

實驗八 楊氏係數(Young's modulus)實驗

一、目的：

1. 利用彈性曲線方程式和測微表測定金屬棒的楊氏係數。
2. 以多種規格大小的金屬棒，驗證彈性曲線方程式。

二、原理與方法：

橫樑受鉛直力的作用，所生應變稱為彎曲，如圖(一)所示，上層互相壓迫而收縮，下層則伸張，而中間一層則保持原長度，如 ABCD，稱為中性層， \overline{AB} 或 \overline{CD} 稱為彈性曲線，其方程式稱為彈性曲線方程式。

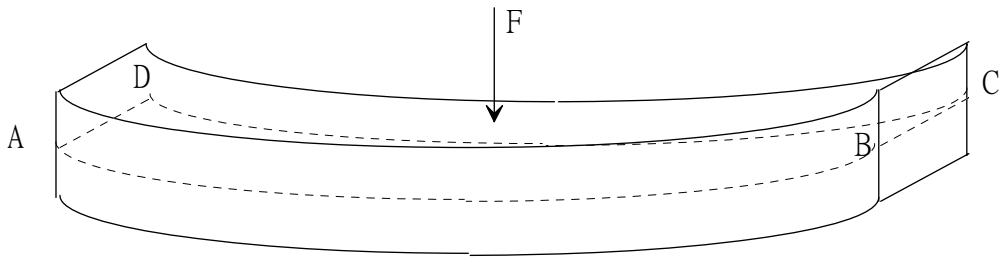


圖 一

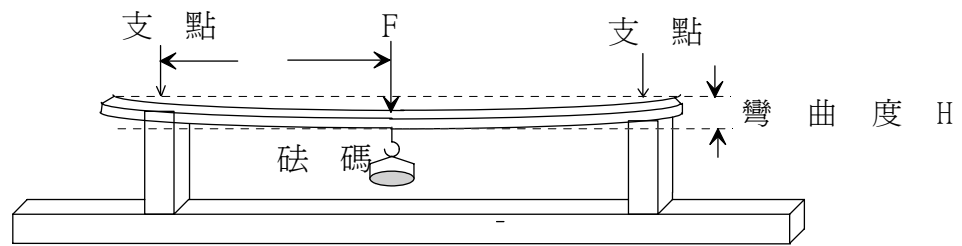


圖 二

橫樑之彈性曲線方程式，依材料、長短、斷面形狀及受力之大小和分佈而異，對單樑而言，若其支點在兩端，而負荷之力點在中央，如圖(二)所示，則彈性曲線的彎曲度為最大。

其彈性曲線方程式為

$$H = \frac{FL^3}{4YBt^3} \quad (1)$$

或

$$Y = \frac{FL^3}{4HBt^3} \quad (2)$$

H ：彎曲度

F ：作用力

L ：測試棒在兩支點間的長度

Y ：楊氏係數

B ：測試棒的寬度

t ：測試棒的厚度。

由式(2)得知，只要量得式(2)中的各個物理量，即可得出楊氏係數。另外，可使用不同材料或不同長度或不同厚度或不同寬度或不同作用力來驗證彈性曲線方程式。

$$H \propto \frac{1}{Y} \quad (3)$$

$$H \propto \frac{1}{B} \quad (4)$$

$$H \propto \frac{1}{t^3} \quad (5)$$

$$H \propto \frac{1}{t^3} \quad (6)$$

$$H \propto L^3 \quad (7)$$

歸納整理式(3)至式(7)，可得到式(8)的關係式，從實驗結果求出常數 k 。

當 $k=1$ 時，即為式(2)的彈性曲線方程式。

$$H \propto \frac{FL^3}{4YBt^3} \rightarrow H = k \frac{FL^3}{4YBt^3} \quad (8)$$

$$k=1 \rightarrow H = \frac{FL^3}{4YBt^3} \quad (2)$$

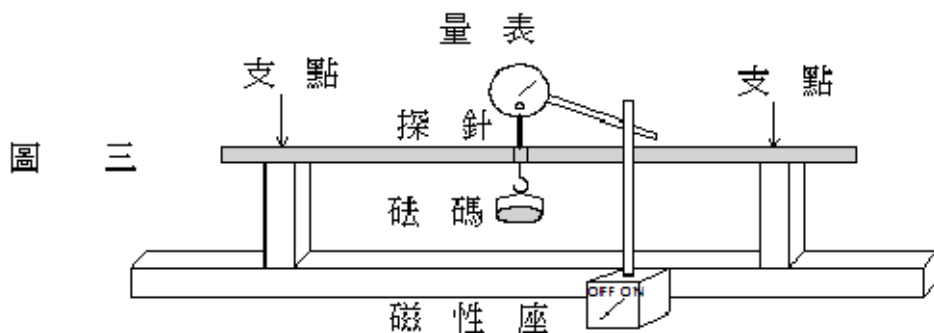
三、儀器設備：

測定台座、磁性固定座、待測金屬棒、砝碼、測微表、尺。

四、實驗步驟：

(一) 測量不同金屬棒的楊氏係數

1. 測量待測金屬棒的長度、寬度、厚度值。
2. 如圖(三)的示意圖架設實驗裝置，將砝碼架固定於測試棒的中心處，再放在測定台上，並調整兩支點間距離，然後固定之。
3. 將磁性固定座，固定於測定台座上，裝上量表，使其探針垂直接觸砝碼吊架上，然後將量表歸零。
4. 小心將砝碼放於吊架上，測試棒將會彎曲，記錄此時讀數 H 。
5. 將彎曲度 H ，代入式(2)求此金屬棒之楊氏彈性係數。



(二) 彎曲度與楊氏係數的關係

1. 取同長度、同寬度、同厚度，不同材料之金屬棒施以相同的力，分別量測其彎曲度。
2. 計算其個別之楊氏係數。
3. 以彎曲度對楊氏係數的倒數作圖，如為直線，即知彎曲度正比於楊氏係數的倒數。

(三) 彎曲度與寬度之關係

1. 取同長度、同厚度、同材質，但不同寬度的金屬棒，施以相同的力，分別量測其彎曲度。
2. 以寬度倒數對彎曲度作圖，如為直線即知彎曲度正比於寬度倒數。

(四) 彎曲度與作用力之關係

1. 取一測試棒，置於測試台上。
2. 分別掛上不同的砝碼，並量得其各別之彎曲度。
3. 以作用力對彎曲度作圖，如為一直線，即知彎曲度正比於作用力。

(五) 彎曲度與長度之關係

1. 取同寬、同厚、同材質，但不同長度的金屬棒，施以相同的力，分別量測其彎曲度。
2. 以長度3次方對彎曲度作圖，如為直線，即知彎曲度正比於長度的3次方。

(六) 彎曲度與厚度之關係

1. 取同長、同寬、同材質，但不同厚度的金屬棒，施以相同的力，分別量測其彎曲度。
2. 以厚度的3次方的倒數對彎曲度作圖，如為直線，即知彎曲度正比於厚度3次方的倒數。

(七) 驗證彈性曲線方程式

1. 由實驗數據求得常數 k 。
2. 將常數 k 的實驗值與理論值 $k=1$ 相比，計算百分誤差。

楊氏係數標準值：鋼鐵： $19.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 \sim 20.6 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

黃銅： $9.7 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 \sim 10.2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

青銅： $8.08 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

鋁： $7.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

五、問題與討論：

1. 彈性方程式滿足虎克定律嗎？請說明原因。
2. 你認為鐵軌使用「工」字形狀的好處為何？
3. 在「團結力量大」的寓言故事中，年邁的父親要自己的兒子們分別折斷一根筷子與十根筷子。請估算折斷一根筷子與十根筷子所需施加的力量差距約為幾倍？