left(\frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right) (V_0 - V_F)}$$

動作：
以 $V_0 - V_F$ 取代 V_0

Q_J = 空乏區任一側儲存的電荷量值

反向偏壓情況

- 增加的位障電壓將會：

- 使界面兩側的顯露電荷儲存增加
- 較大 / 寬的空乏區

W = 空乏區寬度
 ϵ_S = 矽的介電常數
($11.7\epsilon_0 = 1.04 \times 10^{-12} \text{ F/cm}$)
 q = 電子電荷量值
 N_A = 受體原子濃度
 N_D = 施體原子濃度
 V_0 = 位障/界面內建電壓
 V_R = 外部施加反向偏壓

$$(式1.55) \quad W = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_0 + V_R)}$$

動作：
以 $V_0 + V_R$ 取代 V_0

$$(式1.56) \quad Q_J = A \sqrt{2\epsilon_S q \left(\frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right) (V_0 + V_R)}$$

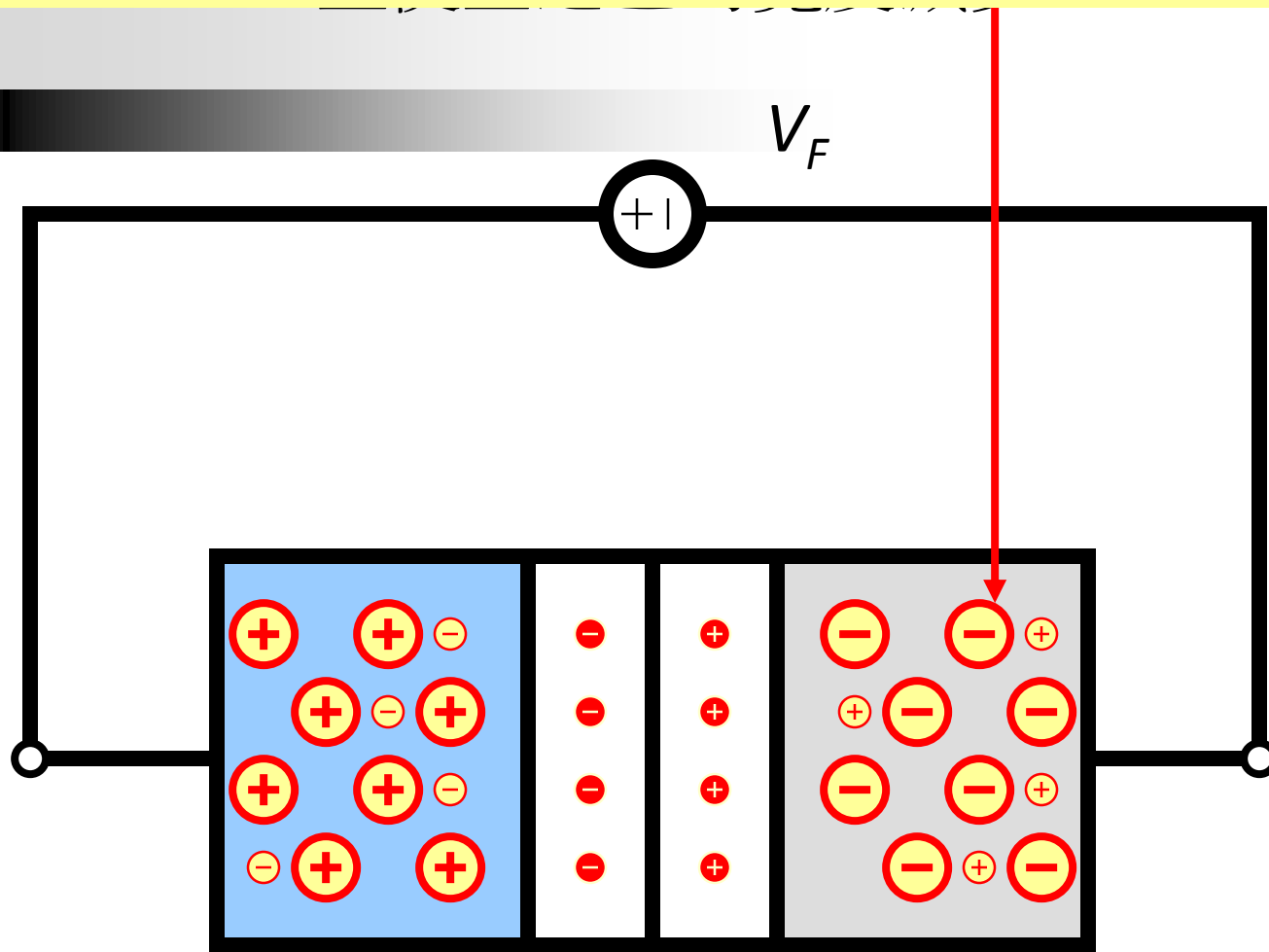
動作：
以 $V_0 + V_R$ 取代 V_0

Q_J = 空乏區任一側儲存的電荷量值

1.11.2.接面的電流 - 電壓關係

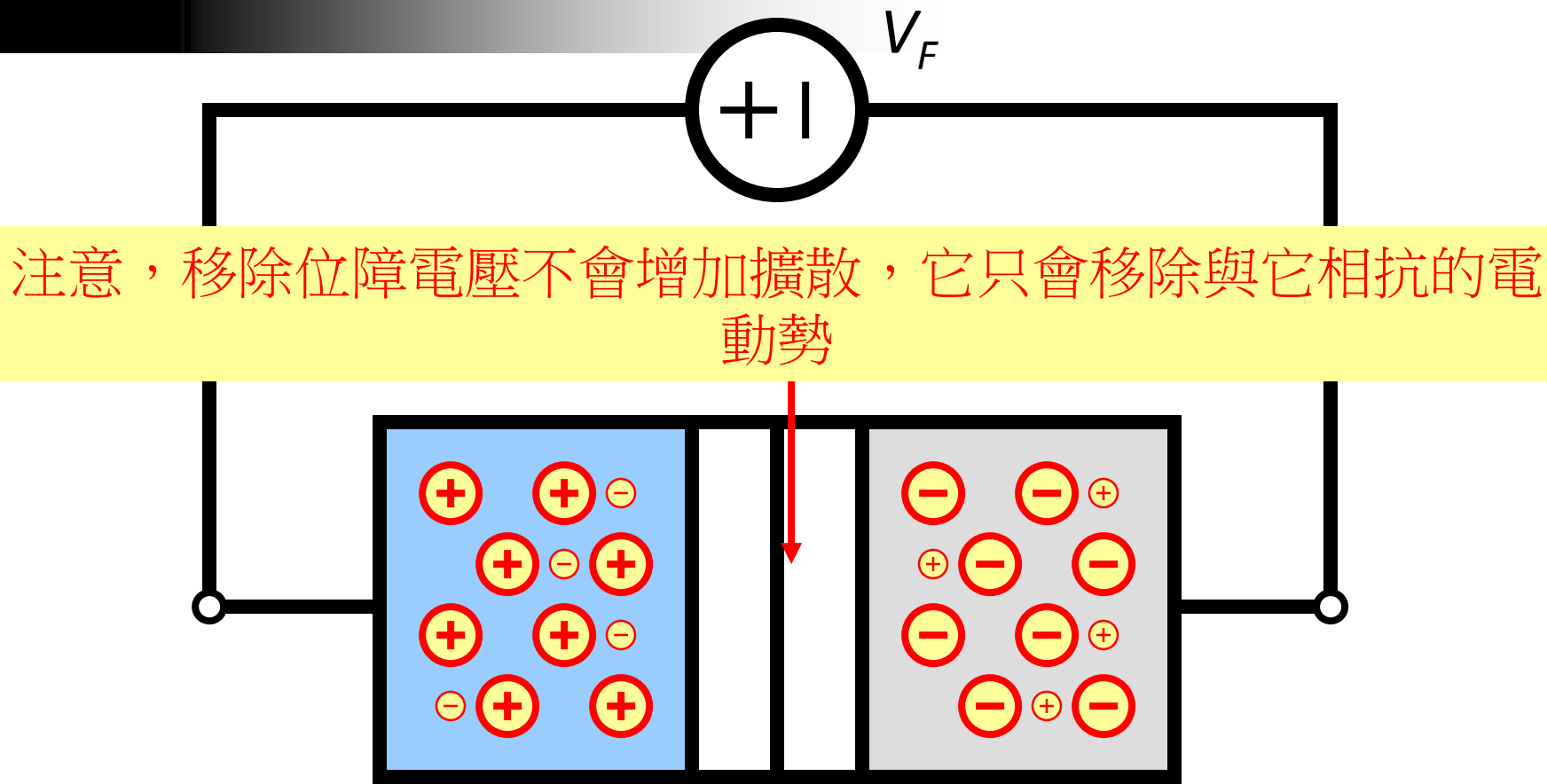
- **Q:** 當**正向偏壓**(V_F)施加於 pn -接面時，會發生什麼？
 - **步驟1:** 施加一小的正向偏壓(V_F)。它的極性將多數載子推向接面，並使空乏區的寬度減少。

步驟1:施加一小的正向偏壓(V_F)。它的極性將多數載注意，此圖中的小圓代表的是少數載子，不是束縛電荷，束縛電荷在此不納入考量。



圖：施加電壓的pn 介面

步驟2: 當 V_F 的量值增加，空乏區會變的相當窄，使得位障電壓 ($V_0 - V_F$) 無法阻止擴散電流



圖：施加電壓的 pn 介面

步驟3: 多數載子(n區的自由電子與p區的電洞)跨越界面，並在近中性區變成少數電荷載子。

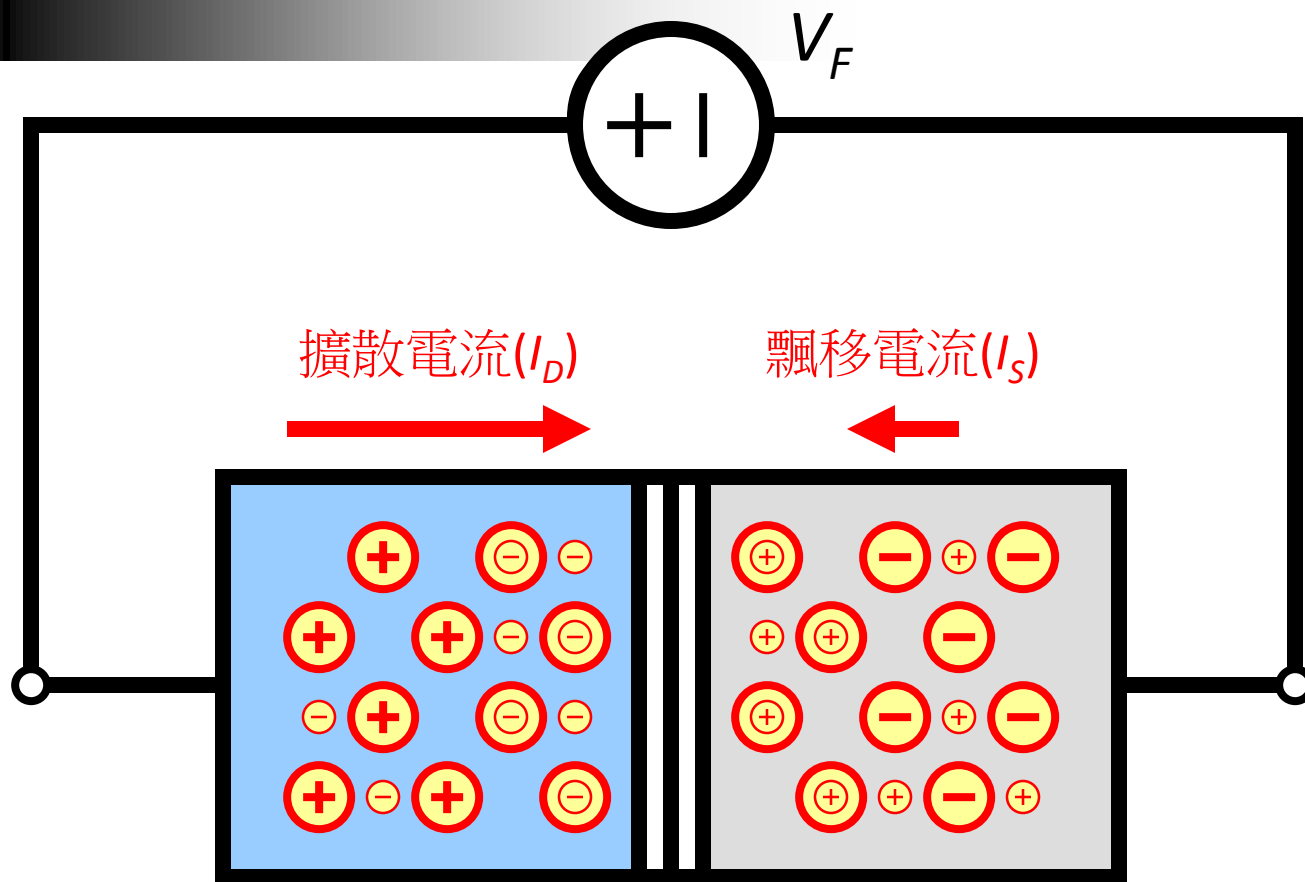
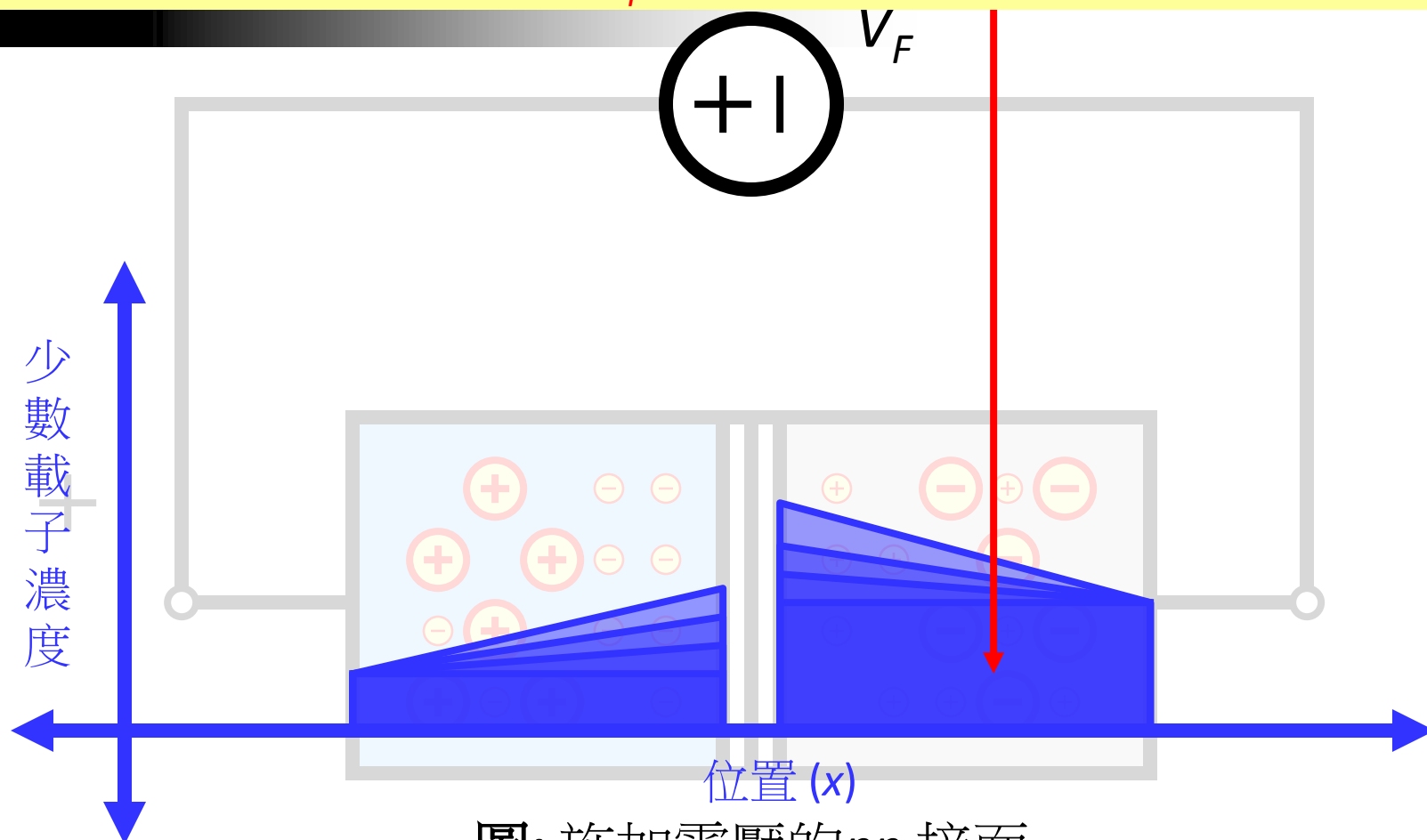


圖: 施加電壓的pn 界面

步驟4: 少數電荷載子的濃度在接面的任一邊會增加。當多在開路情況下，少數載子會均勻的分佈在非空乏區內。此濃度以 n_{p0} 或 p_{n0} 表示。



圖：施加電壓的pn 接面

步驟4:少數電荷載子的濃度在接面的任一邊會增加。當多數載子跨越接面的比率相當於復合率時，會達到穩態梯度

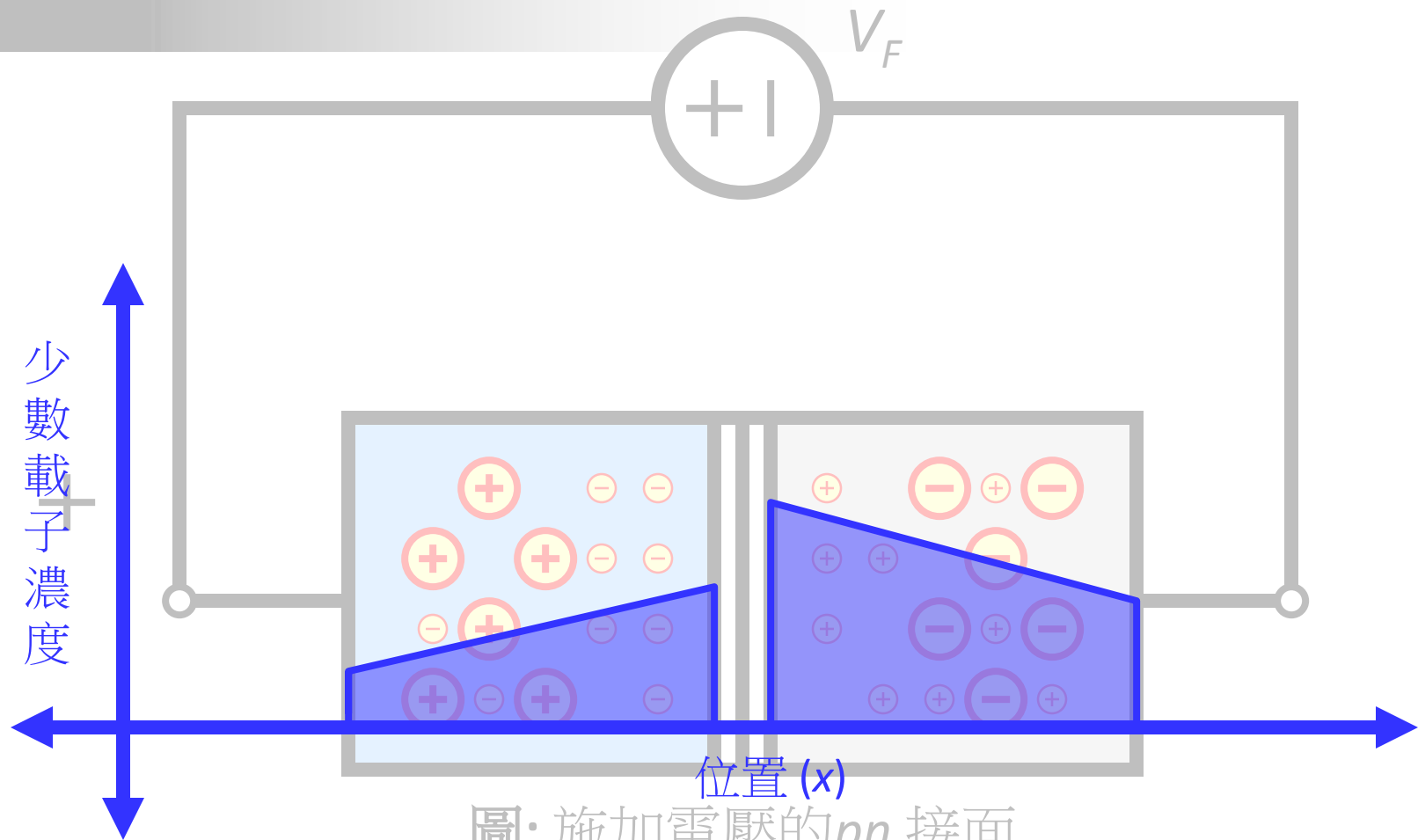


圖: 施加電壓的pn 接面

步驟5+: 儘管低擴散長度(e.g. 微米)與復合，擴散電流會因持續朝向接面的自由電子流與電洞流而被維持

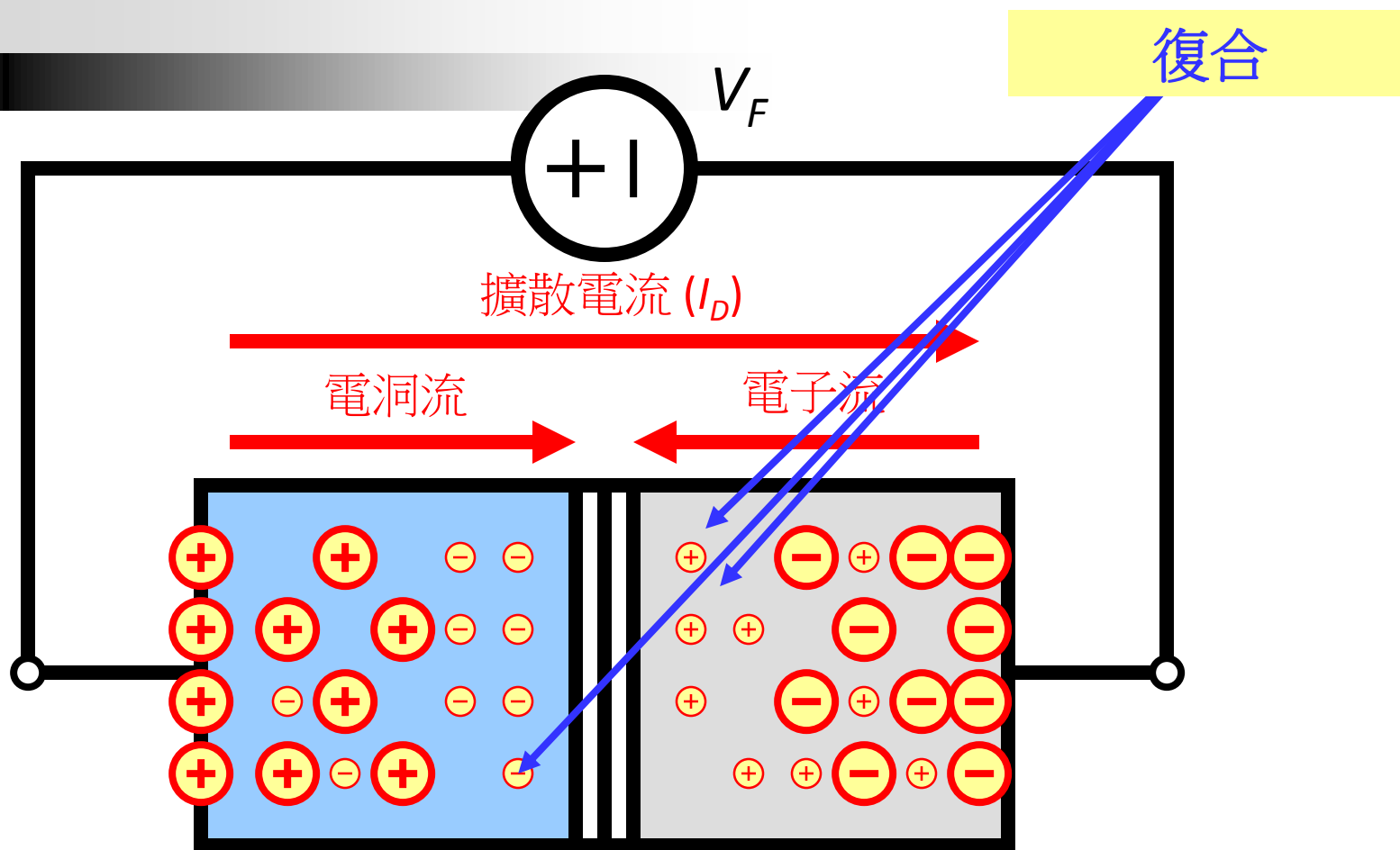


圖: 未施加電壓的pn 接面 (開路端點)

總電流

- Q: 有哪些因素會限制淨電流通過pn接面？
 - A: 新少數載子擴散去與多數載子復合的比率
 - 換言之，少數載子擴散電流遠離接面
- Q: 是什麼決定新少數載子的濃度梯度？
 - A: V_F 與 L_p / L_n

1.11.2.接面的電流 – 電壓關係

(式1.57) 觀念重點為，它與接面邊緣的少數電荷載子濃度有關

- **Q:** (V_F) 與少數載子濃度的關係為何？
 - **步驟1:** 採用 (式1.57).
 - **步驟2:** 將 $p_n(x)$ 減去 p_{n0} 以計算多出的少數電荷載子

$$(式1.31) \quad p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$p_n(x_n)$ = n區電洞濃度，以 x_n 函數表示
 p_{n0} = 熱平衡濃度
 v = 施加的順向電壓
 V_T = 熱電壓

$$(式1.57) \quad p_n(x_n) = p_{n0} e^{v/V_T}$$

$$(式1.58) \quad \begin{aligned} \text{多出濃度} &= p_{n0} e^{v/V_T} - p_{n0} \\ &= p_{n0} (e^{v/V_T} - 1) \end{aligned}$$

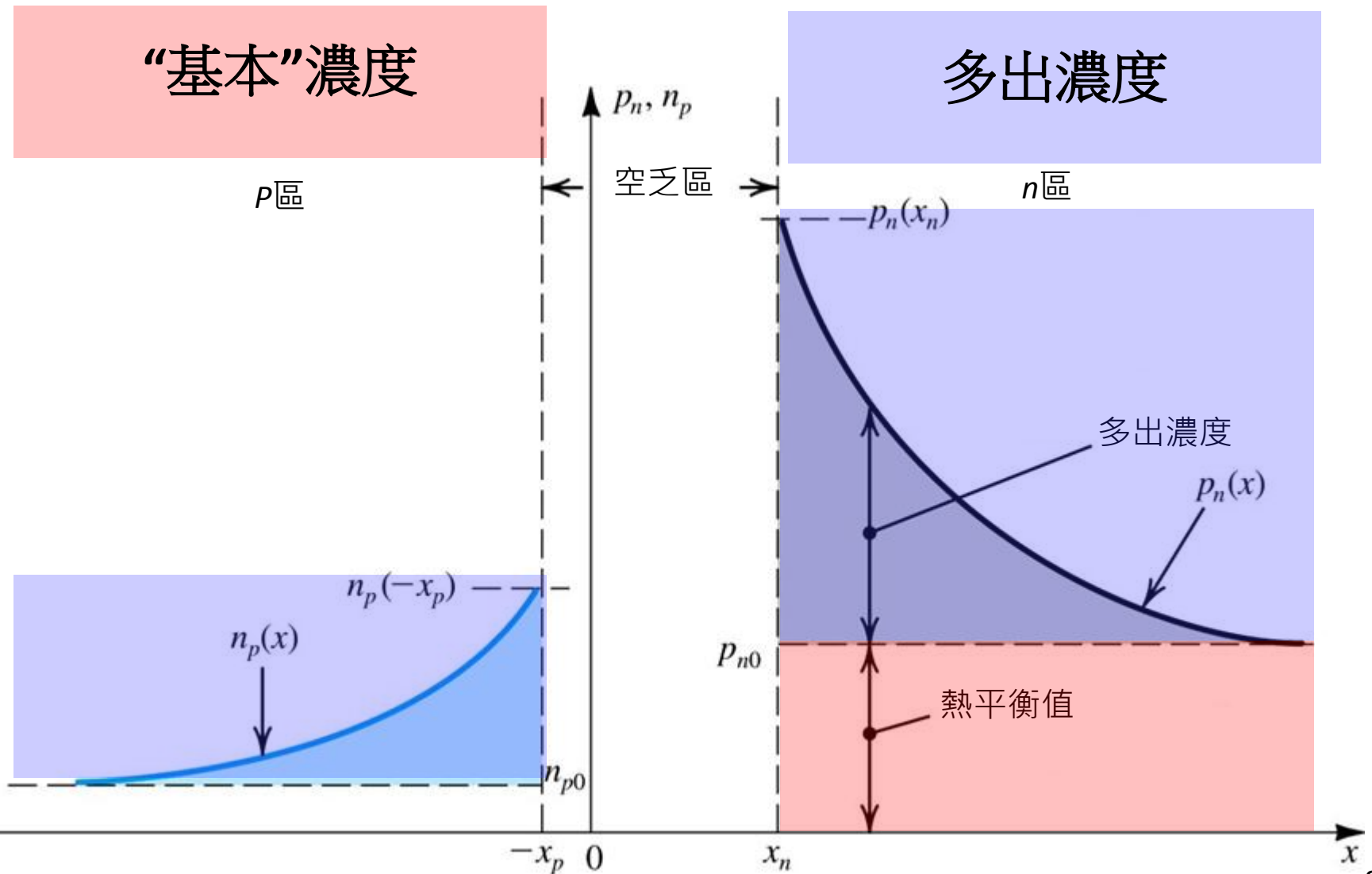
1.11.2.接面的電流 - 電壓關係

- Q: (V_F) 與少數載子濃度的關係為何？
 - 步驟3: 見(式1.59).

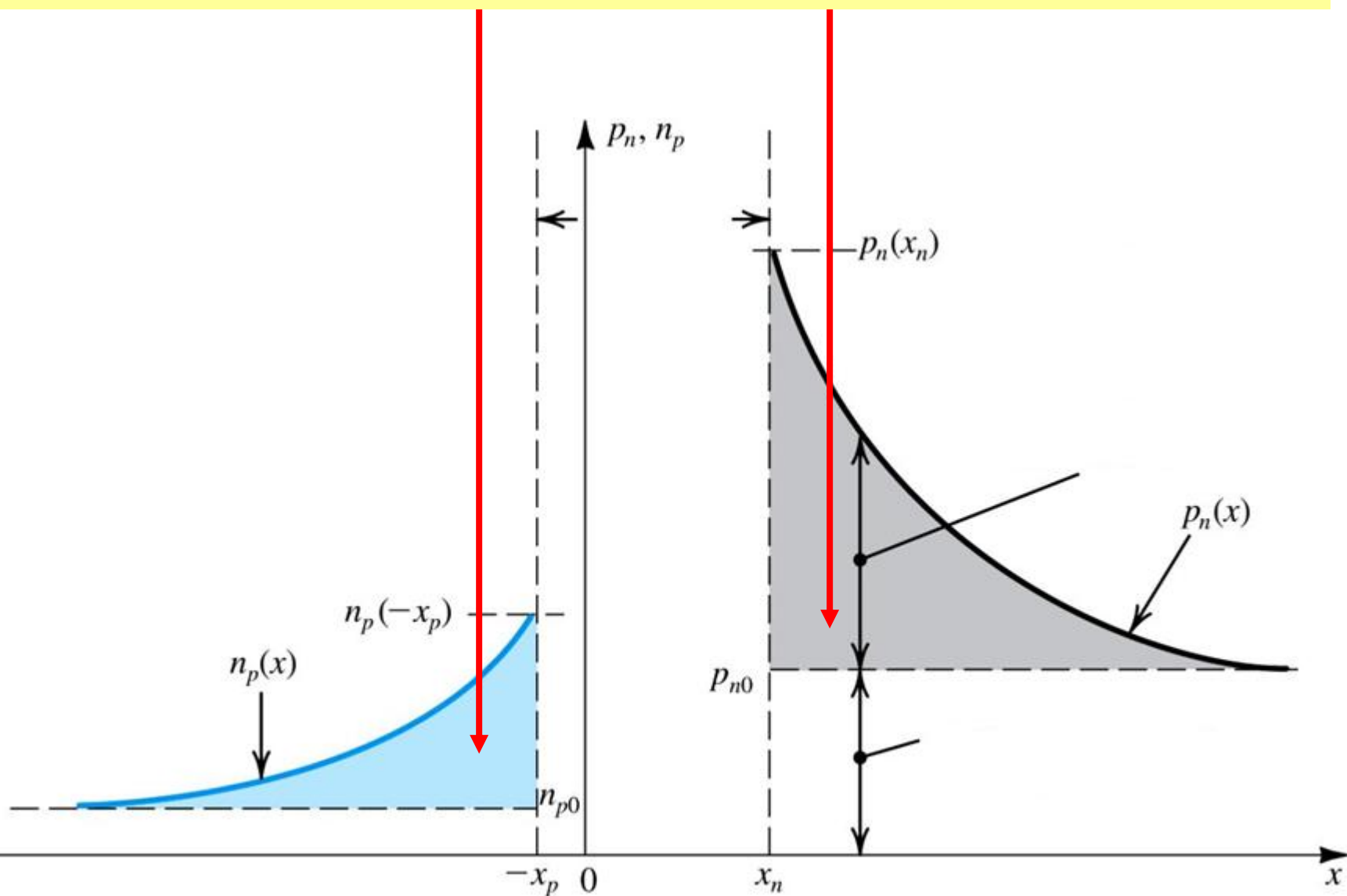
$P_n(x_n)$ = n區電洞濃度，以 x_n 函數表示； P_{n0} = 熱平衡濃度
 x = 興趣點； x_n = 擴散區邊緣； L_p = 擴散長度

$$\begin{aligned} \text{(式 1.59)} \quad p_n(x_n) &= p_{n0} + \underbrace{\left(\text{多出濃度} \right)}_{p_{n0}(e^{V/VT} - 1)} e^{-(x-x_n)/L_p} \\ &= p_{n0} + p_{n0}(e^{V/VT} - 1)e^{-(x-x_n)/L_p} \end{aligned}$$

當 $N_A \gg N_D$ 時 pn 接面兩側的穩態少數載子濃度



這些多出濃度會影響穩態擴散電流。但是此擴散電流
該如何表示？



1.11.2.接面的電流 - 電壓關係

■ **Q:** V_F 與 擴散電流 (I_D) 的關係為何？

■ **步驟1:** 以(式1.59)的表示式去表示電洞擴散電流。

■ **步驟2:** 當 $x = x_n$ 時， $J_p(x)$ 值最大

動作：取 $p_n(x)$ 的衍生

$$\frac{dp_n(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \underbrace{[p_{n0}]}_0 + \dots$$

$$\dots + \frac{d}{dx} \left[p_{n0} (e^{V/V_T} - 1) e^{-(x-x_n)/L_p} \right]$$

$$\underbrace{-\frac{p_{n0}}{L_p} (e^{V/V_T} - 1) e^{-(x-x_n)/L_p}}_{\frac{dp_n(x)}{dx}}$$

動作：將上式帶入值

(式1.60) $J_p = -qD_p \left(\underbrace{-\frac{p_{n0}}{L_p} (e^{V/V_T} - 1) e^{-(x-x_n)/L_p}}_{\frac{dp_n(x)}{dx}} \right)$

動作：計算最大值

$$\max(J_p) = q \frac{D_p}{L_p} p_{n0} (e^{V/V_T} - 1)$$

Q: V_F 與 擴散電流 (I_D) 的關係為何？

- **步驟3:** 得出因少數載子電子而形成的最大擴散電流的組成 (與前述方法相同)

(式 1.61) 最大電洞擴散濃度：

$$J_p(+x_n) = q \frac{D_p}{L_p} p_{n0} (e^{V/V_T} - 1)$$

(式 1.62) 最大電子擴散濃度：

$$J_n(-x_p) = q \frac{D_n}{L_n} n_{p0} (e^{V/V_T} - 1)$$

Q: V_F 與擴散電流 (I_D) 的關係為何?

■ 步驟4: 將兩部分合併

接面總電流(I)等於面積(A)乘上最大電洞(J_p)與電子(J_n)擴散電流密度

$$I = A \left[J_p(+x_n) + J_n(-x_p) \right]$$

$$I = A \left(q \frac{D_p}{L_p} p_{n0} + q \frac{D_n}{L_n} n_{p0} \right) (e^{V/V_T} - 1)$$

動作：將值帶入 $J_p(x_n)$ 與 $J_p(-x_n)$

$$I = Aqn_i^2 \left(\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A} \right) (e^{V/V_T} - 1)$$

動作：帶入 $p_{n0} = n_i^2/N_D$ 與 $n_{p0} = n_i^2/N_A$

$$I = I_S (e^{V/V_T} - 1)$$

動作：帶入

$$I_S = Aqn_i^2 \left[\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A} \right]$$

1.11.2.接面的電流 - 電壓關係

- **Q:** V_F 與 擴散電流 (I_D) 的關係為何？
 - **A:** 見(式1.63)。此為一重要式子，在未來的章節中還會用到它。

$$(式1.63) \quad I = Aqn_i^2 \underbrace{\left(\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A} \right)}_{I_S} (e^{V/V_T} - 1) = I_S (e^{V/V_T} - 1)$$

1.11.2.接面的電流 - 電壓關係

- **Q:** 為何擴散電流 (I_D) 會依賴少數電荷載子的濃度梯度？
 - **A:** 基本上它並不依賴。他依賴新少數電荷載子。

1.11.2. 接面的電流 - 電壓關係

$$(式 1.64) \quad I = I_S (e^{V/V_T} - 1)$$

- 飽和電流 (I_S) - 是流過 pn 接面的最大反向電流
 - 正比於接面面積 (A)
 - 典型值為 $10^{-18} A$

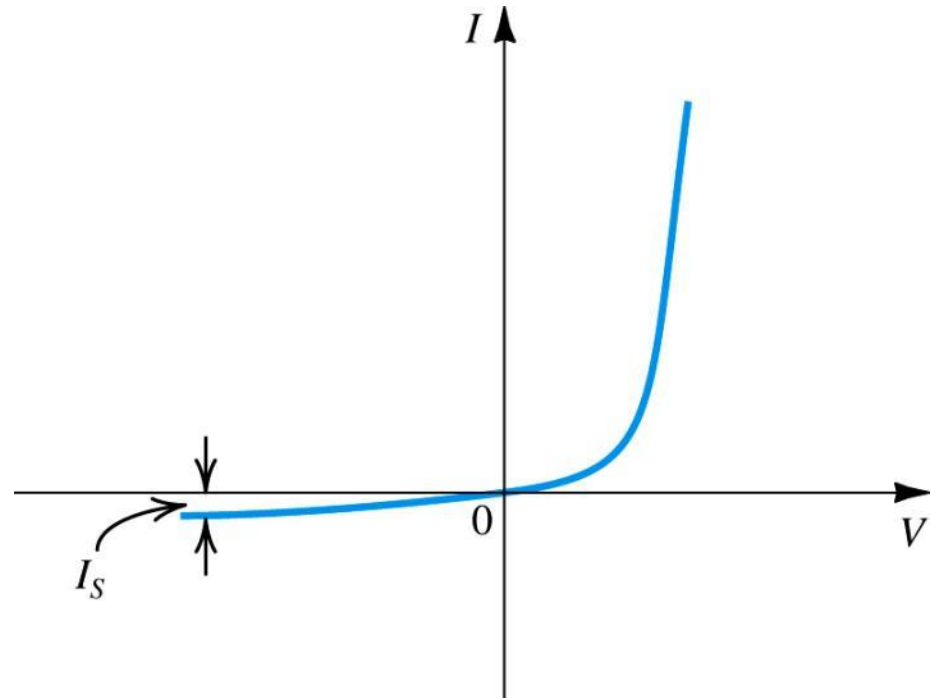


圖 1.40: pn 接面的 I - V 特性

例題 1.11: pn -接面

- 考量 pn 接面為順向偏壓且傳導一個電流 $I = 0.1\text{mA}$ ，給定以下值：
 - $N_A = 10^{18}/\text{cm}^3$ 、 $N_D = 10^{16}/\text{cm}^3$ 、 $A = 10^{-4}\text{cm}^2$ 、 $n_i = 1.5 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ 、 $L_p = 5\text{um}$ 、 $L_n = 10\text{um}$ 、 D_p (n 區) = $10\text{cm}^2/\text{s}$ 、 D_n (p 區) = $18\text{cm}^2/\text{s}$
- Q(a): 計算 I_S
- Q(b): 計算順向偏壓 (V).
- Q(c): 電流 I 中因電洞跨過接面而注入所產生的成分及因電子跨過接面而注入所產生的成分

例題 1.11: pn -接面(a)

- 步驟1: 定義飽和電流 (I_s).
$$I_s = Aqn_i^2 \left(\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A} \right) (e^{V/V_T} - 1)$$
- 步驟2: 帶入相對應的值
$$I_s = 10^{-4} \times 1.6 \times 10^{-19} \times (1.5 \times 10^{10})^2$$
$$I_s = 7.3 \times 10^{-14} \text{ A}$$

例題 1.11: pn -接面(b)

- 步驟1: 採用式(1.64) $\longrightarrow I = I_s (e^{V/V_T} - 1)$
- 步驟2: 簡化此式
 - 因為 $(e^{V/V_T} \gg 1)$ $\longrightarrow I = I_s e^{V/V_T}$
- 步驟3: 倒置此式，解 V $\longrightarrow V = V_T \ln \left(\frac{I}{I_s} \right)$
- 步驟4: 帶入數值 $\longrightarrow V = (25.9 \times 10^{-3}) \ln \left(\frac{0.1 \times 10^3}{7.3 \times 10^{-15}} \right)$
 $V = 0.605V$

例題 1.11: pn -接面(c)

- 步驟1: 計算 A 與 J_p 的產物 I_p $\rightarrow I_p = AJ_p(x_n)$
 - 步驟2: 以式 (1.60) 帶入 J_p $\rightarrow I_p = A \left[q \left(\frac{D_p}{L_p} \right) p_{n0} \left(e^{V/V_T} - 1 \right) \right]$
 - 步驟3: 以 n_i/N_D 帶入 p_{n0}
 - 步驟4: 對 I_n 重複此步驟 $\rightarrow I_p = A \left[q \left(\frac{D_p}{L_p} \right) \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{V/V_T} - 1 \right) \right]$
- $$I_n = A \left[q \left(\frac{D_n}{L_n} \right) \frac{n_i^2}{N_A} \left(e^{V/V_T} - 1 \right) \right]$$
- $$\frac{I_p}{I_n} = \left(\frac{D_p}{D_n} \right) \left(\frac{L_n}{L_p} \right) \left(\frac{N_A}{N_D} \right)$$

例題 1.11: pn -接面(c)

- 步驟5: 帶入數值

$$\frac{I_p}{I_n} = \left(\frac{D_p}{D_n} \right) \left(\frac{L_n}{L_p} \right) \left(\frac{N_A}{N_D} \right) = \frac{10}{18} \times \frac{10}{5} \times \frac{10^{18}}{10^{16}} = 1.11 \times 10^2 = 111$$

$$I_p = \frac{111}{112} \times 0.1 = 0.0991 \text{mA}$$

$$I_n = \frac{1}{112} \times 0.1 = 0.0009 \text{mA}$$

1.11.3. 逆向崩潰

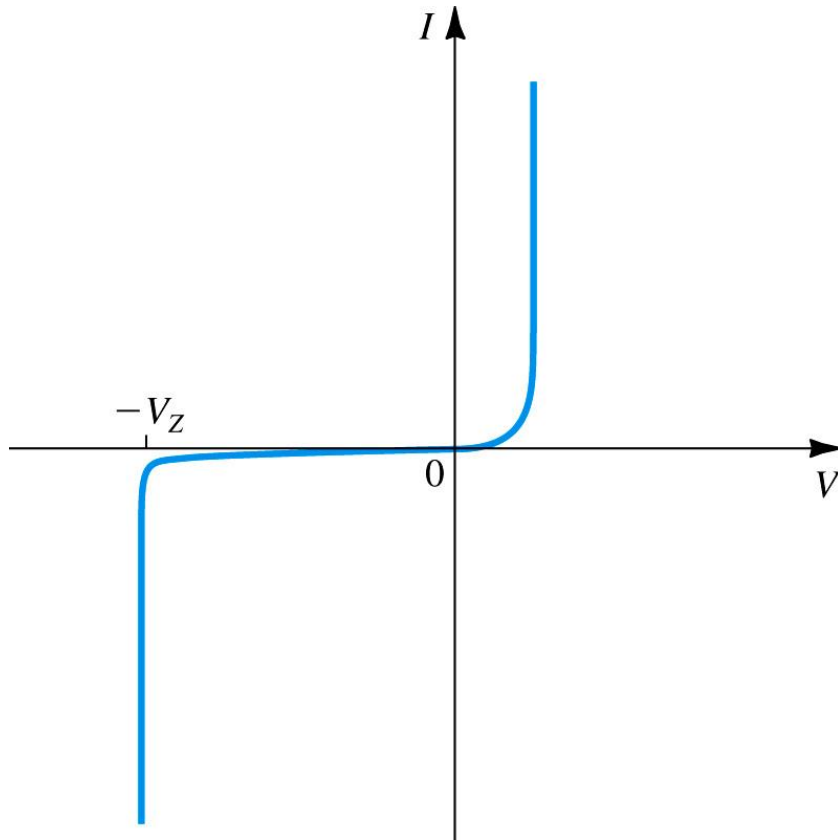


圖1.41 pn 接面的 I - V 特性，其顯示出在崩潰區反向電流會快速增加

1.12.1.空乏或接面電容

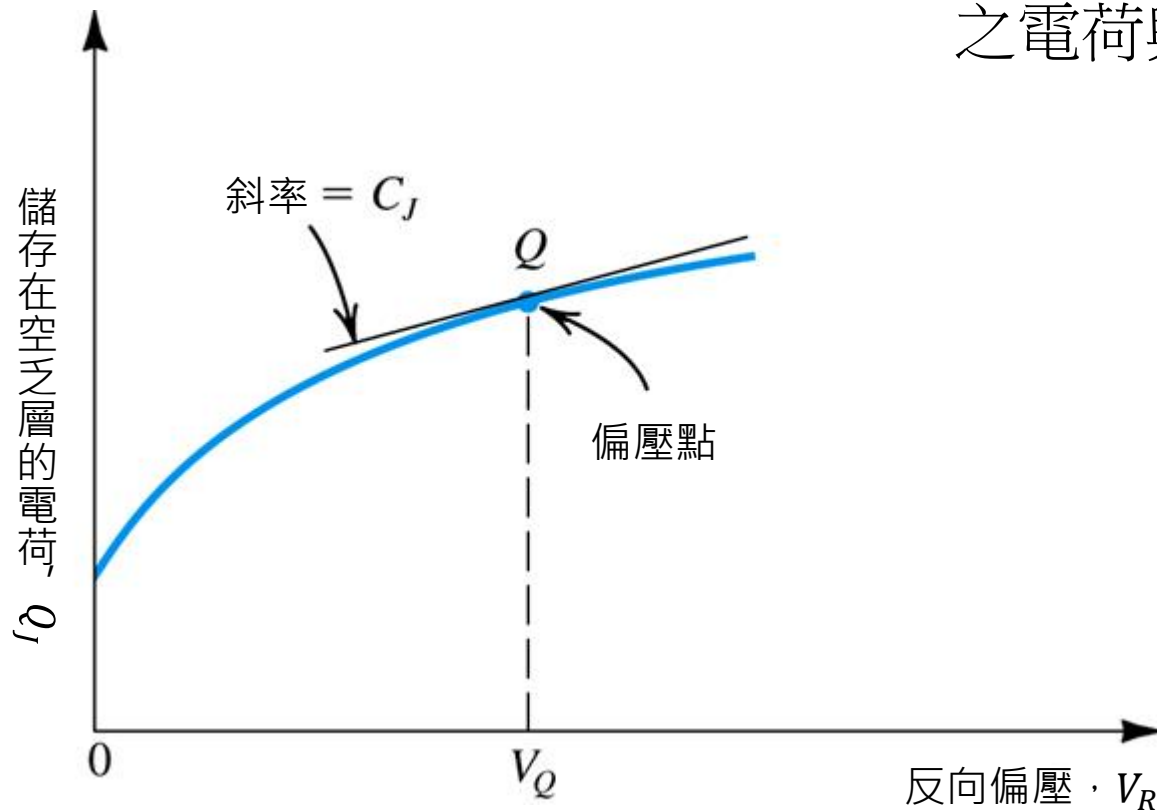


圖1.42 儲存在空乏區任一側之電荷與反向偏壓 V_R 的關係。

1.12.1. 空乏或接面電容

- 當 pn 接面有反向偏壓 V_R ， $\rightarrow Q_J = A \sqrt{2\epsilon_s q \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} (V_0 + V_R)}$
電荷儲存在空乏區的任一側

- 因此，針對給定的 pn 接面 $\rightarrow Q_J = \alpha \sqrt{V_0 + V_R}$
where $\alpha = A \sqrt{2\epsilon_s q \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}}$

- 定義電容 C_j 與電荷 Q_J 的變化到電壓 V_R 的變化均相關 $\rightarrow C_j = \left. \frac{dQ_J}{dV_R} \right|_{V_R=V_Q}$

$$C_j = \frac{\alpha}{2\sqrt{V_0 + V_R}}$$

1.12.1. 空乏或接面電容

- C_{j0} 在零偏壓時的值可維持如右 $\rightarrow C_{j0} = \frac{\alpha}{2\sqrt{V_0}}$
- C_j 可表示如右 $\rightarrow C_j = \frac{C_{j0}}{2\sqrt{\frac{V_R}{V_0}}}$
- 將 α 帶入 C_{j0} $\rightarrow C_j = A \sqrt{\left(\frac{\epsilon_s q}{2}\right) \left(\frac{N_A N_D}{N_A + N_D}\right) \left(\frac{1}{V_0}\right)}$
- 接面電容的公式可寫成更一般的型式，其中 m 為一常數，稱為漸變係數 $\rightarrow C_j = \frac{C_{j0}}{\left(1 + \frac{V_R}{V_0}\right)^m}$

1.12.2.擴散電容

- 考慮一個順向偏壓 pn 接面。在穩態時，於 n 區及 p 區的少數載子濃度分布已建立，如圖 1.39 所示。

$$Q_p = Aq \times P_n(x) \text{ 曲線下的陰影面積} \\ = Aq[p_n(x_n) - p_{n0}]L_p$$

- 將 (1.57) 式的代入上式，並使用 (1.61) 式使我們可以將表示成

$$\longrightarrow Q_p = \frac{L_p^2}{D_p} I_p$$

- 將 Q_p 與 I_p 相關聯起來的因子 (L_p^2 / D_p) 是一個有用的元件參數，其具有時間的單位，且記做 τ_p

$$\longrightarrow \tau_p = \frac{L_p^2}{D_p}$$

1.12.2.擴散電容

$$Q_p = \tau_p I_p$$

- 時間常數 τ_p 多出少數載子(電洞)生命。它是電洞注入n區後會與多數電子復合的平均時間。

$$Q_p = \tau_T I$$

其中 τ_p 稱為接面的平均穿越時間

1.12.2. 擴散電容

- 若在某一個選定的偏壓附近有小小變動，我們可以定義一個**增量擴散電容** C_d 如下：

且可證明

$$C_d = \frac{dQ}{dV}$$

$$C_d = \left(\frac{\tau_T}{V_T} \right) I$$

其中 I 是順向偏壓電流

- 注意 C_d 直接正比於順向電流 I 且因此在反向偏壓時，可忽略