Ch6 同步電動機

- 同步電動機是將電功率轉為機械功率的同步機，又稱為同步馬達，其構造與同步發電機相同，都是以定子為電樞繞組，轉子為磁場繞組。
- 如圖6-1所示的雙極 ($P = 2$) 同步電動機，機體內同時存在有兩個磁場 (MMF)，其一為電樞繞組所產生的旋轉磁場 F_s 正以同步速率 n_s、逆時針方向旋轉，其二為轉子磁場繞組本身的固定 N-S 磁極所產生的 F_r 。這兩個磁場當中，以 F_s 為主動、 F_r 為被動，兩者因吸引力而產生轉矩，使得轉子追隨定子的旋轉磁場方向而轉動。

$$n_s = \frac{120f}{P} \tag{6-1}$$

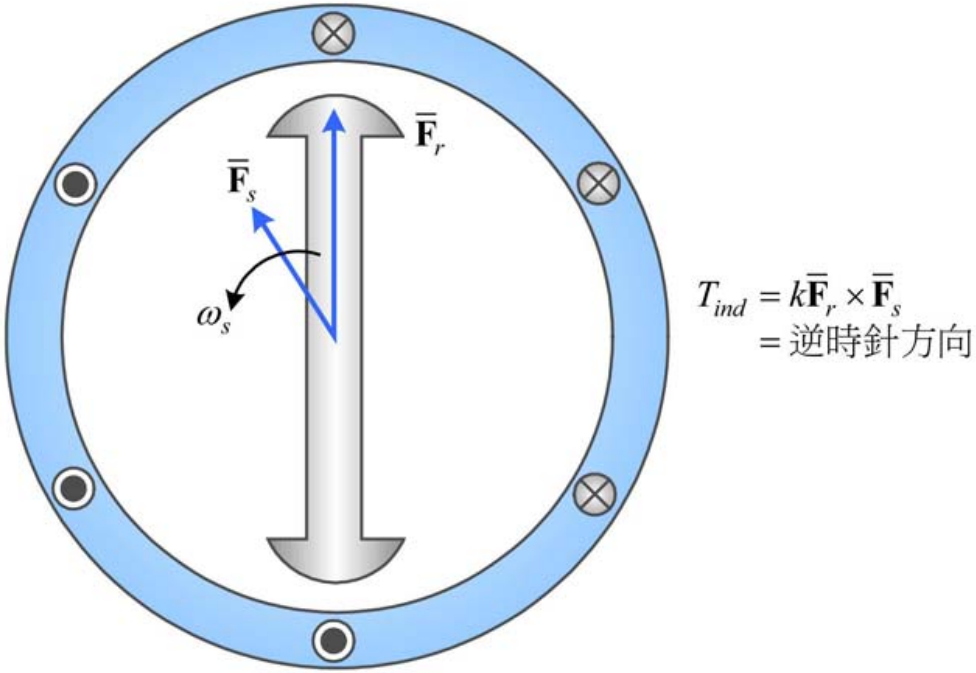

$\overline{\mathbf{F}}_r$
$\overline{\mathbf{F}}_s$
ω_s
$T_{ind} = k\overline{\mathbf{F}}_r \times \overline{\mathbf{F}}_s$
= 逆時針方向

圖 6-1　雙極同步電動機

6-1　同步電動機的運轉基本原理

- 圖6-2(a) 顯示了電動機體內的兩個互相獨立的磁場 (磁動勢)，分別為定子磁動勢向量 $\overline{\mathbf{F}}_s$ 與轉子磁動勢向量 $\overline{\mathbf{F}}_r$，在穩態運轉的情況下，兩者是以 (6-1) 式所示的同步速度 n_s 一同運轉，並保持夾角為 δ_{sr}。

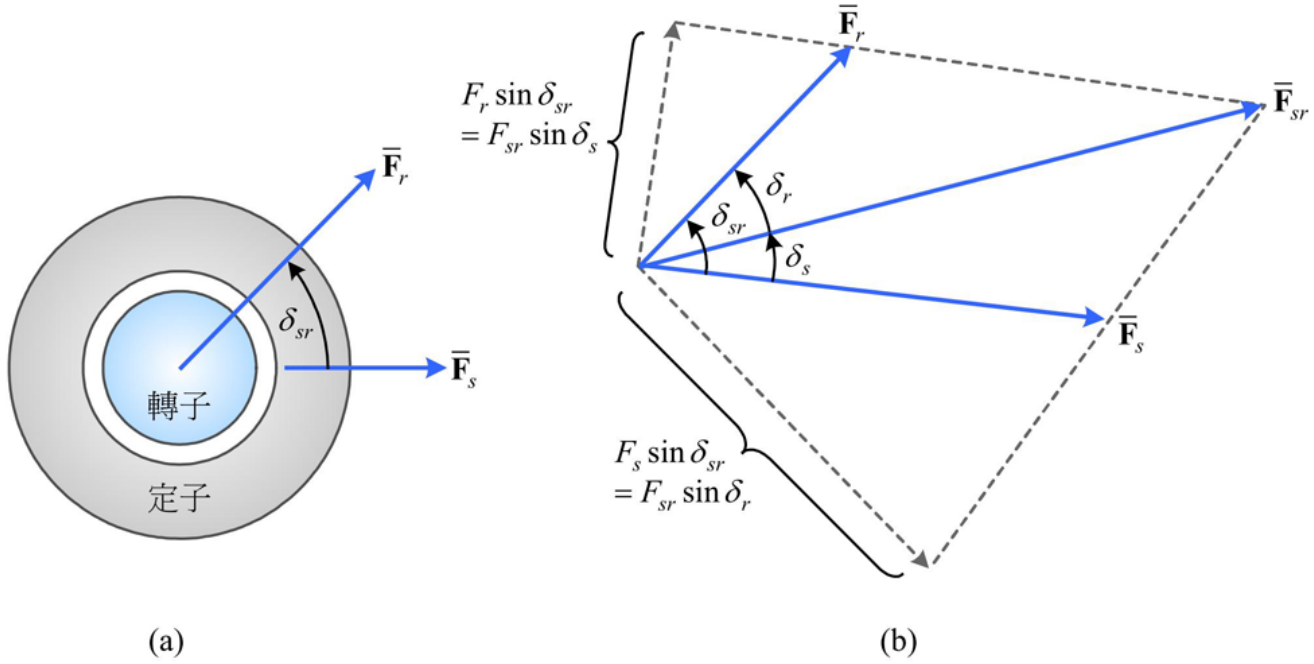


圖 6-2　轉子磁場與定子磁場

6-1　同步電動機的運轉基本原理

一、同步電動機之共能與發展轉矩

- 根據磁場共能理論，在封閉空間 V 中的線性材質所含之共能總量為

$$W_f' = \int_V \frac{\mu H^2}{2} dV \tag{6-2}$$

- 可將 (6-2) 式改寫為

$$W_f' = \frac{\mu_0}{2} \times (H_{ag}^2 \text{ 之平均值}) \times (\text{氣隙體積}) \tag{6-6}$$

- 其中 H_{ag}^2 之平均值為

$$H_{ag}^2 \text{ 之平均值} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (H_{ag,\,peak} \sin\theta)^2 \, d\theta = \frac{H_{ag,\,peak}^2}{2} \tag{6-7}$$

- 且整個氣隙之總體積為

$$V = \pi D \ell g \tag{6-8}$$

6-1 同步電動機的運轉基本原理

一、同步電動機之共能與發展轉矩 (續)

$$W_f' = \left[\frac{\mu_0}{4}\cdot\left(\frac{F_{sr}}{g}\right)^2\right]\cdot(\pi D\ell g) = \frac{\mu_0\pi D\ell}{4g}\cdot F_{sr}^2 \qquad (6\text{-}9)$$

$$F_{sr}^2 = F_s^2 + F_r^2 + 2\,F_sF_r\,\cos\delta_{sr} \qquad (6\text{-}10)$$

$$W_f' = \frac{\mu_0\pi D\ell}{4g}(F_s^2 + F_r^2 + 2F_sF_r\cos\delta_{sr}) \qquad (6\text{-}11)$$

$$T_f = \frac{\partial W_f'}{\partial\delta_{sr}} = -\frac{\mu_0\pi D\ell}{2g}F_sF_r\sin\delta_{sr} \qquad (6\text{-}12)$$

$$T_f = -\frac{P}{2}\,\frac{\mu_0\pi D\ell}{2g}F_sF_r\sin\delta_{sr} \qquad (6\text{-}13)$$

6-1　同步電動機的運轉基本原理

例 6-1

一部兩極三相 60 Hz 同步發電機，轉子直徑 20 cm，氣隙長 0.2 cm，轉子長度 40 cm，轉子繞組 500 匝，定子繞組每相 100 匝，此發電機供應三相負載時，有三相定子電流流動，在 $t = 0$ 時 a 相電流最大值 15 A，同時轉子軸相對於參考軸角度 20°，轉子電流固定為 2 A，試求電機產生的電磁轉矩為多少牛頓 - 米？

6-1 同步電動機的運轉基本原理

解 定子磁動勢

$$F_s = \frac{3}{2}\left(\frac{2N_sI_s}{\pi}\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{2\times 100\times 15}{\pi}\right) = 1432.4 \text{ 安-匝}$$

轉子磁動勢

$$F_r = \frac{2N_rI_r}{\pi} = \frac{2\times 500\times 2}{\pi} = 636.62 \text{ 安-匝}$$

同步發電機 $\omega_m = \omega_s$，因此

$$\delta_{sr} = \theta_m - \theta_s = \omega_m t + \theta_m(0) - \omega_s t = \theta_m(0) = 20°$$

$$\therefore T_f = -\frac{P}{2}\frac{\pi\mu_0 D\ell}{2g}F_sF_r\sin\delta_{sr}$$

$$= -\frac{2}{2}\times\frac{\pi\times 4\pi\times 10^{-7}\times 0.2\times 0.4}{2\times 0.002}\times 1432.4\times 636.62\sin 20°$$

$$= -24.626 \text{ 牛頓-米}$$

End

6-1 同步電動機的運轉基本原理

二、合成磁通與發展轉矩

- 如圖6-2(b) 所示，利用三角之正弦定理得

$$\frac{F_{sr}}{\sin(180^\circ - \delta_{sr})} = \frac{F_s}{\sin\delta_r} = \frac{F_r}{\sin\delta_s} \tag{6-14}$$

- 故將 F_s 或 F_r 代換為 F_{sr} 可得

$$F_s \sin\delta_{sr} = F_{sr}\sin\delta_r \tag{6-15}$$

$$F_r \sin\delta_{sr} = F_{sr}\sin\delta_s \tag{6-16}$$

$$T_f = -\frac{P}{2}\frac{\pi\mu_0\pi D\ell}{2g}F_s F_{sr}\sin\delta_s \tag{6-17}$$

$$T_f = -\frac{P}{2}\frac{\pi\mu_0\pi D\ell}{2g}F_r F_{sr}\sin\delta_r \tag{6-18}$$

$$T_f = -\frac{\pi}{2}\left(\frac{P}{2}\right)^2 \cdot \phi_{sr} \cdot F_r \cdot \sin\delta_r \tag{6-21}$$

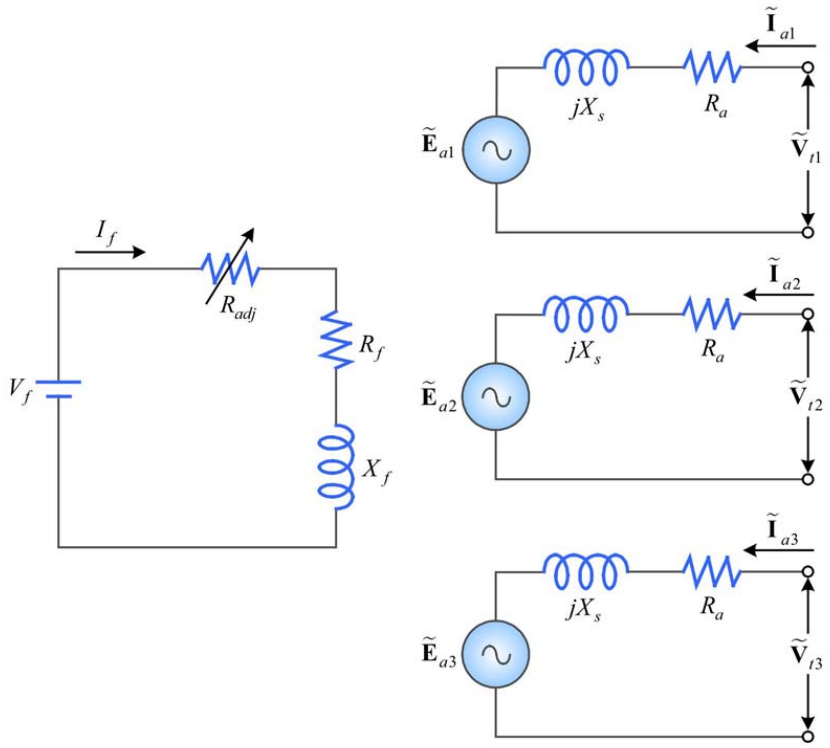
6-2 同步電動機的等效電路與相量圖

一、同步電動機的等效電路

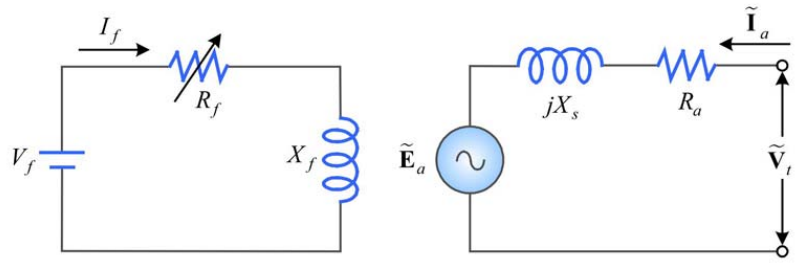
- 在三相平衡的假設下，可以用其中的一相代表之，如圖6-3(b) 所示。
- 此效電路克希荷夫電壓定律方程式為

$$
\begin{aligned}
\widetilde{\mathbf{V}}_t &= \widetilde{\mathbf{E}}_a + jX_s\widetilde{\mathbf{I}}_a + R_a\widetilde{\mathbf{I}}_a \\
&= \widetilde{\mathbf{E}}_a + (jX_s + R_a)\widetilde{\mathbf{I}}_a \\
&= \widetilde{\mathbf{E}}_a + \mathbf{Z}_s\widetilde{\mathbf{I}}_a
\end{aligned}
\tag{6-22}
$$

6-2　同步電動機的等效電路與相量圖



(a) 三相同步電動機之各相等效電路



(b) 三相同步電動機的每相等效電路

圖 6-3　三相同步電動機等效電路

6-2　同步電動機的等效電路與相量圖

二、功率因數與相量圖

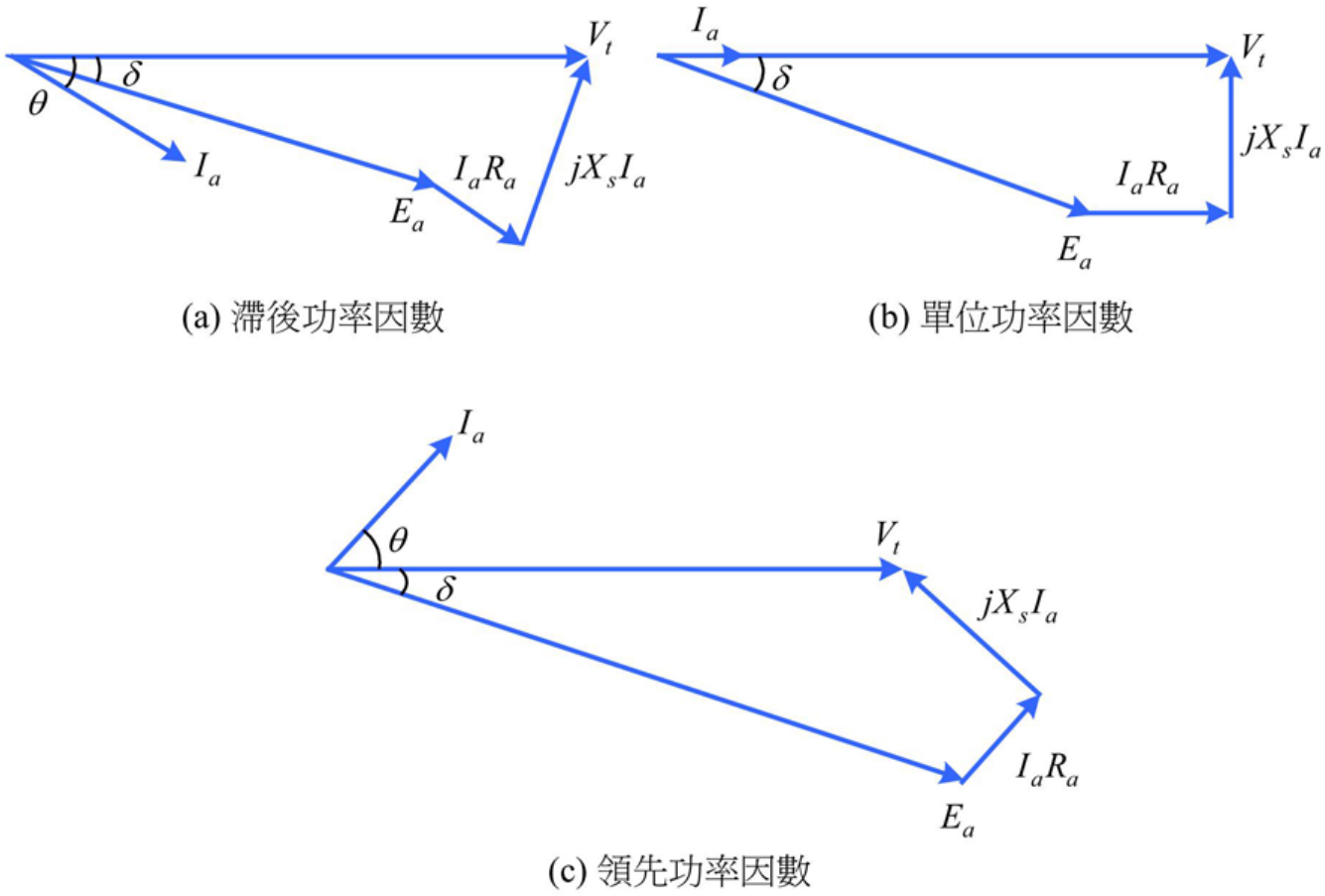


圖 6-4　圓柱型同步電動機不同功率因數時的電壓相量圖

6-2 同步電動機的等效電路與相量圖

二、功率因數與相量圖 (續)

- 輸入同步電動機的功率除了流入電樞繞組功率外，亦包括磁場繞組所消耗的功率，因此電機的總輸入功率為

$$P_{in} = 3V_t I_a \cos\theta + V_f I_f \tag{6-23}$$

- 同步電動機的全部銅損為

$$P_{cu} = 3I_a^2 R_a + V_f I_f \tag{6-24}$$

- 電樞內生轉矩功率 P_d

$$P_d = 3V_t I_a \cos\theta - 3I_a^2 R_a \tag{6-25}$$

- 當同步電動機以 $\omega_s(\text{rad/s})$ 同步速率運轉時，同步電動機的內生轉矩 T_d 為

$$T_d = \frac{P_d}{\omega_s} \tag{6-26}$$

6-2　同步電動機的等效電路與相量圖

二、功率因數與相量圖 (續)

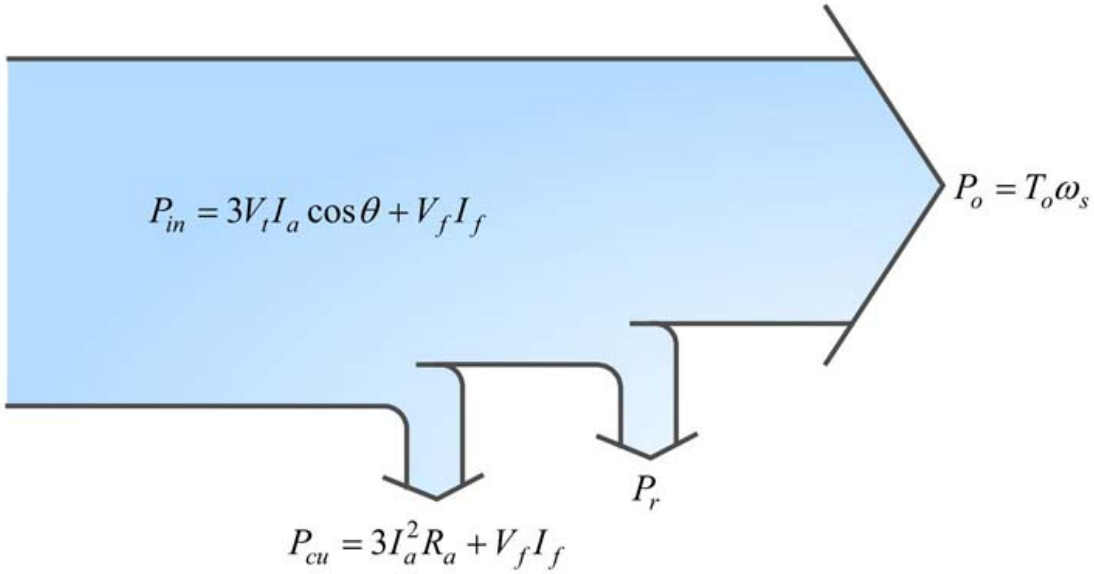


圖 6-5　同步電動機功率流程圖

$$T_o = \frac{P_o}{\omega_s} = \frac{P_d - P_r}{\omega_s} \qquad (6\text{-}27)$$

6-2 同步電動機的等效電路與相量圖

例 6-2

有一 10 馬力 230 V、60 Hz、三相 Y 接線同步電動機，滿載時功率因數 0.707 領先。忽略電樞電阻，同步電動機同步電抗 $X_s = 5\Omega/$ 相，旋轉損失 230 W，磁場繞組損失 70 W，試求：(1) 每相電樞反應電勢 $\widetilde{\mathbf{E}}_a$；(2) 電機效率 η。

解 輸出功率

$$P_o = 10 \times 746 = 7460 \text{ W}$$

電樞內生轉矩功率為輸出功率 + 旋轉損失，即

$$P_d = P_o + P_r = 7460 + 230 = 7690 \text{ W}$$

(1) 以電壓為參考軸，每相電源電壓 $\widetilde{\mathbf{V}}_t$ 為

$$\widetilde{\mathbf{V}}_t = \frac{\widetilde{\mathbf{V}}_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{230\angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 132.8\angle 0^\circ \text{ V}$$

6-2 同步電動機的等效電路與相量圖

忽略電樞電阻，因此電樞電流為

$$I_a = \frac{P_d}{3V_t \cos\theta} = \frac{7690}{3\times 132.8\times 0.707} = 27.3\ \text{A}$$

$\because\ \cos\theta = 0.707$ 領先，$\theta = \cos^{-1} 0.707 = 45°$

$\therefore\ \tilde{\mathbf{I}}_a = 27.3\angle 45°\text{A}$

每相電樞感應電勢 $\tilde{\mathbf{E}}_a$ 為

$$\tilde{\mathbf{E}}_a = \tilde{\mathbf{V}}_t - jX_s\tilde{\mathbf{I}}_a = 132.8\angle 0° - j5\times 27.3\angle 45°$$
$$= 248.8\angle -22.8°\text{V}$$

(2) 總輸入功率為電樞輸入功率 + 磁場繞組損失，即

$$P_{in} = 3V_tI_a\cos\theta + V_fI_f$$
$$= P_d + V_fI_f = 7690 + 70$$
$$= 7760\ \text{W}$$

效率 $\eta = \dfrac{P_o}{P_{in}}\times 100\% = \dfrac{7460}{7760}\times 100\% = 96.1\%$

6-2 同步電動機的等效電路與相量圖

Matlab

```
hp=10;
V_line=230;
pf=0.707;
Xs=5;
Prot=230;    %旋轉損失
Pfield=70;   %磁場繞組損失 Pfield=Vf*If

%(1)
Vt=V_line/sqrt(3);
Po=746*hp;   %輸出功率(W);
Pd=Po+Prot;  %Pd=內生轉矩功率

Ia=Pd/(3*Vt*pf);
theta=acos(0.707);
Ia=Ia*exp(j*theta);
Ea=Vt-j*Xs*Ia;   %每相電樞感應電動勢

%(2)
Pin=Pd+Pfield;
eta=Po/Pin;      %電機效率
```

End

6-2 同步電動機的等效電路與相量圖

例 6-3

一部 440 V、50 HP、8 極、60 Hz，三相 Y 接同步電動機，每相電樞電阻 0.2Ω，同步電抗 2Ω。當電動機運轉於轉矩角 δ 為 15° 電機角時，電樞反應電勢 E_a 每相 270 V，若忽略磁場繞組損失及旋轉損失，試求：(1) 電樞電流 I_a；(2) 功率因數 $\cos\theta$；(3) 輸出馬力數。

6-2 同步電動機的等效電路與相量圖

解 (1) $\because \quad \widetilde{\mathbf{V}}_t = \dfrac{\widetilde{\mathbf{V}}_\ell}{\sqrt{3}} = \dfrac{440\angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 254\angle 0^\circ \text{V}$

$$\widetilde{\mathbf{E}}_a = 270\angle -15^\circ \text{V}$$

$$\therefore \quad \widetilde{\mathbf{I}}_a = \frac{\widetilde{\mathbf{V}}_t - \widetilde{\mathbf{E}}_a}{\widetilde{\mathbf{Z}}_s} = \frac{254\angle 0^\circ - 270\angle -15^\circ}{0.2 + j2}$$

$$= \frac{70.21\angle 95.56^\circ}{2.01\angle 84.29} = 34.93\angle 11.27^\circ \text{A}$$

(2) $\cos\theta = \cos 11.27^\circ = 0.98$ (領先)

(3) $P_{in} = 3V_t I_a \cos\theta = 3 \times 254 \times 34.93 \times 0.98 = 26084.3 \text{ W}$

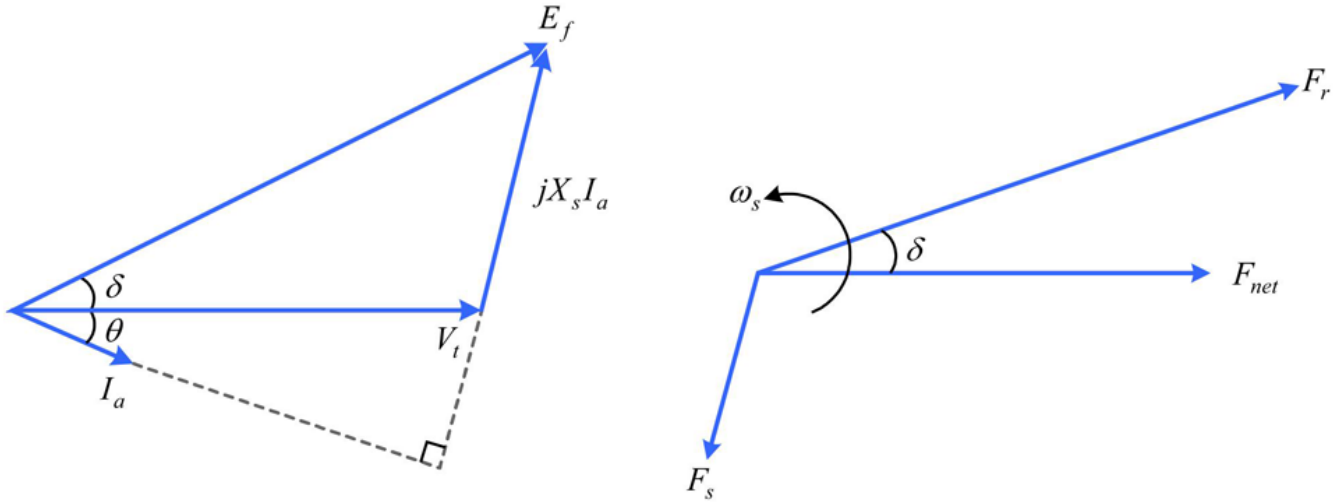
$$P_{cu} = 3I_a^2 R_a = 3 \times 35.11^2 \times 0.2 = 732.1 \text{ W}$$

$$P_{out} = P_{in} - P_{cu} = 26084.3 - 732.1 = 25352.2 \text{ W} = 33.98\text{HP}$$

End

6-2　同步電動機的等效電路與相量圖

三、電壓相量圖與磁場相量圖



(a) 電壓相量圖　　(b) 磁場相量圖

圖 6-6　同步發電機運轉時的相量圖

- 圖中所示電壓相量圖及磁場相量圖的旋轉方向都是逆時針方向，發電機的內生感應轉矩可由磁場圖求得，即內生感應轉矩 T_{ind} 為

$$T_{ind} = k\tilde{\mathbf{F}}_r \times \tilde{\mathbf{F}}_{net} = kF_rF_{net}\sin\delta \qquad (6\text{-}30)$$

6-2　同步電動機的等效電路與相量圖

三、電壓相量圖與磁場相量圖 (續)

- 如原動機突然失去功率不再對轉軸施以運動方向的推力，反而以負載方式開始拖住電機的轉軸。因轉軸被拖住，轉部將會慢下來，電機轉子磁場 $\widetilde{\mathbf{F}}_r$ 掉至淨磁場 $\widetilde{\mathbf{F}}_{net}$ 的後面，如圖6-7所示，電機的運轉突然間改變了。

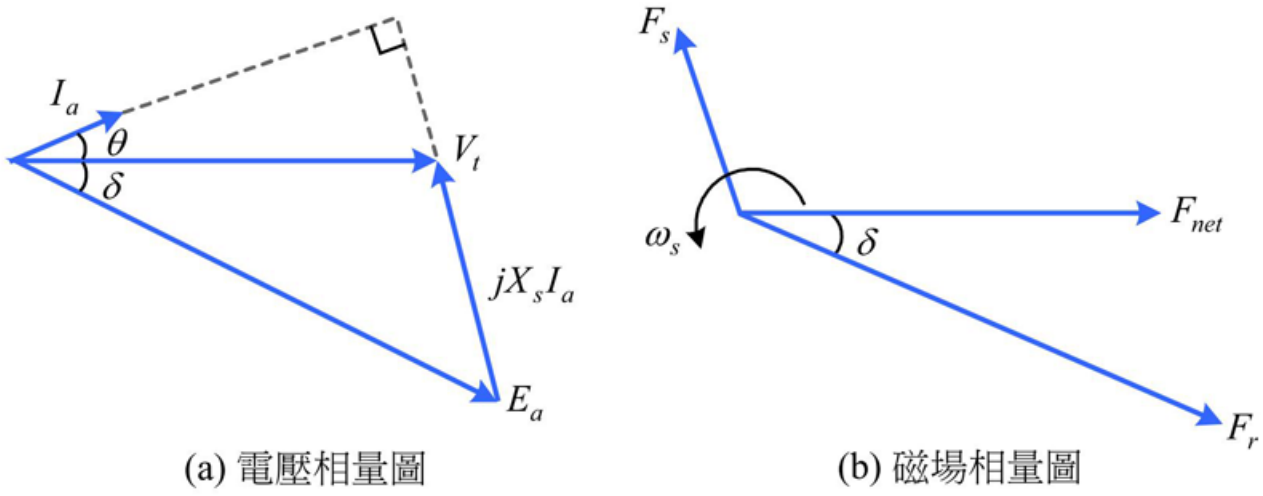


圖 6-7　同步電動機運轉時的相量圖

6-3　同步電動機輸出功率及輸出轉矩

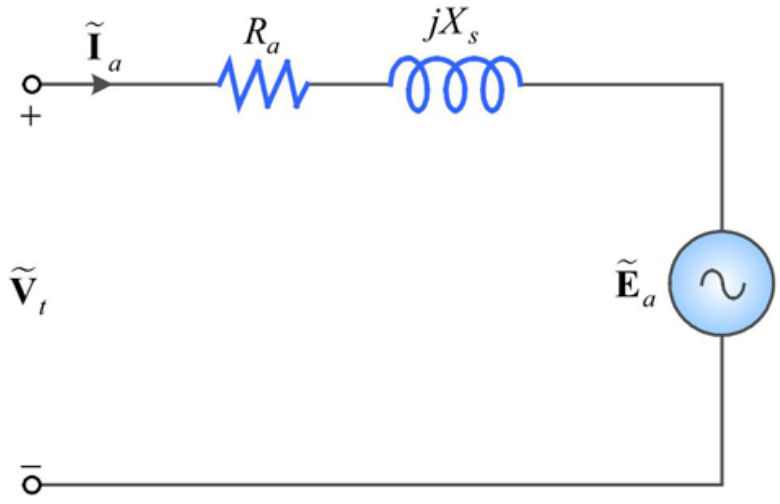


圖 6-8　圓柱型同步電動機等效電路

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

$$P_d = 3\frac{V_t E_f}{Z_s^2}[R_a \cos\delta + X_s \sin\delta] - 3\frac{E_f^2 R_a}{Z_s^2} \qquad (6\text{-}33)$$

- 如忽略電樞電阻 R_a，則 (6-33) 式可簡化得

$$P_d = 3\frac{V_t E_a}{X_s}\sin\delta \qquad (6\text{-}34)$$

- 由 (6-34) 式可得圓柱型同步電動機的內生轉矩 T_d 為

$$T_d = \frac{P_d}{\omega_s} = 3\frac{V_t E_a}{\omega_s X_s}\sin\delta \qquad (6\text{-}35)$$

6-3　同步電動機輸出功率及輸出轉矩

- 當外加定值電壓於圓柱型同步電動機時，電機所產生的內生機械功率 (或轉矩) 與電樞感應電勢 E_a 及功率角 δ 相依，如 E_a 為零，則無內生機械功率 (或轉矩) 產生。譬如磁場繞組斷線，則電機無內生轉矩產生，將迫使電機停止運轉。由 (6-34) 式與 (6-35) 式知，當功率角在 90° 時可得最大的內生機械功率 (或轉矩)，此時電樞反應電勢 $\widetilde{\mathbf{E}}_a$ 滯後端電壓 $\widetilde{\mathbf{V}}_t$ 90° 電機角。

6-3　同步電動機輸出功率及輸出轉矩

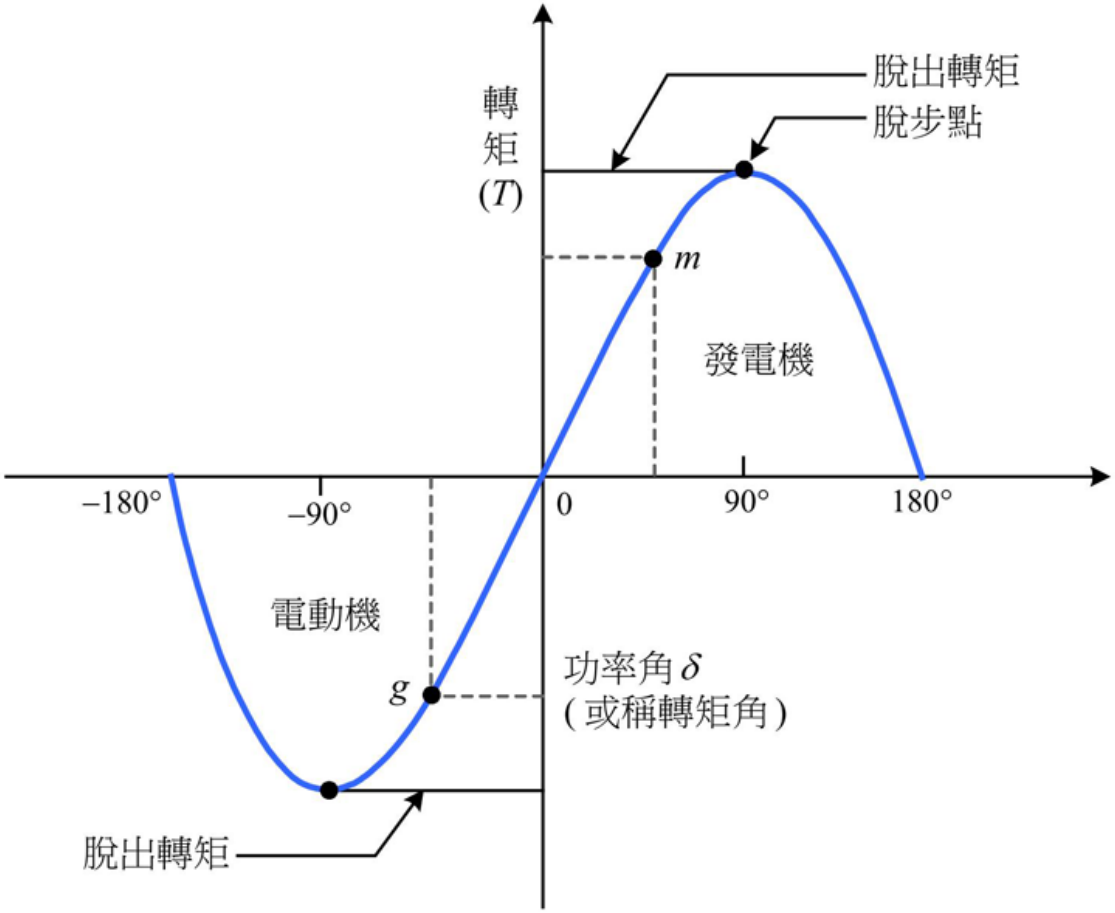


圖 6-9　轉矩 - 功率角特性曲線

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

例 6-4

一部同步電動機在額定電壓及頻率下運轉，滿載時功率角為 $-25°$ 電機角，電樞電阻和漏電抗效應不計。若場電流固定，則操作狀況分別如下述各項變動時，對功率角有何影響。

(1) 負載功率不變，頻率降低 10%。

(2) 負載轉矩不變，頻率降低 10%。

(3) 負載功率不變，頻率和外加電壓均降低 10%。

(4) 負載轉矩不變，頻率和外加電壓均降低 10%。

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

解 忽略電樞電阻及漏電抗效應，同步電動機內生機械功率 P_d 為

$$P_d = \omega_s T_d = \frac{2}{P} \times 2\pi f_e \times T_d = 3\frac{V_t E_a}{X_s}\sin\delta$$

$\because$ I_f 不變，$\therefore$ E_a 為定值。

(1) $\because$ $\dfrac{P_d}{P_d'} = \dfrac{\sin\delta}{\sin\delta'} = \dfrac{\sin(-25°)}{\sin\delta'} = 1$

$\therefore$ $\delta' = -25°$

(2) $\because$ $\dfrac{T_d}{T_d'} = \dfrac{f_e'\sin\delta}{f_e\sin\delta'} = \dfrac{0.9f_e\sin(-25°)}{f_e\sin\delta'} = 1$

$\therefore$ $\delta' = -22.35°$

(3) $\because$ $\dfrac{P_d}{P_d'} = \dfrac{V_t\sin\delta}{V_t'\sin\delta'} = \dfrac{V_t\sin(-25°)}{0.9V_t\sin\delta'} = 1$

$\therefore$ $\delta' = -28°$

(4) $\because$ $\dfrac{T_d}{T_d'} = \dfrac{f_e'V_t\sin\delta}{f_eV_t'\sin\delta'} = \dfrac{0.9f_eV_t\sin(-25°)}{0.9f_eV_t\sin\delta'} = 1$

$\therefore$ $\delta' = -25°$

End

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

例 6-5

有一 50 HP、三相、6 極、60 Hz，Y 接同步電動機，忽略所有銅損及旋轉損失，每相同步電抗 3Ω，每相額定端電壓 220 V，最大轉矩為額定轉矩的 1.4 倍，試求：(1) 可得最大轉矩時的電樞反應電勢 E_a；(2) 電樞反應電勢如 (1) 所示，則在額定轉矩時，轉矩角、電樞電流及功率因數為若干？

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

解 (1) 電動機輸出機械功率 P_o

$$P_o = 50 \times 746 = 37{,}300 \text{ W}$$

$$\omega_s = \frac{2}{P} \times 2\pi f_e = \frac{2}{6} \times 2\pi \times 60 = 40\pi \text{ (rad/s)}$$

電動機輸出轉矩 T_o

$$T_o = \frac{P_o}{\omega_s} = \frac{37{,}300}{40\pi} = 296.82 \text{ N-m}$$

最大轉矩 $T_{\max} = 1.4T_o = 1.4 \times 296.82 = 415.55 \text{ N-m}$

$$\because \quad T_{\max} = \frac{P_{\max}}{\omega_s} = \frac{3V_tE_a}{\omega_s X_s}$$

$$415.55 = \frac{3 \times 220 \times E_a}{40\pi \times 3}$$

$$\therefore \quad E_a = 237.36 \text{ V}$$

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

(2) $\because \quad P_d = 3\dfrac{V_t E_a}{X_s}\sin\delta = -P_o$

$$-37{,}300 = 3\frac{220\times 237.36}{3}\sin\delta$$

$\therefore \quad \sin\delta = -0.7143$ ，$\therefore \quad \delta = -45.58°$

$$\tilde{\mathbf{I}}_a = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_t - \tilde{\mathbf{E}}_a}{jX_s} = \frac{220\angle 0° - 237.36\angle -45.58°}{j3} = \frac{177.88\angle 72.37°}{j3}$$

$$= 59.3\angle -17.63°\,\text{A}$$

$\therefore \quad \cos 17.63 = 0.953$ (滯後)

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

Matlab

```
hp=50;
P=6;
f=60;
Xs=3;
Vt=220; %每相端電壓

ws=(2/P)*2*pi*f;     %同步轉速(rad/sec)
Po=746*hp;          %額定輸出功率
To=Po/ws;    %額定輸出轉矩

%(1)
Tmax=1.4*To;     %最大轉矩
Ea=Tmax*ws*Xs/(3*Vt);    %最大轉矩 Tmax 時的電樞反應電勢 Ea

%(2)
sin_delta=Po*Xs/(3*Ea*Vt);
delta=-asin(sin_delta);     %轉矩角(rad)
delta_degree=delta*180/pi;
Ia=(Vt-Ea*exp(j*delta))/(j*Xs); %電樞電流
theta=angle(Ia);
pf=cos(theta);       %功率因數
```

End

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

例 6-6

一部同步電動機 2000 HP、2300 V、60 Hz、30 極、功率因數 1.0、三相 Y 連接，每相同步電抗 1.8Ω。若全部損失均忽略不計，且忽略電機凸極效應，試求電動機在下列兩種情形下所能傳送的最大轉矩？

(1) 同步電動機若由一無限匯流排供電（即供電系統電壓，頻率恆定），並調整電動機場激磁電流，使在額定負載時功率因數為 1.0。

(2) 供電系統改由一部 1750 kVA、2300 V、2 極、3600 rpm，三相 Y 連接渦輪發電機代替，此發電機每相同步電抗 2.2Ω，並以額定轉速運轉。調整發電機與電動機場激磁電流，使在額定負載與額定電壓時功率因數為 1.0 後，維持兩電機激磁不變。

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

解 (1) 電動機連接無限匯流排等效電路及相量圖如圖 6-10 所示，圖中 E_a 為電動機電樞反應電勢，X_{sm} 為電動機同步電抗。

每相額定 $S_{1\phi} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{P_o}{\cos\theta} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2000 \times 0.746}{1.0} = 497\ \text{kVA / 相}$

每相額定端電壓 $V_t = \dfrac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \dfrac{2300}{\sqrt{3}} = 1328\ \text{V / 相}$

每相額定電樞電流 $I_a = \dfrac{S_{1\phi}}{V_t} = \dfrac{497 \times 10^3}{1328} = 374.2\ \text{A}$

由圖 6-10(b) 相量圖知，電動機每相電樞反應電勢 $\widetilde{\mathbf{E}}_a$ 為

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathbf{E}}_a &= \widetilde{\mathbf{V}}_t - jX_{sm}\widetilde{\mathbf{I}}_a \\ &= 1328\angle 0^\circ - j1.8 \times 374.2 \\ &= 1489\angle -26.9^\circ\ \text{V / 相}\end{aligned}$$

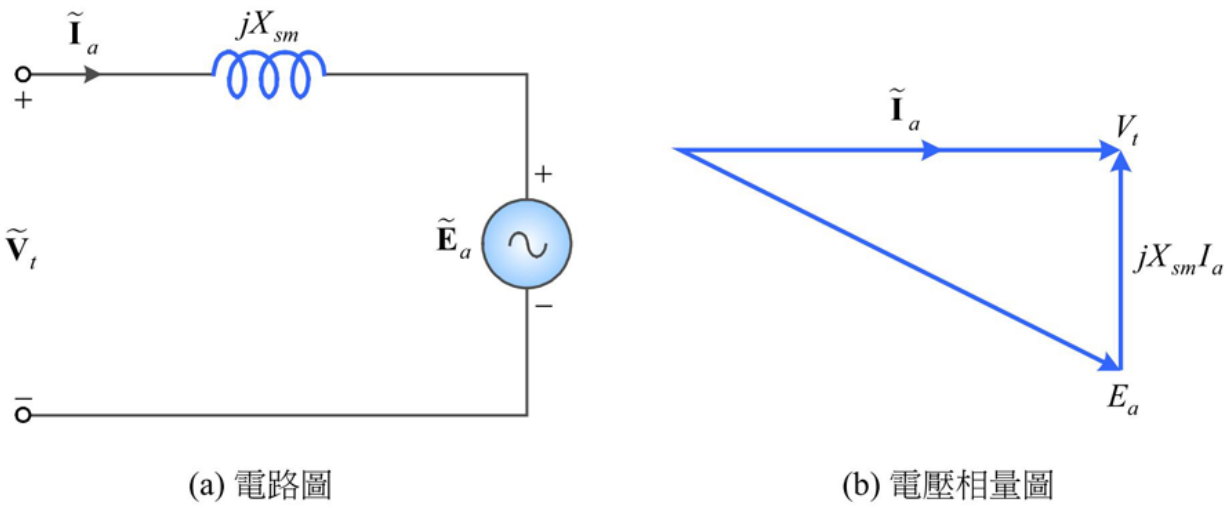
由於無限匯流排端電壓 V_t 不變，且場激磁電流不變，故 E_a 不變，每相最大功率為

$$P_{1\phi,\max} = \frac{V_t E_a}{X_{sm}} = \frac{1328 \times 1489}{1.8} = 1098 \times 10^3\ \text{W / 相}$$

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

三相最大功率

$$P_{3\phi,\max} = 3P_{1\phi,\max} = 3 \times 1098 \times 10^3 = 3294 \times 10^3 \text{ W}$$



(a) 電路圖　　(b) 電壓相量圖

圖 6-10　例 6-6 (1) 電路與電壓相量圖

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

電動機輸出最大轉矩 $T_{\max}$

$$T_{\max} = \frac{P_{3\phi,\max}}{\omega_s} = \frac{P_{3\phi,\max}}{\frac{4}{P}\pi f_e} = \frac{3294\times10^3}{\frac{4}{30}\times\pi\times60}$$
$$= 131.06\times10^3 \text{ N-m}$$

(2) 供電系統改用渦輪發電機，其等效電路如圖 6-11(a) 所示。圖中 $\widetilde{\mathbf{E}}_f$ 為發電機感應電勢，jX_{sg} 為其同步電抗。當滿載且功率因數為 1.0 時，其相量圖如圖 6-11(b) 所示，則發電機感應電勢 $\widetilde{\mathbf{E}}_f$ 為

$$\widetilde{\mathbf{E}}_f = \widetilde{\mathbf{V}}_t + jX_{sg}\widetilde{\mathbf{I}}_a = 1328\angle0^\circ + j2.2\times374.2$$
$$= 1562\angle31.79^\circ \text{ V}$$

由於兩電機場激磁電流不變，故 E_f 和 E_a 不變，電動機每相所能吸收的最大機械功率為

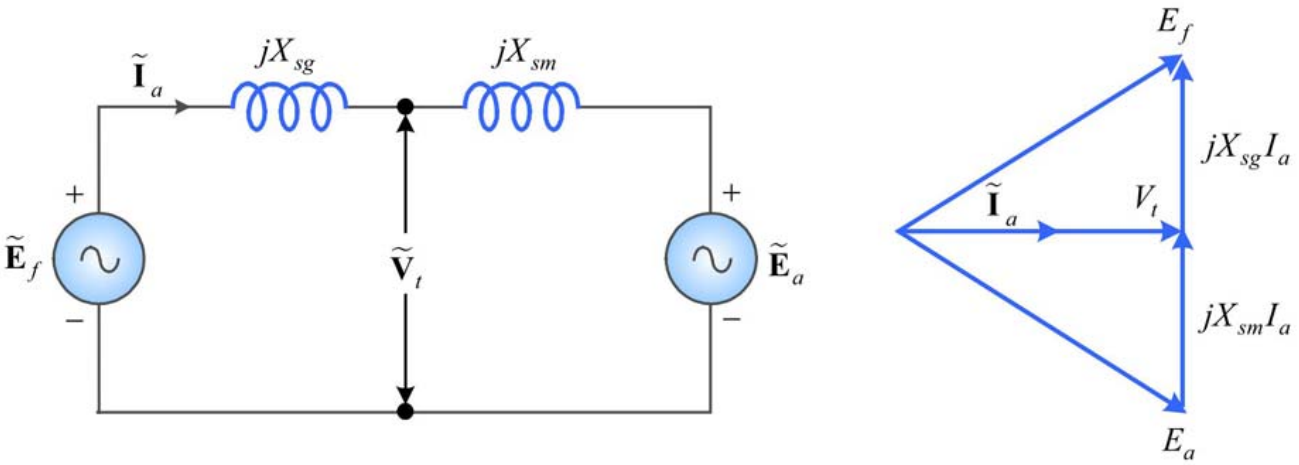
$$P_{1\phi,\max} = \frac{E_f E_a}{X_{sg}+X_{sm}} = \frac{1562\times1489}{2.2+1.8} = 581.4\times10^3 \text{ W}$$

6-3　同步電動機輸出功率及輸出轉矩

三相最大功率

$$P_{3\phi,\max} = 3P_{1\phi,\max} = 3 \times 581.4 \times 10^3 = 1744.2 \times 10^3 \text{ W}$$

電動機所能輸出的最大轉矩為



(a) 電路圖　　(b) 電壓相量圖

圖 6-11　例 6-6 (2) 電路與電壓相量圖

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

$$T_{\max} = \frac{P_{3\phi,\max}}{\omega_s} = \frac{P_{3\phi,\max}}{\frac{4}{P}\pi f_e} = \frac{1744.2\times10^3}{\frac{4}{30}\times\pi\times60} = 69.4\times10^3\ \text{N-m}$$

若電動機負載轉矩超過此最大轉矩時，同步電動機將失去同步後停止轉動，此時發電機將超速，因此應設置斷路器將電路自動斷路。

6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

Matlab

```
hp=2000;
V_line=2300;
f=60;
P=30;
pf=1.0;
Xsm=1.8;

%(1)由無限會流排供電
S_3phase=746*hp;
Ia=S_3phase/(sqrt(3)*V_line);

Vt=V_line/sqrt(3);
Ea=Vt-j*Xsm*Ia;      %同步電動機之電樞感應電勢
Pmax=3*Vt*abs(Ea)/Xsm;   %同步電動機所吸收之最大功率
ws=(2/P)*2*pi*f;
Tmax=Pmax/ws;    %同步電動機最大輸出轉矩

%(2)由同步發電機供電
Xsg=2.2;
Ef=Vt+j*Xsg*Ia; %同步發電機之電樞感應電勢
PPmax=3*abs(Ef)*abs(Ea)/(Xsg+Xsm);      %同步電動機所吸收之
                                         最大功率
TTmax=PPmax/ws; %同步電動機最大輸出轉矩
```

End

6-4　同步電動機穩態運轉特性

一、轉矩 - 轉速特性曲線

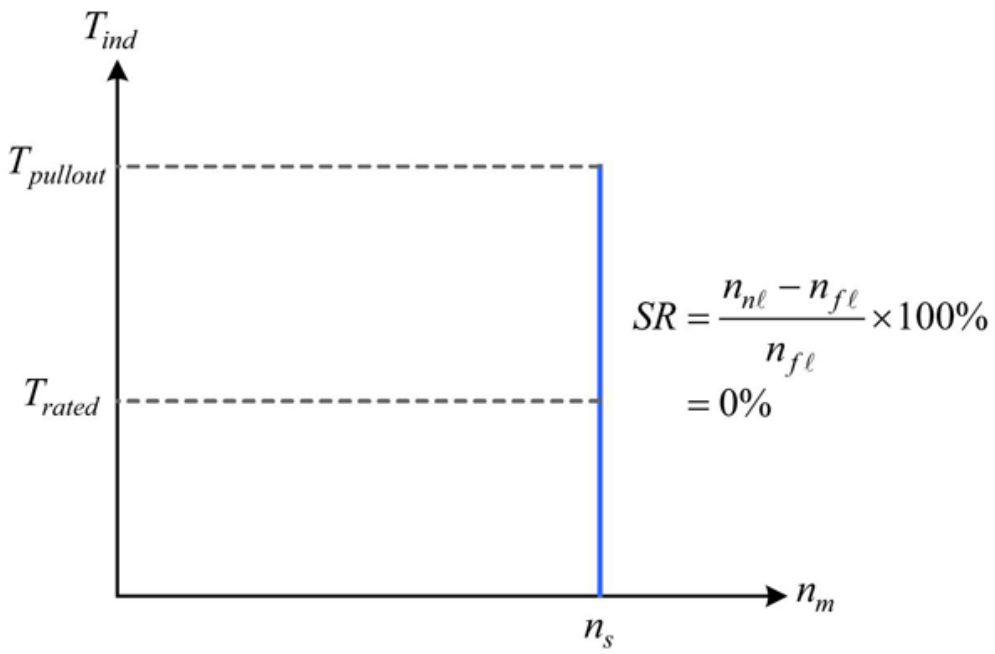


圖 6-12　同步電動機之轉矩 - 轉速特性曲線

6-4　同步電動機穩態運轉特性

二、機械負載變化

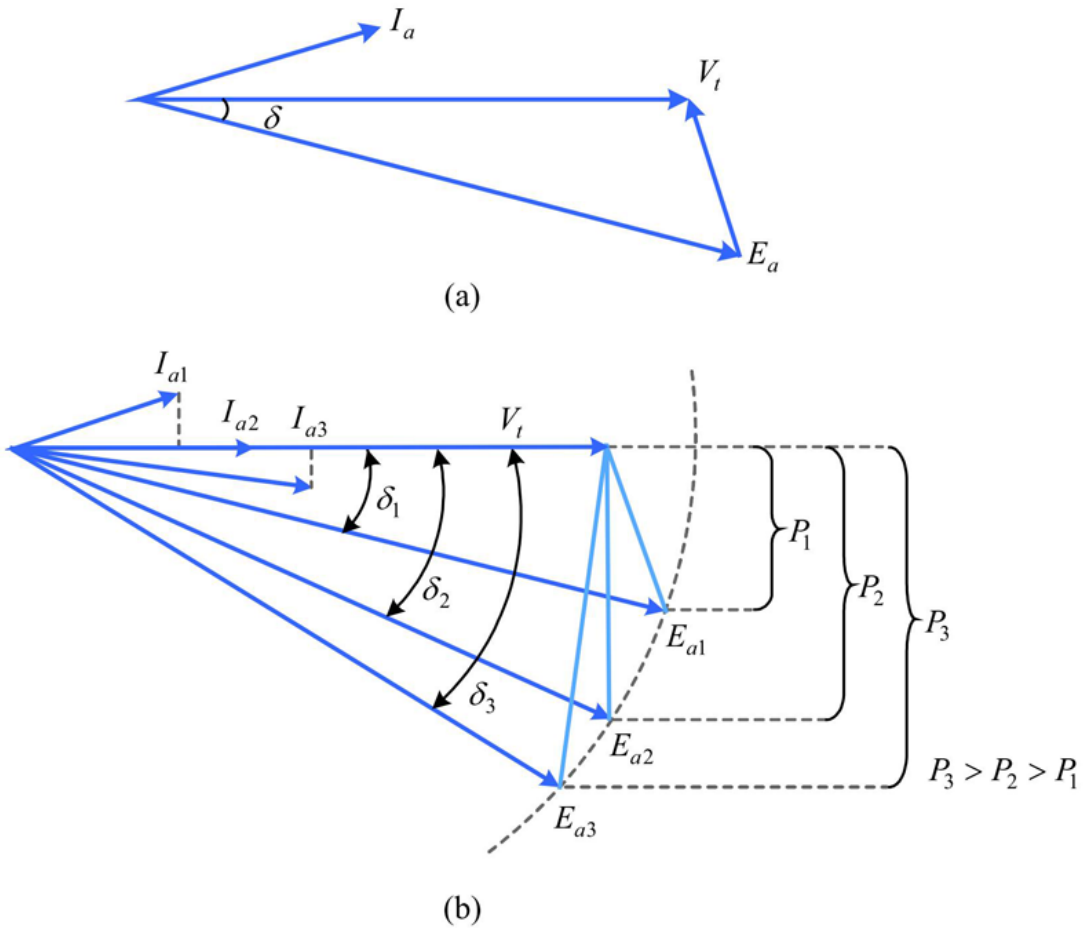


圖 6-13　同步電動機隨負載增加的電壓相量圖

6-4 同步電動機穩態運轉特性

例 6-7

一部 45 kVA，208 V，60 Hz，Δ 連接的三相同步電動機，同步電抗 2.5Ω，忽略電樞電阻，且鐵心損失 1.5 kW，摩擦及風阻損失 1.0 kW。若同步電動機轉軸供應 15 HP 功率給負載，且功率因數為 0.8 領先，試求：

(1) 同步電動機之 $\tilde{\mathbf{I}}_a$、$\tilde{\mathbf{I}}_\ell$ 及 $\tilde{\mathbf{E}}_a$，並繪出電動機電壓相量圖。

(2) 設轉軸負載增加至 30 HP，求同步電動機之 $\tilde{\mathbf{I}}_a$、$\tilde{\mathbf{I}}_\ell$、$\tilde{\mathbf{E}}_a$ 及新的功率因數為何？並繪出電壓相量圖變化狀態？

6-4 同步電動機穩態運轉特性

解 (1) 電動機的輸出功率

$$P_{out} = 15 \times 0.746 = 11.19\ \text{kW}$$

供應至電動機的電功率

$$P_{in} = P_{out} + P_{loss} = 11.19 + 1.5 + 1.0 = 13.69\ \text{kW}$$

電動機在領先 0.8 功率因數下運轉，線電流

$$I_\ell = \frac{P_{in}}{\sqrt{3}V_\ell \cos\theta} = \frac{13.69 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 208 \times 0.8} = 47.5\ \text{A}$$

$\because$ $\cos\theta = 0.8$ 領先，$\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87°$，$\tilde{\mathbf{I}}_\ell = 47.5\angle 36.87°\text{A}$

$\therefore$ Δ 接線的電樞電電流 $\tilde{\mathbf{I}}_a$ 為

$$\tilde{\mathbf{I}}_a = \frac{I_\ell}{\sqrt{3}}\angle\theta = \frac{47.5}{\sqrt{3}}\angle 36.87° = 27.4\angle 36.87°\text{A}$$

6-4 同步電動機穩態運轉特性

同步電動機電樞反應電勢 $\tilde{\mathbf{E}}_a$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}_a &= \tilde{\mathbf{V}}_t - jX_s\tilde{\mathbf{I}}_a = 208\angle 0^\circ - j2.5\times 27.4\angle 36.87^\circ \\ &= 208\angle 0^\circ - 68.5\angle 126.87^\circ = 249.1 - j54.8 \\ &= 255\angle -12.4^\circ \text{V}\end{aligned}$$

負載為 15 HP 時所得的電壓相量圖如圖 6-14 所示。

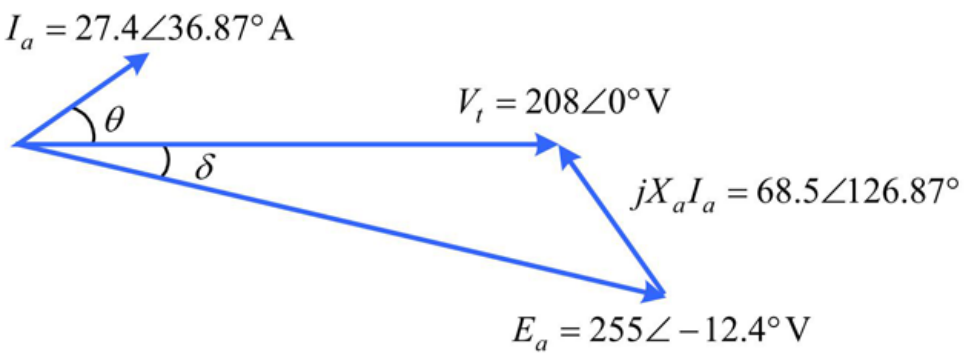


圖 6-14　例 6-7 (1) 中電動機電壓相量圖

6-4 同步電動機穩態運轉特性

(2) 當負載增加至 30 HP 後，電動機的輸入功率變成

$$P_{in} = 30 \times 0.746 + 1.5 + 1.0 = 24.88\ \text{kW}$$

$$\because \quad P_{in} = 3\frac{V_t E'_a}{X_s}\sin\delta'$$

因場激磁電流不變，所以 $E'_a = E_a$ 值不變，但功率角改變

$$\therefore \quad \delta' = \sin^{-1}\left[\frac{X_s P_{in}}{3V_t E'_a}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{2.5 \times 24.88 \times 10^3}{3 \times 208 \times 255}\right]$$

$$= \sin^{-1} 0.391 = 23°$$

因此 $\widetilde{\mathbf{E}}_a = 255\angle -23°\ \text{V}$，電樞電流 $\widetilde{\mathbf{I}}'_a$ 變為

$$\widetilde{\mathbf{I}}'_a = \frac{\widetilde{\mathbf{V}}_t - \widetilde{\mathbf{E}}'_a}{jX_s} = \frac{208\angle 0° - 255\angle -23°}{j2.5} = \frac{103.1\angle 105°}{j2.5}$$

$$= 41.2\angle 15°\ \text{A}$$

6-4　同步電動機穩態運轉特性

線電流 $\tilde{\mathbf{I}}_\ell = \sqrt{3}\,\tilde{\mathbf{I}}'_a = \sqrt{3} \times 41.2\angle 15° = 71.4\angle 15°\text{A}$

新的功率因數 $\cos\theta = \cos 15° = 0.966$ 領先

負載增為 30 HP 時，其相量圖如圖 6-15 所示。

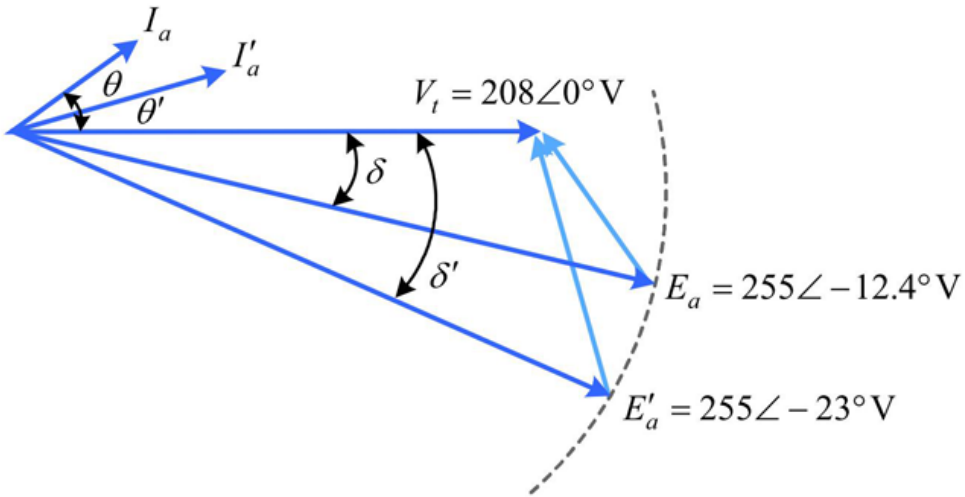


圖 6-15　例 6-7 (2) 中電動機電壓相量圖

6-4 同步電動機穩態運轉特性

Matlab

```
V_line=208;
Xs=2.5;
hp1=15;
Pcore=1.5E3;     %鐵心損失
Pstray=1E3;      %機械摩擦及風損
pf1=0.8;

%(1)
Pout1=hp1*746;     %電動機輸出功率
Pin1=Pout1+Pcore+Pstray;       %電動機輸入功率
I_line1=Pin1/(sqrt(3)*V_line*pf1);
Ia1=I_line1/sqrt(3);
theta=acos(pf1);
I_line1=I_line1*exp(j*theta); %線電流相量
Ia1=Ia1*exp(j*theta);  %相電流相量
Vt=V_line;  %三角形連接，相電壓=線電壓
Ea1=Vt-j*Xs*Ia1;  %同步電動機之電樞感應電勢
```

6-4 同步電動機穩態運轉特性

```
%(2)
hp2=30;
Pout2=hp2*746;     %電動機輸出功率
Pin2=Pout2+Pcore+Pstray;       %電動機輸入功率
Ea2=abs(Ea1);    %激磁電流不變，故 Ea 值亦不變
sin_delta2=(Xs*Pin2)/(3*Vt*Ea2);
delta2=asin(sin_delta2);
Ia2=(Vt-Ea2*exp(-j*delta2))/(j*Xs);
I_line2=sqrt(3)*Ia2;     %線電流
theta2=angle(I_line2);
pf2=cos(theta2);     %新的功率因數
```

End

6-4 同步電動機穩態運轉特性

三、場激磁電流

1. 正常激磁 **(normal excited)**
   - 當場激磁電流使得功率因數等於1.0時，為正常激磁，其電壓相量圖如圖6-16(a) 所示。
2. 欠激磁 **(under-excited)**
   - 當場激磁電流較功率因數1.0時的場激磁電流為小，使得功率因數滯後，稱為欠激磁，其電壓相量圖如圖6-16(b) 所示。電樞電流 $\tilde{\mathbf{I}}_a$ 滯後端電壓 $\tilde{\mathbf{V}}_t$，且 $E_a \cos\delta < V_t$。

6-4　同步電動機穩態運轉特性

三、場激磁電流 (續)

3. 過激磁 (over-excited)

- 當場激磁電流較功率因數1.0時的場激磁電流為大，使得功率因數領先，稱為過激磁，其電壓相量圖如圖6-16(c)所示。電樞電流 $\tilde{\mathbf{I}}_a$ 領先端電壓 $\tilde{\mathbf{V}}_t$，且 $E_a \cos\delta > V_t$。因功率因數領先，故可利用同步電動機在過激磁情況下，改善系統的功率因數。

6-4 同步電動機穩態運轉特性

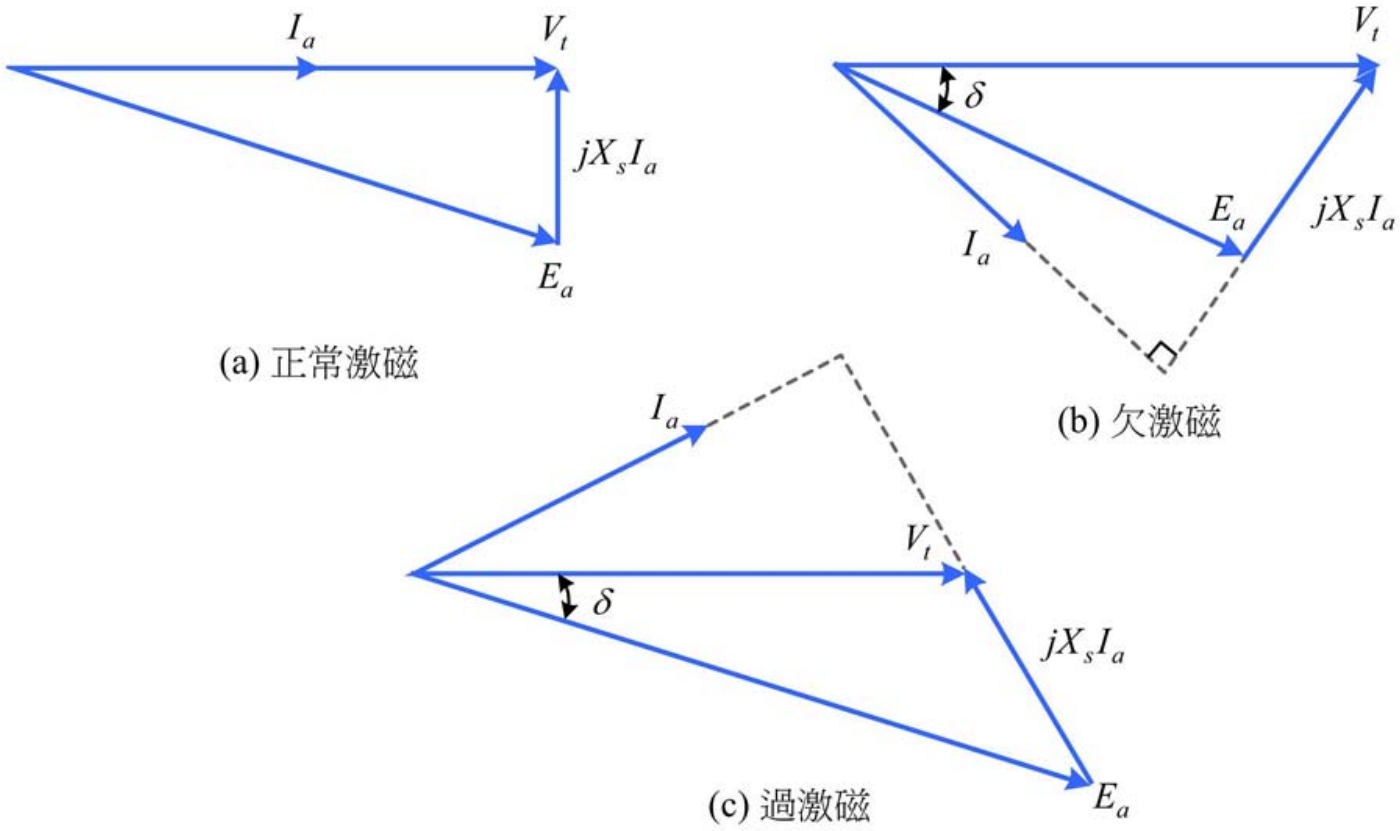


圖 6-16　同步電動機不同激磁下的電壓相量圖

6-4　同步電動機穩態運轉特性

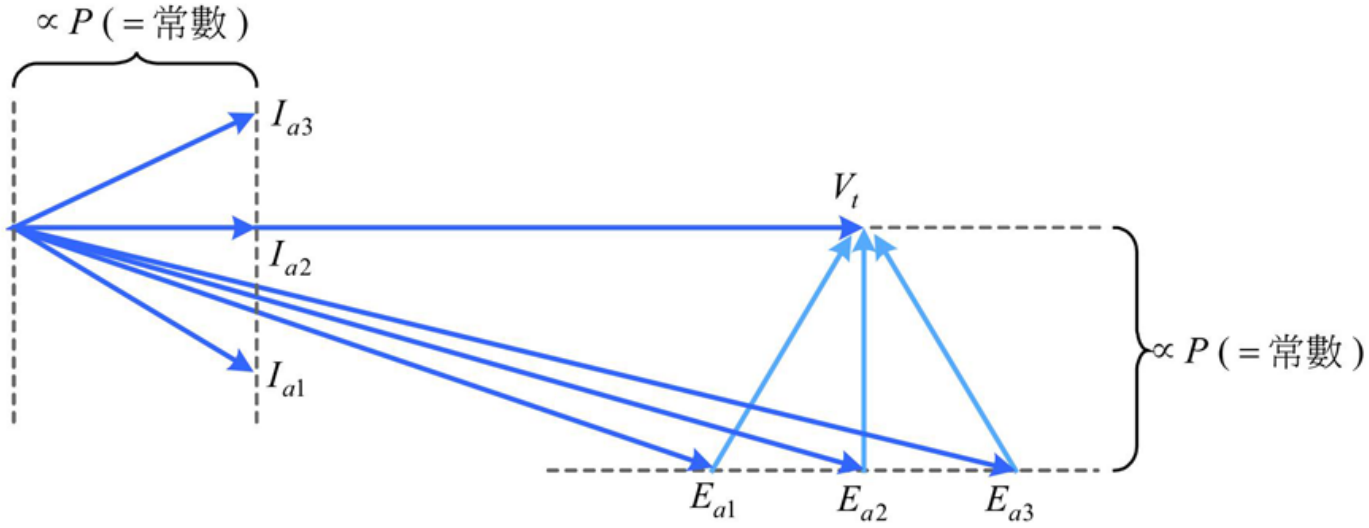


圖 6-17　磁場電流增加對同步電動機的影響

6-4 同步電動機穩態運轉特性

例 6-8

一部 45 kVA，208 V，60 Hz，Δ 連接的同步電動機，忽略電樞電阻，同步電抗 2.5Ω，鐵心損失 1.0kW，旋轉損失 1.5kW，若此同步電動機以功率因數 0.85 滯後供應 15 HP 功率給負載，試求：

(1) 同步電動機之 $\tilde{\mathbf{I}}_a$ 及 $\tilde{\mathbf{E}}_a$ 值，並繪出電動機電壓相量圖。

(2) 若電動機磁通增加 25%，求新的 $\tilde{\mathbf{I}}_a$、$\tilde{\mathbf{E}}_a$ 及功率因數，並繪出電動機新的電壓相量圖。

6-4 同步電動機穩態運轉特性

解 (1) $P_{in} = P_{out} + P_{loss} = 15 \times 0.746 + 1.0 + 1.5 = 13.69\ \text{kW}$

$$I_\ell = \frac{P_{in}}{\sqrt{3} V_\ell \cos\theta} = \frac{13.69 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 208 \times 0.85} = 44.7\ \text{A}$$

$\because\ \cos\theta = 0.85$ 滯後，$\theta = \cos^{-1} 0.85 = 31.8°$

$\therefore$ Δ 接線的電樞電電流 $\tilde{\mathbf{I}}_a$ 為

$$\tilde{\mathbf{I}}_a = \frac{I_\ell}{\sqrt{3}} \angle -\theta = \frac{44.7}{\sqrt{3}} \angle -31.8° = 25.8 \angle -31.8°\ \text{A}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}_a &= \tilde{\mathbf{V}}_t - jX_s \tilde{\mathbf{I}}_a \\ &= 208\angle 0° - j2.5 \times 25.8 \angle -31.8° = 208 - 64.5\angle 58.2° \\ &= 182\angle -17.5°\text{V}\end{aligned}$$

其相量圖如圖 6-18 所示。

6-4　同步電動機穩態運轉特性

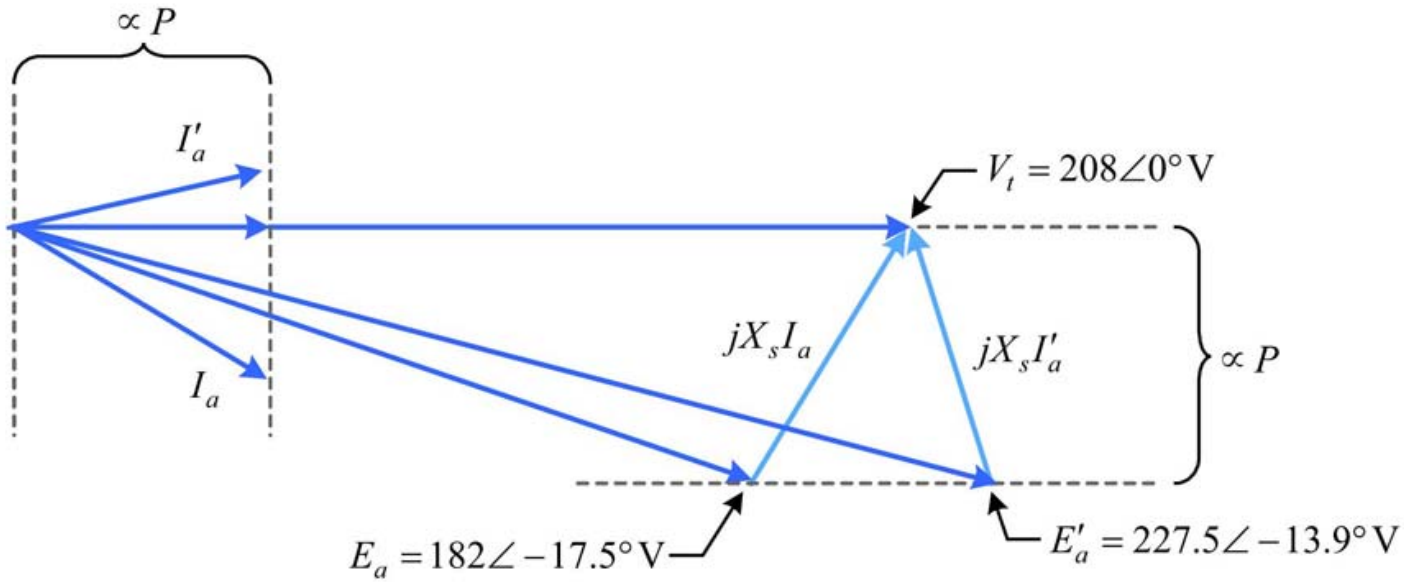


圖 6-18　例 6-8 電動機之電壓相量圖

6-4 同步電動機穩態運轉特性

(2) 若磁通增加 25%，則 $E_a = k\phi\omega$ 也會增加 25%

$$\therefore \quad E'_f = 1.25E_f = 1.25 \times 182 = 227.5\ \text{V}$$

由於供應至負載的功率不變，因此由 $E_a \sin\delta$ 移至 $E'_f \sin\delta'$ 值須維持不變，即

$$E_f \sin\delta = E'_f \sin\delta'$$

$$\therefore \quad \delta' = \sin^{-1}\left[\frac{E_f \sin\delta}{E'_f}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{182}{227.5}\sin(-17.5°)\right] = -13.9°$$

$$\tilde{\mathbf{E}}'_f = E'_f \angle\delta' = 227.5\angle -13.9°\text{V}$$

$$\tilde{\mathbf{I}}'_a = \frac{\tilde{\mathbf{V}}_t - \tilde{\mathbf{E}}'_a}{jX_s} = \frac{208\angle 0° - 227.5\angle -13.9°}{j2.5} = \frac{56.2\angle 103.2°}{j2.5}$$
$$= 22.5\angle 13.2°\text{A}$$

電動機新的功率因數為

$$\cos\theta = \cos(13.2°) = 0.974 \text{ 領先}$$

其相量圖如圖 6-18 所示。

End

6-4　同步電動機穩態運轉特性

四、同步電動機之V型曲線 (V curves)

- 同步電動機運轉於額定電壓與固定負載下，若將場激磁電流 I_f 從欠激磁逐漸增加到過激磁，則定子電樞電流亦將逐漸減少至某一最小值後再逐漸增大。以磁場電流 I_f 為橫座標電樞電流 為縱座標，所描繪出的特性曲線其形狀類似”V”字型，故稱為 V 型曲線，如圖6-19所示。

6-4　同步電動機穩態運轉特性

四、同步電動機之V型曲線 (V curves) (續)

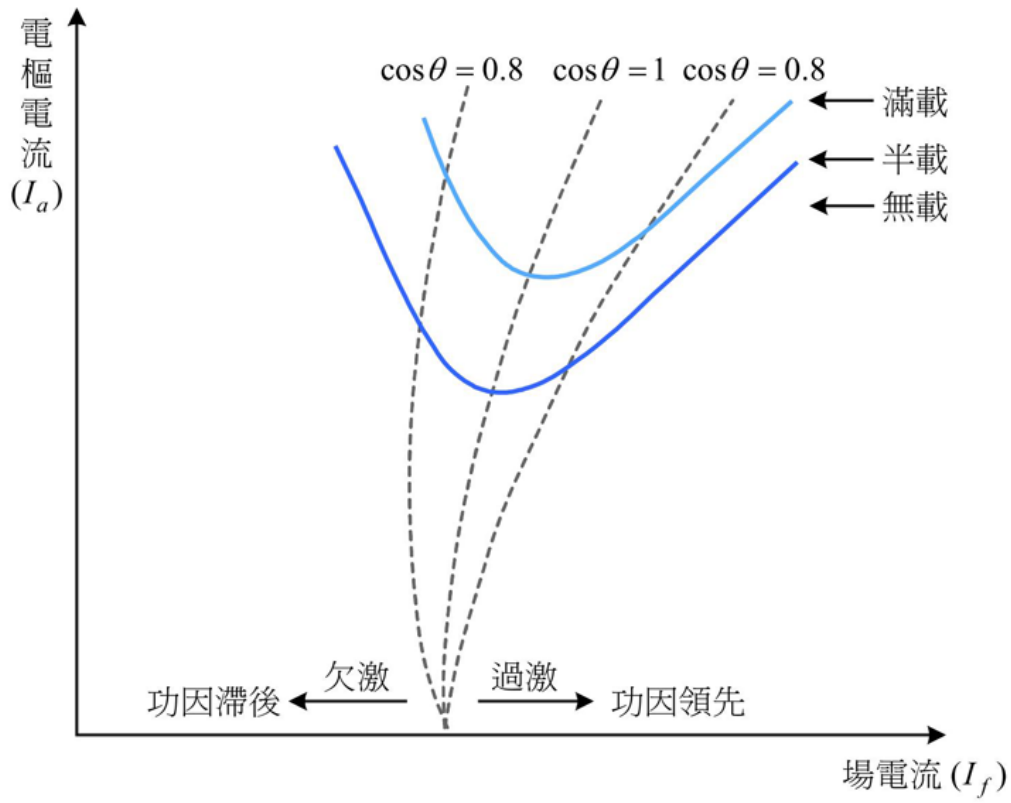


圖 6-19　同步電動機 V 型曲線

6-4 同步電動機穩態運轉特性

例 6-9

圖 6-20 中的無限匯流排電壓為 440V，負載 1 為一部感應電動機，在 0.6 滯後功率因數下消耗 100 kW 功率。負載 2 為一部感應電動機，在 0.8 滯後功率因數下消耗 200 kW 功率。負載 3 為一部消耗 150 kW 的同步電動機，試求：

(1) 若調整同步電動機場激磁使功率因數為 0.8 滯後，則系統輸電線電流為何？功率因數為何？

(2) 若調整同步電動機場激磁使功率因數為 0.8 領先，則系統輸電線電流為何？功率因數為何？

(3) 若輸電線電阻 $R_\ell = 0.01\Omega$，在兩種狀況下試比較輸電損失有何差異。

6-4　同步電動機穩態運轉特性

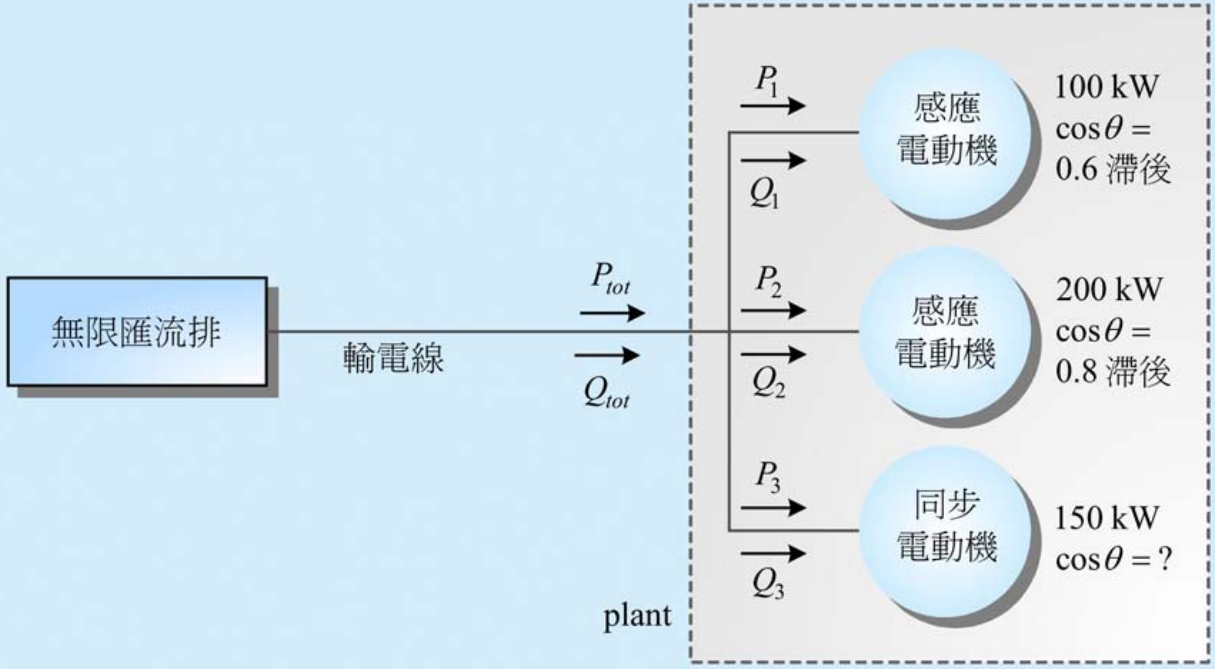


圖 6-20　例 6-9 無限匯流排電力系統

解 (1) 負載 1 所需的虛功率

$$Q_1 = P_1 \tan\theta_1 = 100 \tan(\cos^{-1} 0.6) = 100 \tan 53.1°$$
$$= 133.3 \text{ kVAR}$$

負載 2 所需的虛功率

$$Q_2 = P_2 \tan\theta_2 = 200 \tan(\cos^{-1} 0.8) = 200 \tan 36.87°$$
$$= 150 \text{ kVAR}$$

負載 3 所需的虛功率

$$Q_3 = P_3 \tan\theta_3 = 150 \tan(\cos^{-1} 0.8) = 150 \tan 36.87°$$
$$= 112.5 \text{ kVAR}$$

總負載實功率

$$P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3 = 100 + 200 + 150$$
$$= 450 \text{ kW}$$

6-4 同步電動機穩態運轉特性

總負載虛功率

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 133.3 + 150 + 112.5$$
$$= 395.8\ \text{kVAR}$$

系統功率因數為

$$\cos\theta = \cos\left(\tan^{-1}\frac{Q_{tot}}{P_{tot}}\right) = \cos\left(\tan^{-1}\frac{395.8}{450}\right)$$
$$= \cos 41.33^\circ = 0.751\ \text{滯後}$$

系統輸電線電流

$$I_{\ell 1} = \frac{P_{tot}}{\sqrt{3}V_\ell \cos\theta} = \frac{450\times 10^3}{\sqrt{3}\times 440\times 0.751} = 786.25\ \text{A}$$

(2) 因負載 1 和負載 2 實功率和虛功率均不變，而負載 3 實功率也是不變，但負載 3 的虛功率改變為

$$Q_3 = P_3 \tan\theta_3 = 150 \tan(-\cos 0.8) = 150 \tan(-36.87°)$$
$$= -112.5 \text{ kVAR}$$

總負載實功率

$$P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3 = 100 + 200 + 150 = 450 \text{ kW}$$

總負載虛功率

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 133.3 + 150 - 112.5 = 170.8$$

系統功率因數為

$$\cos\theta = \cos\left(\tan^{-1}\frac{Q_{tot}}{P_{tot}}\right) = \cos\left(\tan^{-1}\frac{170.8}{450}\right) = \cos 20.78°$$
$$= 0.935 \text{ 滯後}$$

系統輸電線電流

$$I_{\ell 2} = \frac{P_{tot}}{\sqrt{3}V_{\ell}\cos\theta} = \frac{450\times10^{3}}{\sqrt{3}\times440\times0.935} = 631.52\ \text{A}$$

(3) 在 (1) 中輸電線路損失為

$$P_{\ell 1} = 3I_{\ell 1}^{2}R_{\ell} = 3\times786.25^{2}\times0.01 = 18545.7\ \text{W}$$

在 (2) 中輸電線路損失為

$$P_{\ell 2} = 3I_{\ell 2}^{2}R_{\ell} = 3\times631.52^{2}\times0.01 = 11964.5\ \text{W}$$

供應至負載的功率相同，但 (2) 中的輸電線路損失比 (1) 中的輸電線路損失減少 $P_{\ell 1} - P_{\ell 2} = 6581.2\ \text{W}$ 。

End

6-5　同步電動機的起動

- 由於同步電動機自身無法產生啟動轉矩，因此需要利用其他方式啟動同步電動機。一般啟動方式是先帶動同步電動機的轉子接近同步轉速，再加入直流激磁，則所生的激磁磁場將追隨定子旋轉磁場而達同步速度。常利用的同步電動機啟動方法有以下三種。

一、降低電源頻率的起動法

二、由外部原動機帶動起動法

三、利用阻尼繞組起動同步電動機

6-5 同步電動機的起動

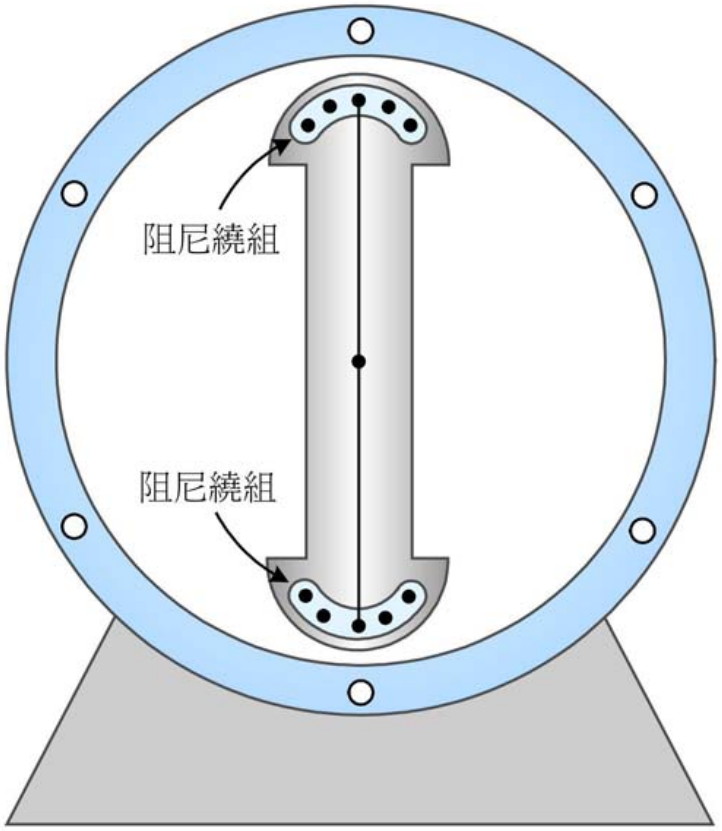


圖 6-21 有阻尼繞組的凸極型雙極同步電動機