

# 第 3 章

## 二極體

Adel S. Sedra · Kenneth C. Smith 著

# 簡介

- 在本章中你將學到
  - 理想二極體的特性以及如何分析與設計含有多個理想二極體、電阻、直流電源的電路，以實現有用、有趣的非線性功能。
  - 第 1 章中所述接面二極體的詳細  $i-v$  特性，以及如何利用這個特性來分析操作在順偏、逆偏以及崩潰狀態下的二極體電路。
  - 二極體順偏  $i-v$  特性的一個簡單但有用的模型：定電壓降模型。

# 簡介

- 在本章中你將學到
  - 一個有用的技術可應用於二極體與後兩章的電晶體：直流偏壓二極體並以小信號模型在直流操作點附近模擬其操作。
  - 使用一串順偏的二極體以及操作於崩潰區的二極體（齊納二極體）來提供固定的直流電壓（電壓整流器）
  - 應用二極體於整流電路的設計，此種電路可以把交流電壓轉換成直流，是提供電子設備功率所需的電路。
  - 其他許多實際且重要的二極體應用。

### 3.1.1. 電流-電壓特性 (理想的二極體)

- **理想二極體** 是最基本的非線性元件
  - 雙端元件
  - **電路符號** 如右所示
  - 在**兩種模式**下操作
    - 導通(ON)與截止(OFF)

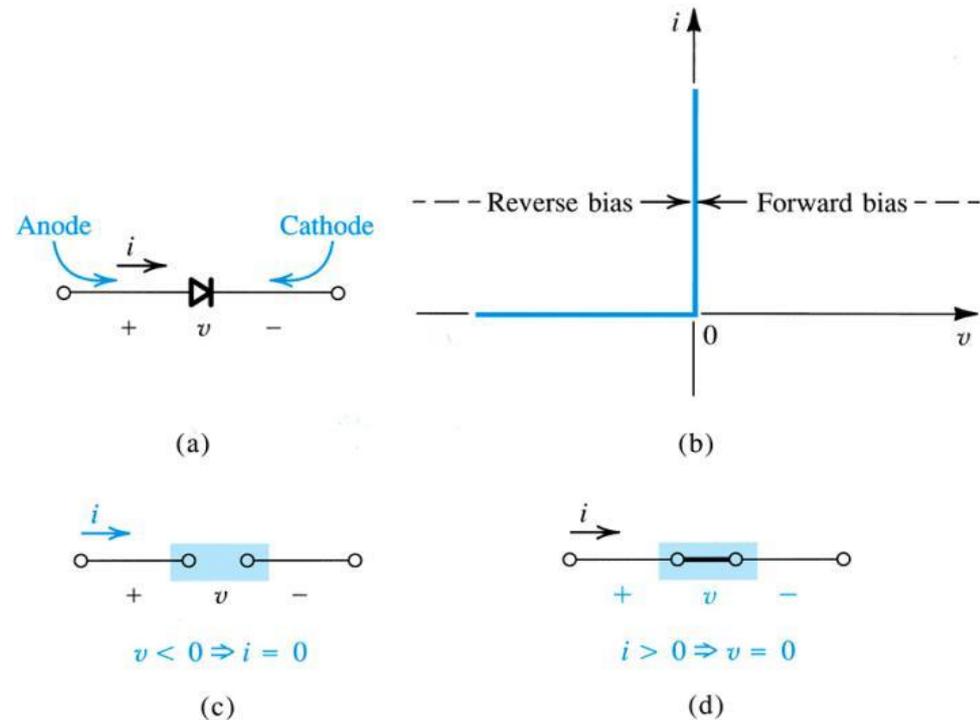


圖 3.1: 二極體特性

### 3.1.1.電流-電壓特性

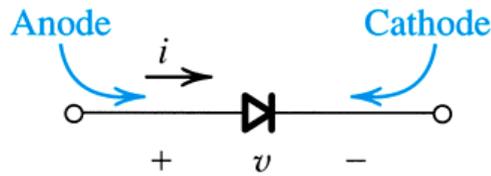
- 陰極 – 負端，電流來源方向
- 陽極 – 二極體正端，電流流入方向
- 電壓-電流 ( $VI$ ) 的表現為：
  - 額定值的片段線性
  - 超越此範圍的非線性

# 3.1.1. 電流-電壓特性

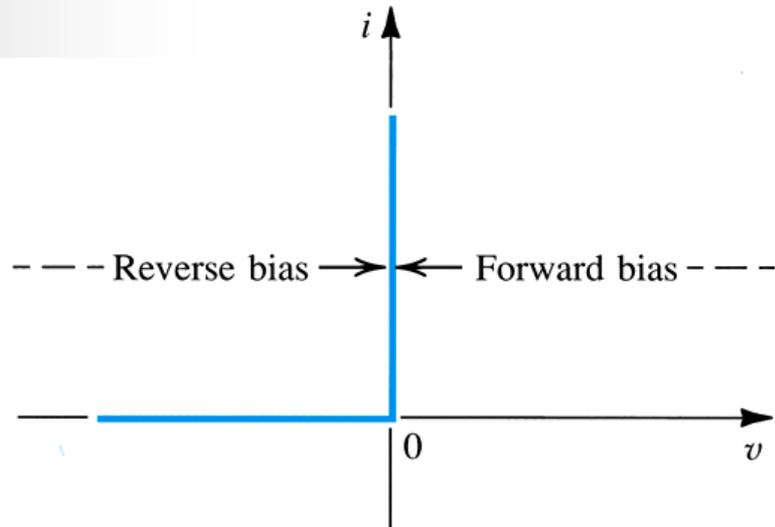
模式#2: 逆偏 = 開路電路

模式#1: 順偏 = 短路電路

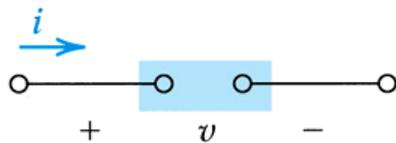
具兩節點的元件符號



(a)

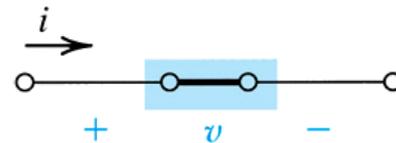


(b)



$$v < 0 \Rightarrow i = 0$$

(c)



$$i > 0 \Rightarrow v = 0$$

(d)

圖 3.1: 二極體特性

### 3.1.1.電流-電壓特性

- 外接電路路的設計必須能夠限制...
  - 通過導通二極體之順向電流
  - 跨在截止二極體上之逆向電壓
- 範例如圖 3.2.

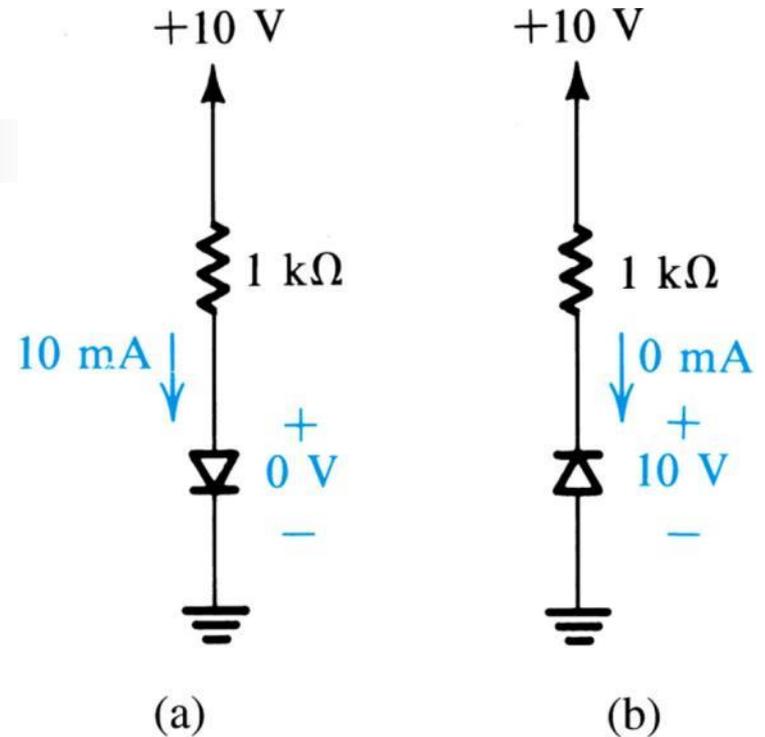


圖 3.2:理想二極體的兩種操作模態以及使用外部電路來限制 (a) 順偏電流與 (b) 逆偏電壓

## 3.1.2. 一種簡單的應用：整流器

- 整流器是片段線性表現的一種基本應用
- **Q:** 整流器是什麼？
  - **A:** 能將AC轉為DC的電路...理想上沒有損失

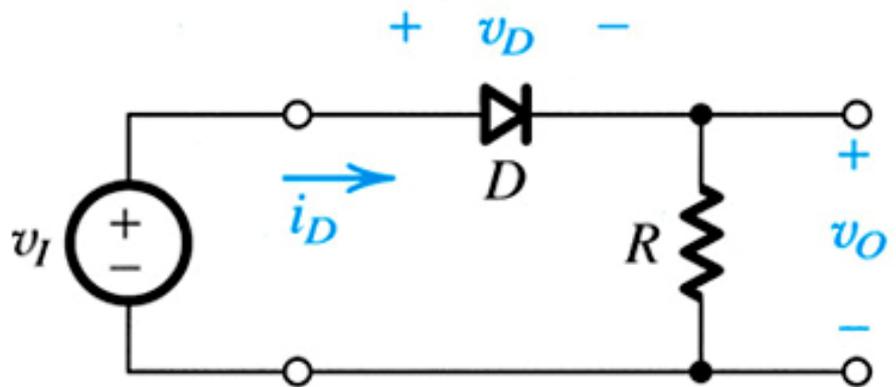


圖 3.3(a): 整流器電路

## 3.1.2. 一種簡單的應用：整流器

- 此電路由二極體與一系列電阻所組成
- **Q:** 此電路如何操作？
  - **A:** 二極體阻斷逆向電流，使負電壓不會跨過 $R$

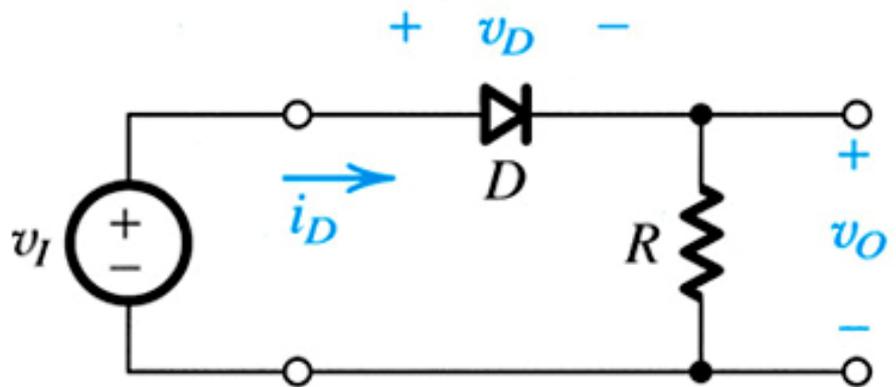


圖 3.3(a): 整流器電路

# 例題 3.1:

## 二極體整流器

- 參閱圖3.4的電路。一個具**峰值震幅為24V**的電源( $v_S$ )被用來對**12V**的**直流電池**充電
  - **Q(a):** 求在每一週期中二極體導通之比率
  - **Q(b):** 求二極體電流之峰值，以及出現在二極體兩端之最大逆偏電壓

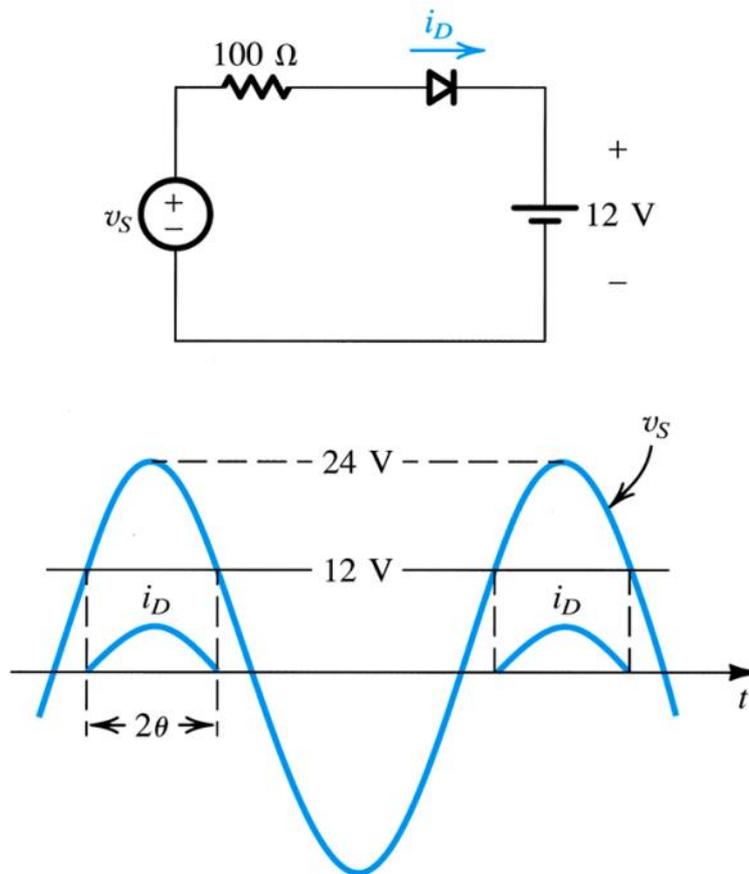
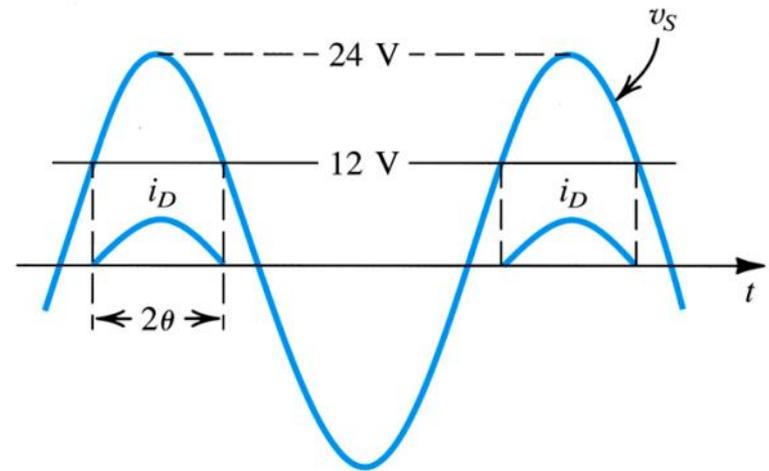


圖 3.4:例題 3.1 之電路及波形

# 例題 3.1:

## 二極體整流器

- 步驟#1: 試回答右圖是如何產生?
  - 需利用下式來回答



$$i_D = \begin{cases} \frac{v_s - 12V}{100\Omega} & \text{if } v_s \geq 12V \\ 0 & \text{if } v_s < 12V \end{cases}$$

# 例題 3.1:

## 二極體整流器

- 步驟#2: 定義 $\theta$ 與 $v_o$ 的關係  $\longrightarrow v_o = |24| \cos(\theta)$
- 步驟#3: 帶入  $v_o = 12$ .  $\longrightarrow 12 = |24| \cos(\theta)$
- 步驟#4: 反轉式子，解傳導的角界限  $\longrightarrow \theta_{1,2} = \cos^{-1}\left(\frac{12}{24}\right) = \pm 60^\circ$   
two solutions exist
- 步驟#5: 解通導率( $\Delta\theta$ )的長度  $\longrightarrow \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$
- 步驟#6: 找出二極體導通時的圓週率  $\longrightarrow \Delta\theta = +60^\circ - (-60^\circ) = 120^\circ$   
 $\longrightarrow t_{\text{conduct}} = \frac{120^\circ}{360^\circ} T = \frac{1}{3} T$

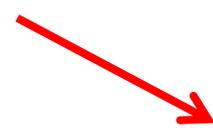
# 例題 3.1:

## 二極體整流器

- 步驟#7: 何時會有最大電流?  
當  $v$  最大時...


$$\max i_D = \frac{(24-12)V}{100\Omega} = 0.12A$$

- 步驟#8: 何時會施加最大偏壓電壓? 當  $v_S$  最小時...


$$\max v_D = (-24-12)V = -36V$$

### 3.1.3.另一個應用：二極體邏輯閘

- **Q:** 二極體如何用來產生邏輯閘？
  - **A:** AND / OR 閘範例如右所示
    - 見下一頁

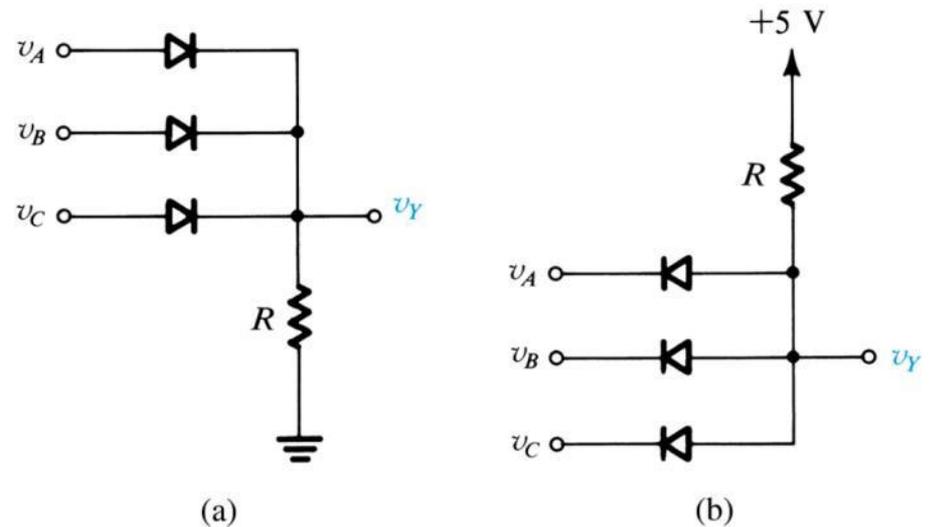
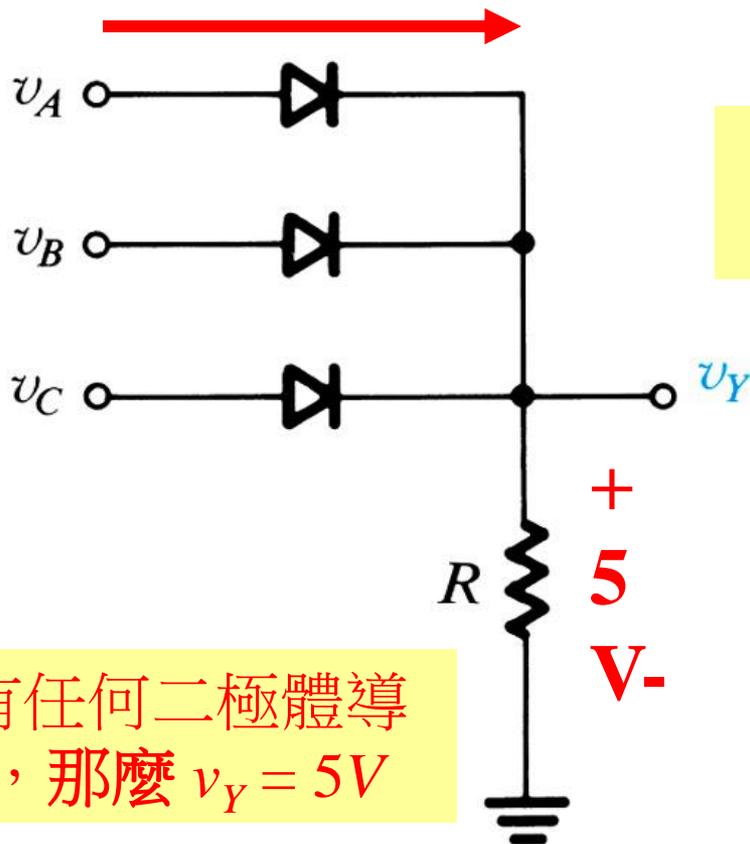


圖3.5:二極體邏輯閘：(a) OR 閘；(b) AND 閘 (在正邏輯系統中)。

# OR 閘

若  $v_A = 5V$  那麼 diode<sub>A</sub> 將產生 **AND**  $v_Y = v_A = 5V$

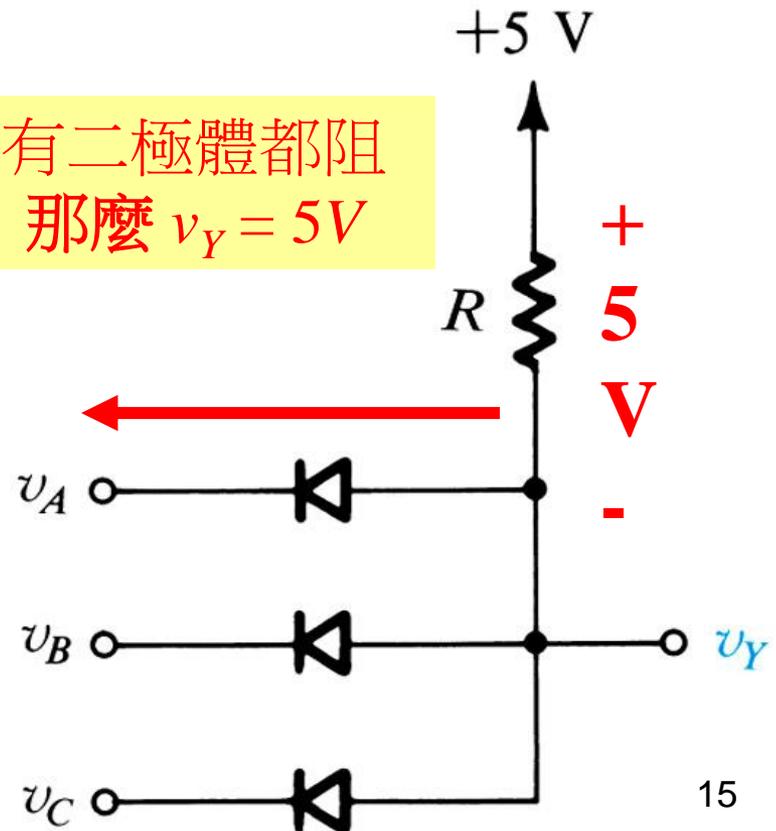


若有任何二極體導通，那麼  $v_Y = 5V$

# AND 閘

若  $v_A = 0V$  那麼 diode<sub>A</sub> 將產生 **AND**  $v_Y = v_A = 0V$

若所有二極體都阻斷，那麼  $v_Y = 5V$



## 例題3.2: 更多二極體

要應用節點/網目技術，必需要  
有所有元件阻抗的知識

- **Q:** 有那些困難是與複合二極體電路相關的？
  - **A:** 若沒有二極體狀態的知識，電路無法被解決。然而，狀態依賴於解答

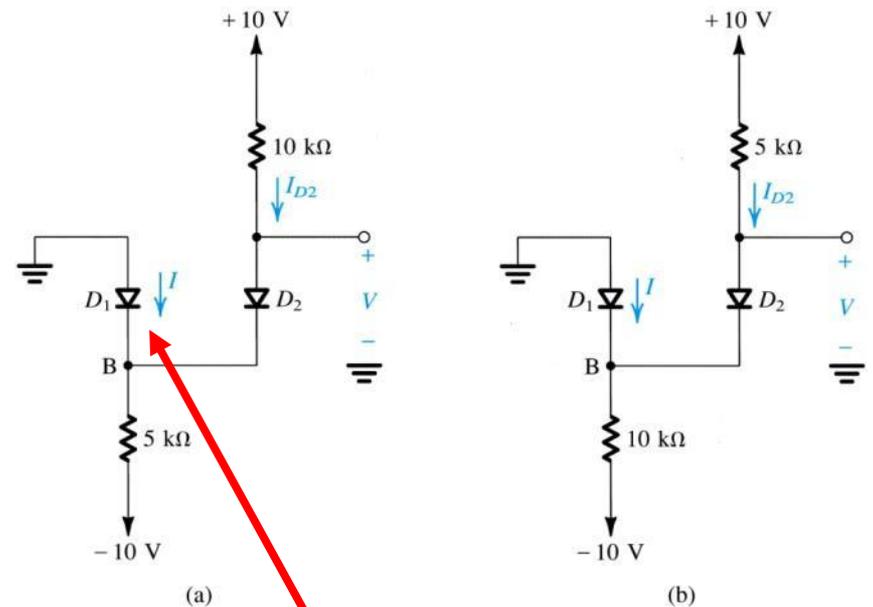


圖3.6: 例題 3.2 的電路

若  $v_B < 0$  那麼  $Z_{D1} = 0\Omega s$

此外  $Z_{D1} = \text{開電路}$

## 例題3.2: 更多二極體

- **Q:** 如何解決這些電路？
  - **A:** 必須使用以下步驟...
    - 1) 設想所有二極體的狀態
    - 2) 經由網目/節點分析來解決
    - 3) 檢視一致性

## 例題3.2: 更多二極體

若以下有任何答案為否，該解法在實際上是無法被實現的



- **Q:** 如何**確認一致性**？
  - **A:** 必須先詢問以下問題...
    - 1) 通過所有“假設為通導”的二極體的計算電壓是順向偏壓嗎？
    - 2) 通過所有“假設為阻斷”的二極體的計算電流為零嗎？
- **Q:** 若解答**不一致**該怎麼辦？
  - **A:** 必須**改變一個或更多的假設**後，再次進行解答並**確認一致性**

## 例題3.2: 更多二極體

- **Q(a):** 求電路中 $I_{D1}$ 與 $V$ 的值
- **Q:** 該如何著手?
  - **A:** 先做一個較可能的假設，接著確認它是否能產生一個一致的解答

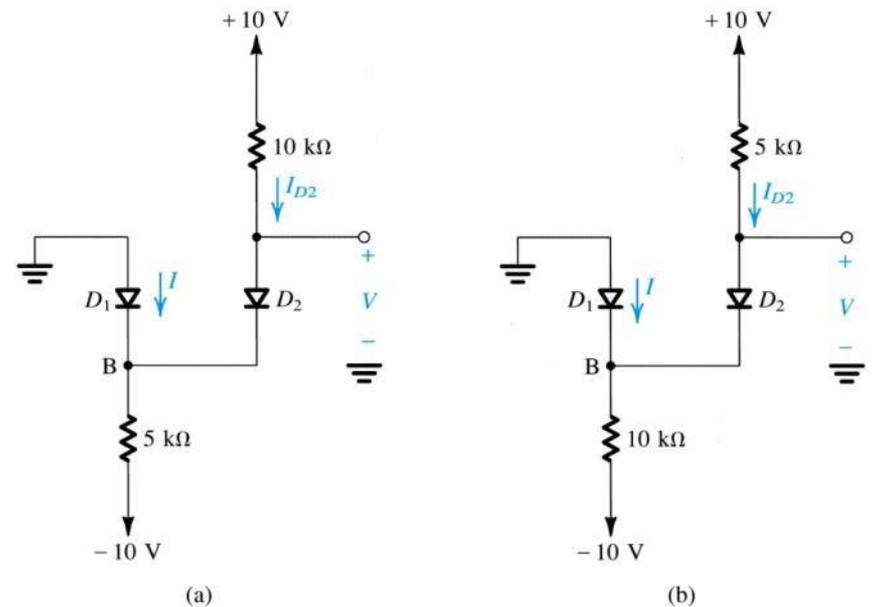


圖3.6: 例題 3.2 的電路。

## 例題3.2: 更多二極體

- **步驟#1:** 假設  $D_1/D_2$  在 (a) 中是通導的，那麼...
  - $v_B = 0V$
  - $i_{D2} = (10 - v_B) / 10k = 1mA$
  - $i_R = (v_B + 10) / 5k = 2mA$
  - $i_{D1} = i_R - i_{D2} = 1mA$

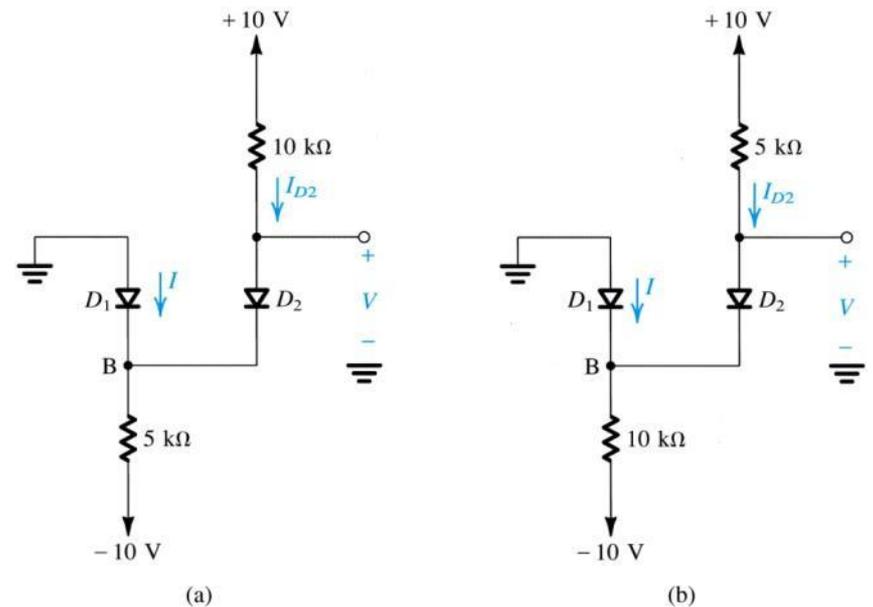


圖3.6: 例題 3.2 的電路。

## 例題3.2: 更多二極體

- **步驟#2:** 此解答是否一致？  
是的，因為...
  - KVL 或 KCL 均未違背
  - $i_{D1}$  及  $i_{D2}$  均為正值，支持一開始的假設

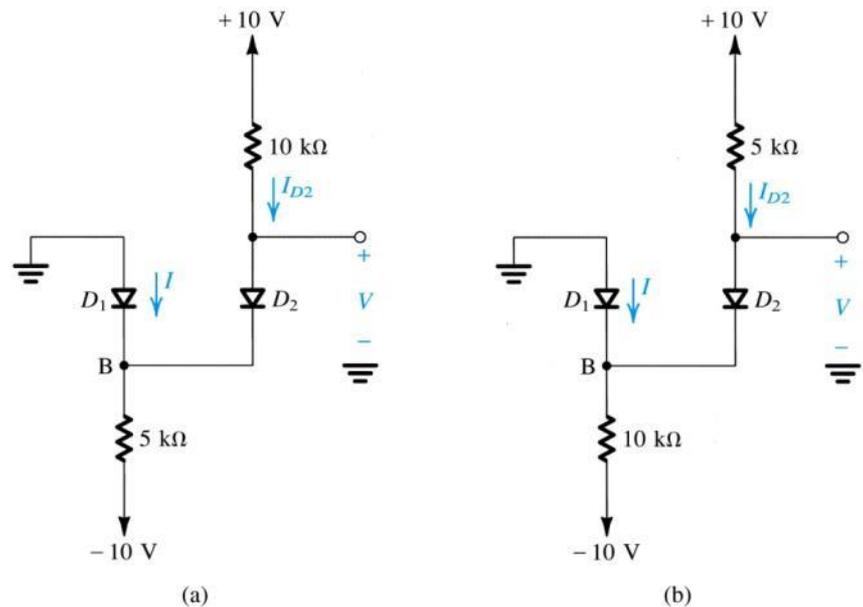


圖3.6: 例題 3.2 的電路。

## 例題3.2: 更多二極體

- **Q(b):** 求電路中 $I_{D1}$ 及 $V$ 的值
- **步驟#3:** 假設 $D_1$  及  $D_2$  在(b)中是通導的，那麼...
  - $v_B = 0V$
  - $i_{D2} = (10 - v_B) / 5k = 2mA$
  - $i_R = (v_B + 10) / 10k = 1mA$
  - $i_{D1} = i_R - i_{D2} = -1mA$

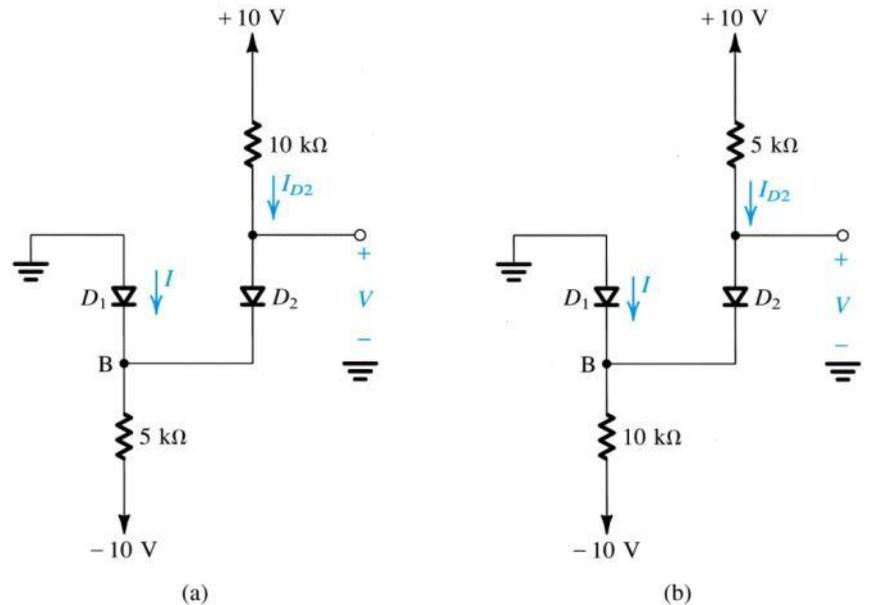


圖3.6: 例題 3.2 的電路。

# 例題3.2: 更多二極體

- 步驟#4: 此解答是否一致?
- 否, 因為...
  - $i_{D1} < 0$  顯示並未通導

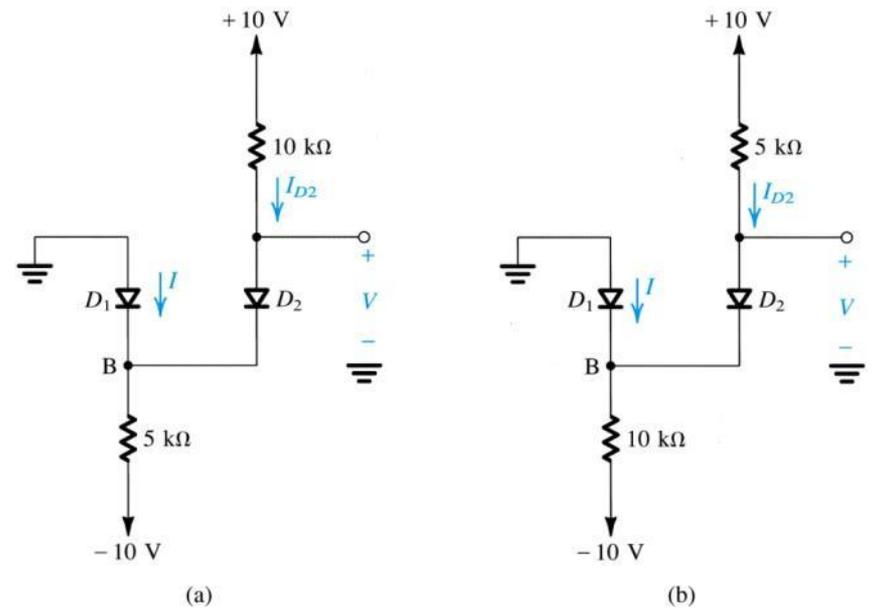


圖3.6: 例題 3.2 的電路。

## 例題3.2: 更多二極體

- **步驟#5:** 假設在(b) 中  $D_1$  是阻斷的， $D_2$  是通導的，那麼...
  - $i_R = i_{D2}$
  - $i_R = (10 + 10) / (10k + 5k)$
  - $i_R = 1.33mA$
  - $v_B = i_R 10k - 10 = 3.3V$

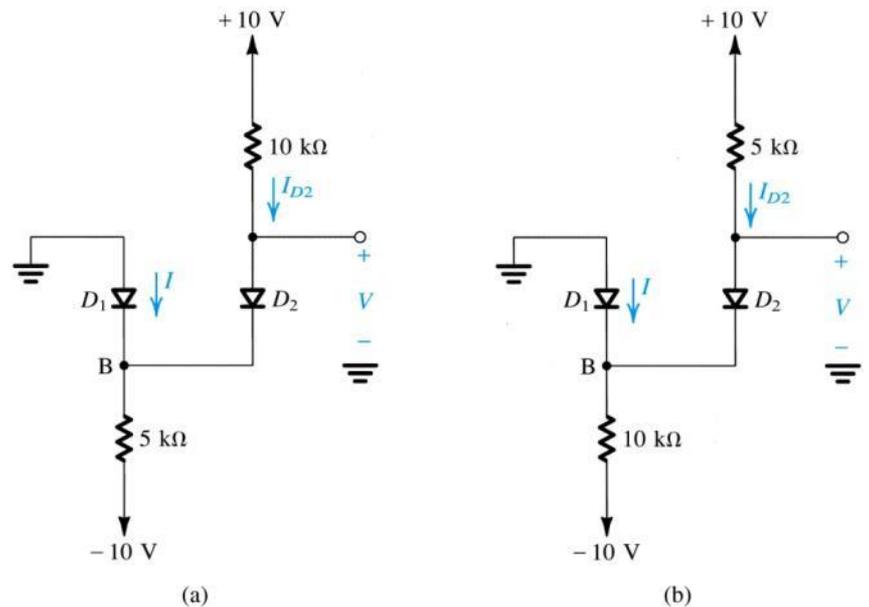


圖3.6: 例題 3.2 的電路。

## 例題3.2: 更多二極體

- 步驟#6:此解答是否一致？
- 是的，因為...
  - KVL 或 KCL均未違背
  - $i_{D2}$  為正值且跨越 $D_2$ 的微分為負值，支持一開始的假設

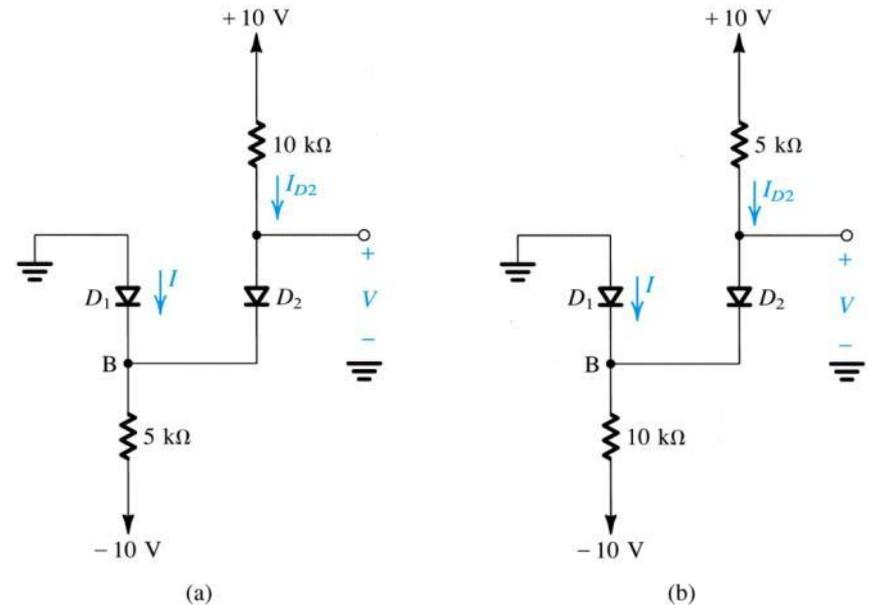


圖3.6: 例題 3.2 的電路。

## 例題3.2: 更多二極體

- **Q(a,b):** 求電路中 $I_{D1}$ 及 $V$ 的值，概要解答...
  - (a)  $D_1$  及  $D_2$  兩者皆通導，使的 $V=0$  且  $I_{D1} = 1\text{mA}$
  - (b) 僅  $D_2$  通導，使的 $V=3.3\text{V}$  且  $I_{D1}=0$

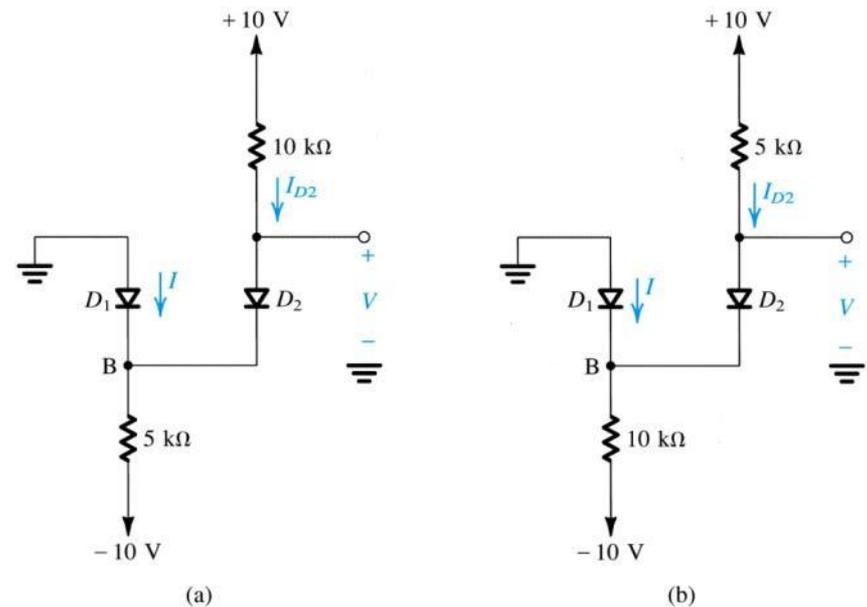


圖3.6: 例題 3.2 的電路。

# 例題3.2: 更多二極體

- **Q:** 解電路如右所示
  - **A(a):**  $D_1$  及  $D_2$  兩者皆通導，使的  $V = 0$  且  $I = 1\text{mA}$
  - **A(b):** 僅  $D_2$  通導，使的  $V = 3.3\text{V}$  且  $I = 0\text{A}$

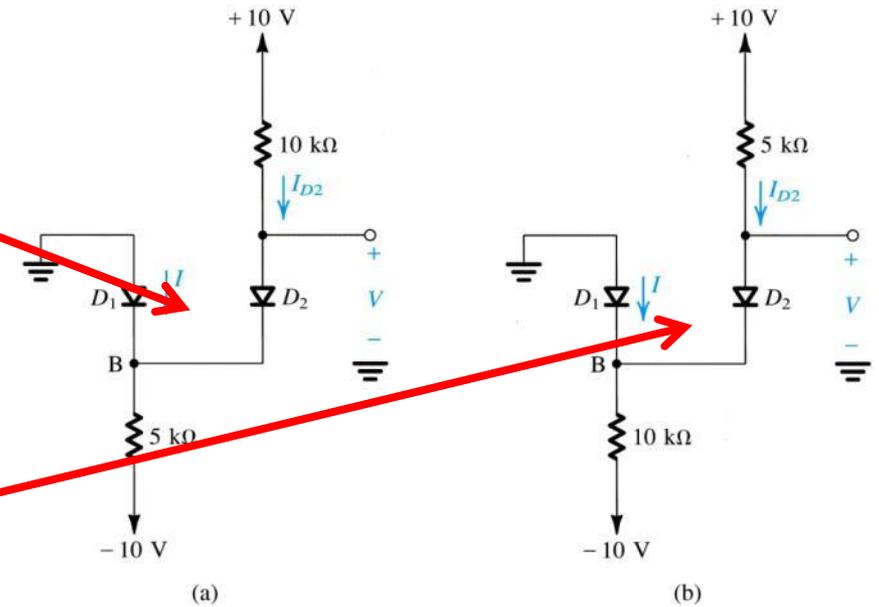


圖3.6: 例題 3.2 的電路。

## 3.2. 接面二極體的端點特性

- 最常見的二極體是用 pn 接面構成的
- $I$ - $V$  曲線由三個不同的區域所組成：
  - 順偏區： $v > 0$
  - 逆偏區： $v < 0$
  - 崩潰區： $v \ll 0$

刻度差異導致的不連續

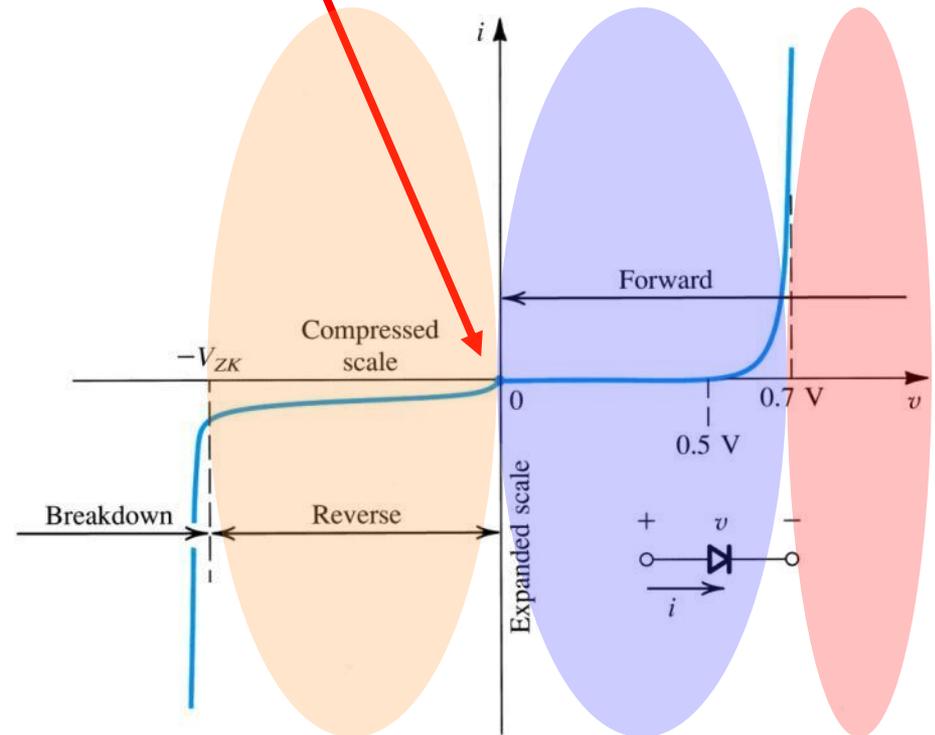


Figure 3.8: 二極體  $i$ - $v$  特性，其中部分的刻度被擴張，部分則被壓縮以便顯示圖形的細部

## 3.2.1. 順偏區

- 當  $v > 0$  時，即進入順向偏壓區操作
- $I$ - $V$  關係可與右式近似

$I_S = \text{constant for diode at given temperature (aka. saturation current)}$

$$\text{(eq3.1)} \quad i = I_S (e^{v/V_T} - 1)$$

$V_T = \text{thermal voltage}$

$k = \text{Boltzmann's constant } (8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})$

$q = \text{magnitude of electron charge } (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$

$$\text{(eq3.2)} \quad V_T = \frac{kT}{q} = \underbrace{25.3 \text{ mV}}_{\text{at room temperature}}$$

$I_S = \text{constant for diode at given temperature (aka. saturation current)}$

(3.3) 為簡化式，適用於大  $v$   $\longrightarrow$   $\text{(eq3.3)} \quad i \cong I_S e^{v/V_T}$

## 3.2.1. 順偏區

- 式 (3.3) 可被反轉成為 (3.4)
- 此關係可涵蓋多達7個數量級的電流範圍

$I_S = \text{constant for diode at given temperature (aka. saturation current)}$

$$\text{(eq3.4) } v = V_T \ln \left( \frac{i}{I_S} \right)$$

## 3.2.1. 順偏區

- **Q:** 在順向偏壓( $v$ )下，電流( $i$ )的相關影響為何？
- **A:** 非常小
  - 在 $i$ 中的10倍改變，在 $v$ 中僅有60mV的改變

step #1: consider two cases (#1 and #2)

$$I_1 = I_S e^{V_1/V_T} \quad \text{and} \quad I_2 = I_S e^{V_2/V_T}$$

step #2: divide  $I_2$  by  $I_1$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_S e^{V_2/V_T}}{I_S e^{V_1/V_T}}$$

step #3: combine two exponentials

$$\frac{I_2}{I_1} = e^{(V_2 - V_1)/V_T}$$

step #4: invert this expression

$$V_2 - V_1 = V_T \ln(I_2 / I_1)$$

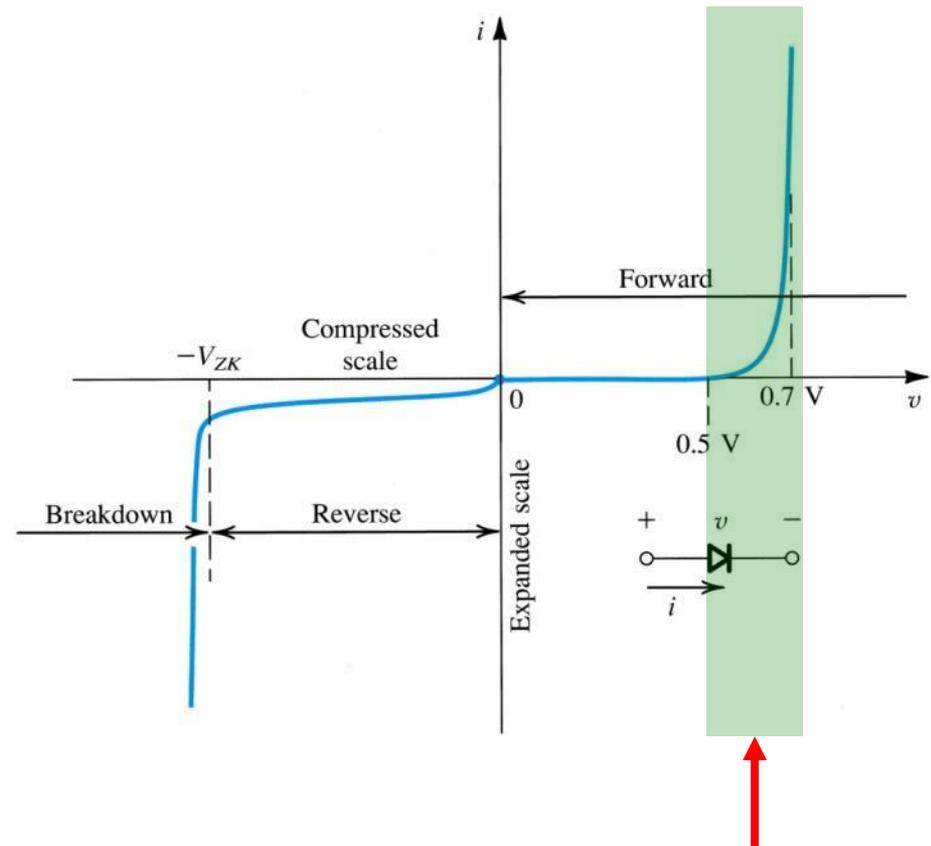
step #5: convert to log base 10

$$V_2 - V_1 = \underbrace{2.3V_T}_{60\text{mV} \approx 2.3V_T} \log(I_2 / I_1)$$

<sup>31</sup>

## 3.2.1. 順偏區

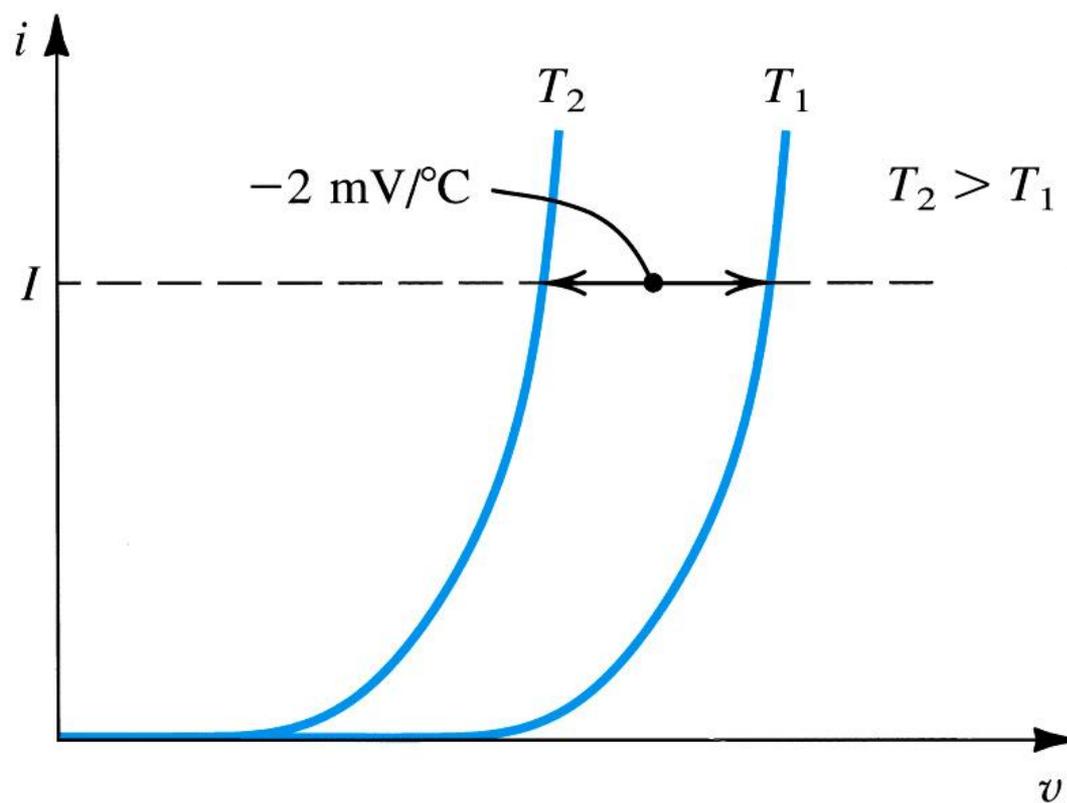
- 切入電壓 – 低於此電壓時，僅有最小電流流過
  - 約  $0.5V$
- 充分導通區 – 在此區  $R_{二極體}$  約等於 0
  - 在  $0.6$  與  $0.8V$  之間



充分導通區

## 3.2.1. 順偏區

**圖3.9:**二極體順偏特性與溫度之相關性。在一定電流下，溫度每升高 $1^{\circ}\text{C}$ 將使電壓降低大約 $2\text{ mV}$ 。



## 例題 3.3

- **Q:** 一個矽二極體若被稱為一個1-mA 元件，則在電流為1 mA 時其順向偏壓為0.7 V ，試估算接面比例常數 $I_S$  之值。對於一個以相同製程製出可在0.7 V 時導通1 A 的 1-A二極體而言，其比例常數為多少？

- **A:** 
$$i = I_S e^{v/V_T}$$

$$I_S = i e^{-v/V_T}$$

對1-A二極體而言  $I_S = 10^{-3} e^{-700/25} = 6.9 \times 10^{16} \text{ A}$

在0.7 V 導通1A 之二極體相當於1000 顆 1-mA二極體並聯，形成總接面面積為1000 倍大之二極體。因此 $I_S$  也同樣大1000 倍

$$I_S = 6.9 \times 10^{13} \text{ A}$$

## 3.2.2. 逆偏區

- 當  $v < 0$  時，即進入**逆向偏壓區**內操作
- **$I$ - $V$  關係**：當  $v$  為負值且  $|v| > V_T$  ( $25mV$ ) 可與右式近似

this expression  
applies for  
negative voltages

$$i = -I_S e^{-|v|/V_T}$$

**action:** invert exponential

$$i = -I_S \left( \frac{1}{e^{|v|/V_T}} \right)$$

$\approx 0$  for larger  
voltage  
magnitudes

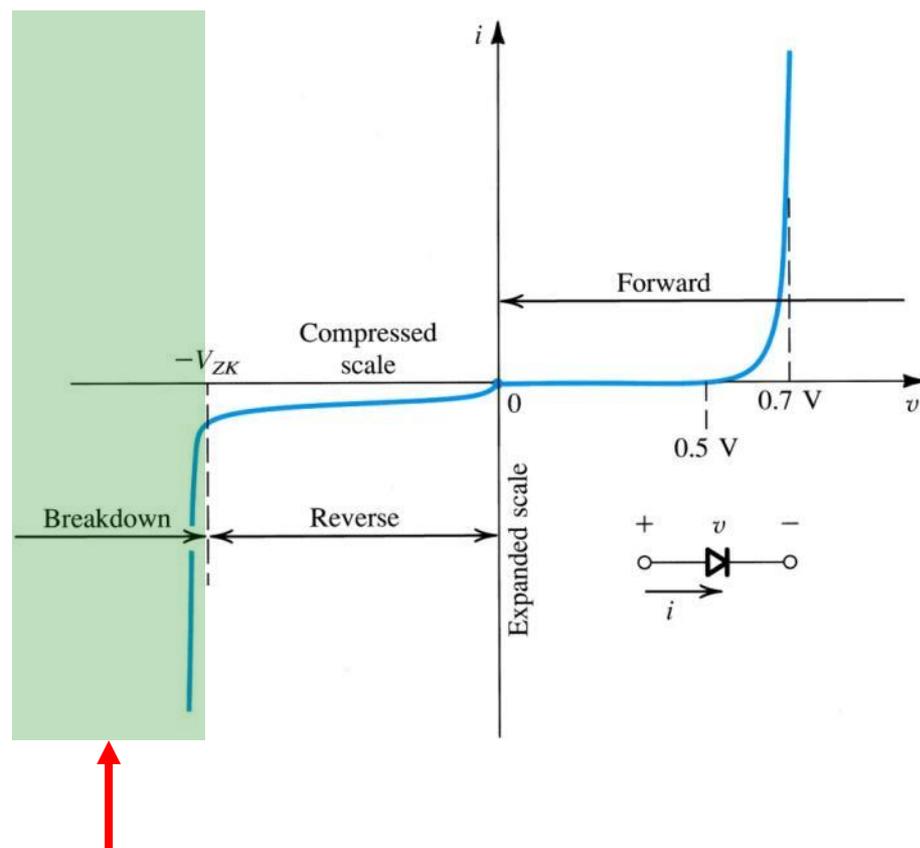

$$i \cong -I_S$$

## 3.2.2. 逆偏區

- “實際”的二極體逆向電流雖然很小，但卻遠比 $I_S$ 要大很多
  - $10^{-9}$  vs.  $10^{-14}$  *Amps*
- 逆向電流中有一大部分是來自漏流效應

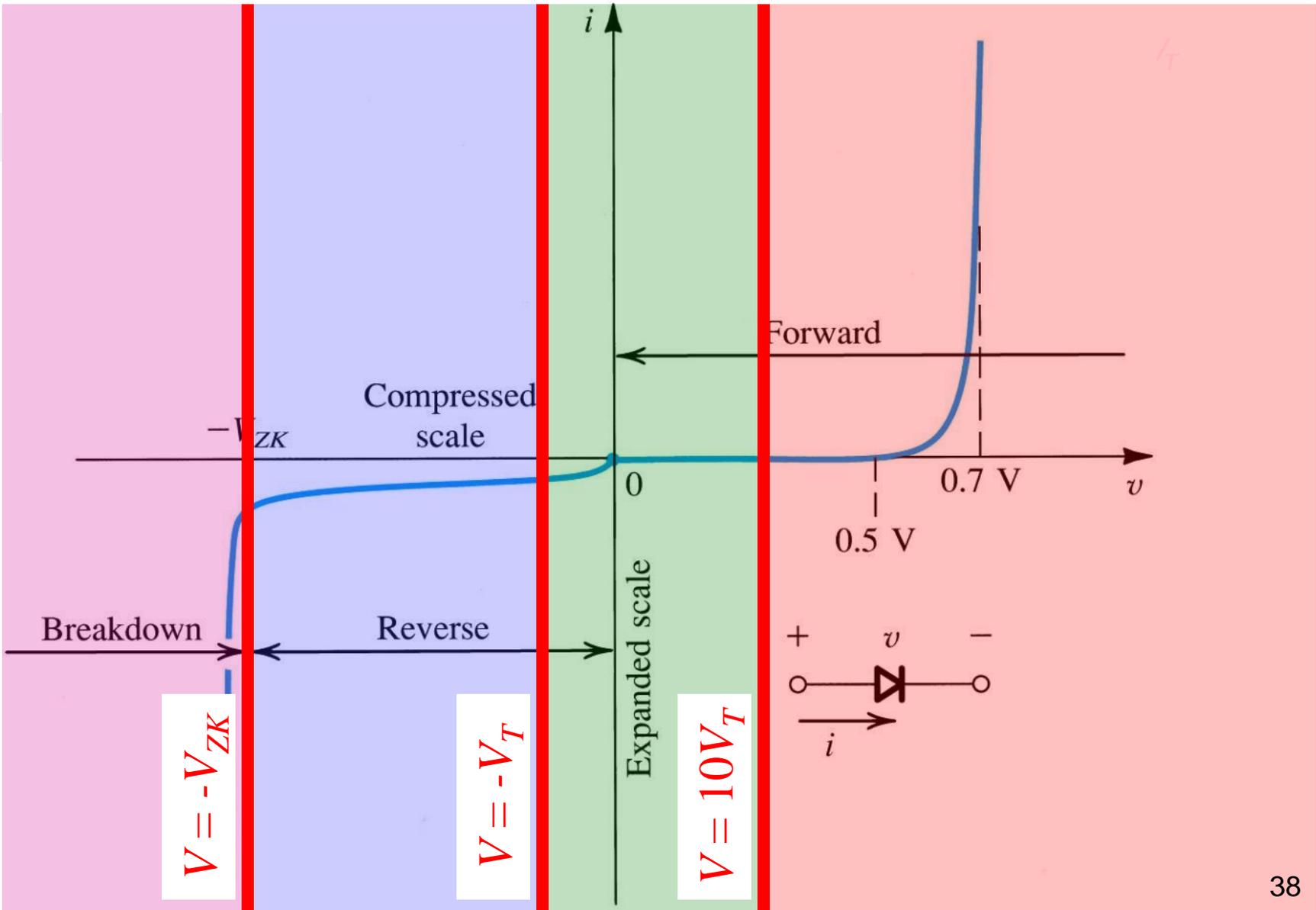
## 3.2.3.崩潰區

- 當 $v < V_{ZK}$ 時，即進入崩潰區操作
  - 齊納-膝部電壓 ( $V_{ZK}$ )
- 通常都是非破壞性的



崩潰區

$$i = I_S (e^{v/V_T} - 1)$$



## 3.3.二極體順偏特性的模型

- 前面說明了一組強大的二極體模型
- 接下來將討論更適用於電路分析的簡化二極體模型：
  - 指數函數模型
  - 定電壓降模型
  - 理想二極體模型
  - 小信號(線性化)模型

## 3.3.1.指數函數模型

- 指數函數模型
  - 最精確的
  - 最難使用於電路分析的
    - 肇因於它的非線性特性

$$(eq3.6) \quad I_D = I_S e^{V_D/V_T}$$

$V_D$  = voltage across diode  
 $I_D$  = current through diode

$$(eq3.7) \quad I_D = \frac{V_{DD} - V_D}{R}$$

## 3.3.1.指數函數模型

### 例題 3.4

- **Q:** 如何解答右方電路中的  $I_d$  ?
  - $V_{DD} = 5V$
  - $R = 1k\Omega$
  - $I_D = 1mA$  在  $0.7V$
- **A:** 有兩種方法...
  - 圖形化分析
  - 疊代分析

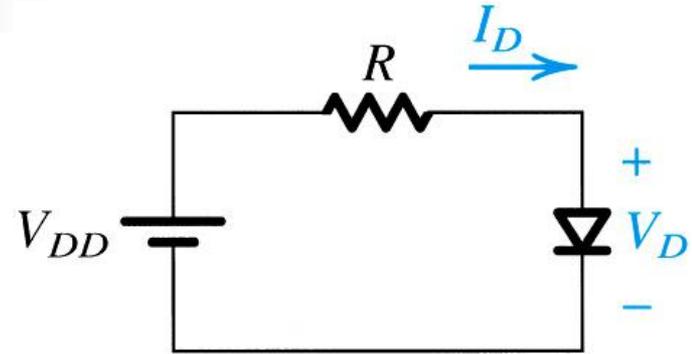


圖3.10: 一個簡單電路用於說明順偏二極體電路之分析

## 3.3.2. 使用指數函數模型的圖形化分析

- 步驟#1: 在一張圖上繪出 (3.6) 與 (3.7) 式的關係
- 步驟#2: 求兩者的交點...
  - 負載線與二極體曲線相交於操作點

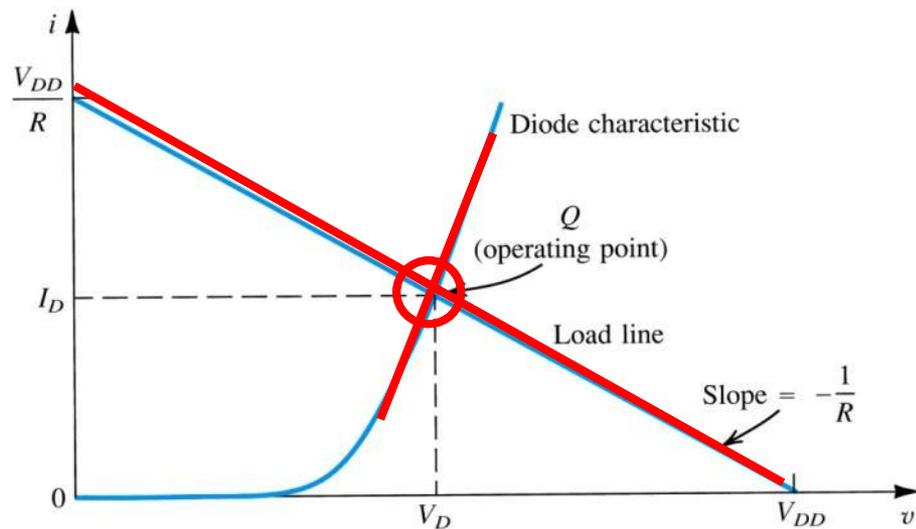


圖3.11: 使用指數二極體模型對圖 3.10 電路做圖解分析

## 3.3.2. 使用指數函數模型的圖形化分析

### ■ 優點

- 直覺的
  - 因其視覺特性

### ■ 缺點

- 較不精確
- 在解複雜電路時不太實際
  - 需繪很多條線

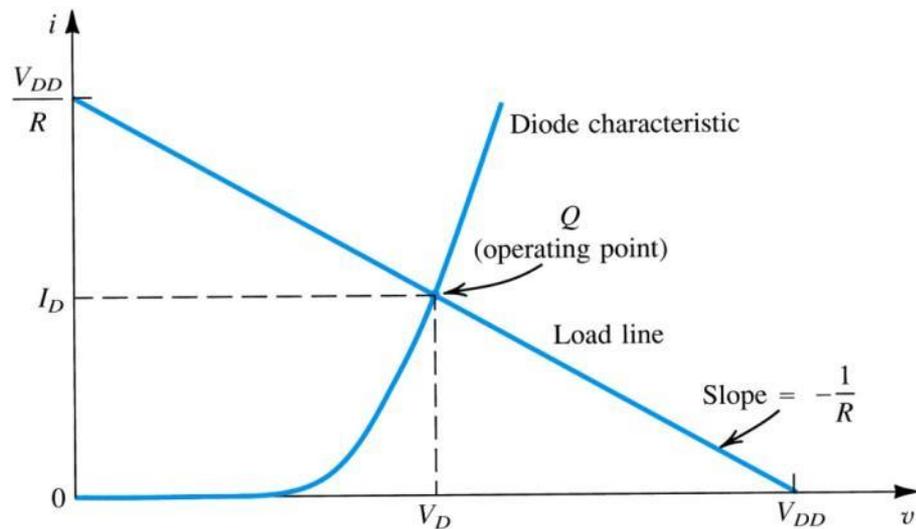


圖3.11: 使用指數二極體模型對圖 3.10 電路做圖解分析

### 3.3.3.使用指數函數模型的疊代分析

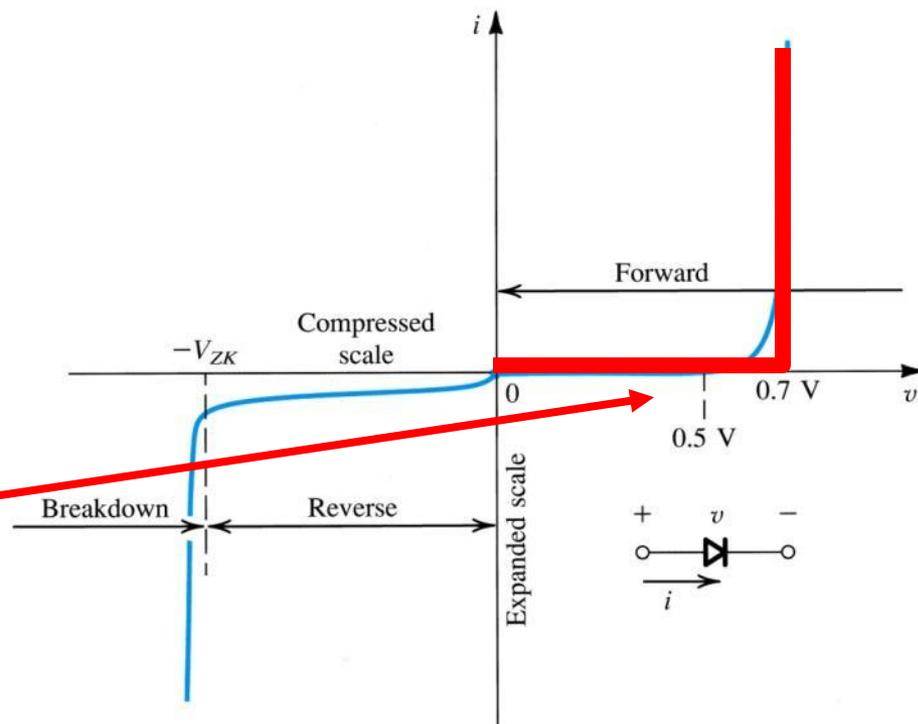
- **步驟#1:** 從對 $V_D$ 初步假設開始
  - $V_D^{(0)}$
- **步驟#2:** 採用節點/網目分析來解 $I_D$
- **步驟#3:** 採用指數函數模型來更新 $V_D$ .
  - $V_D^{(1)} = f(V_D^{(0)})$
- **步驟#4:** 重複以上步驟直到 $V_D^{(k+1)} = V_D^{(k)}$ .
  - $V_D$  的新值與舊值會逐漸收斂至吻合

### 3.3.3.使用指數函數模 型的疊代分析

- 優點
  - 精確度高
- 缺點
  - 不夠直覺化
  - 在解複雜電路時不太實際
    - 可能需要疊代到10次以上

### 3.3.4.快速 (或簡化) 分析的需求

- **Q:** 如何更有效率的分析這些以二極體為基礎的電路？
- **A:** 找出一個較簡單的模型
  - 其中一個例子是假設跨越二極體的電壓降是恆定的



### 3.3.5.定電壓降模型

- 定電壓降模型-假設 $I_D$ 與的 $V_D$ 斜率在  $0.7V$ 時是垂直的
- **Q:** 若使用CVDM，例題3.4的解答會如何改變？
  - **A:**  $4.262mA$  變成  $4.3mA$

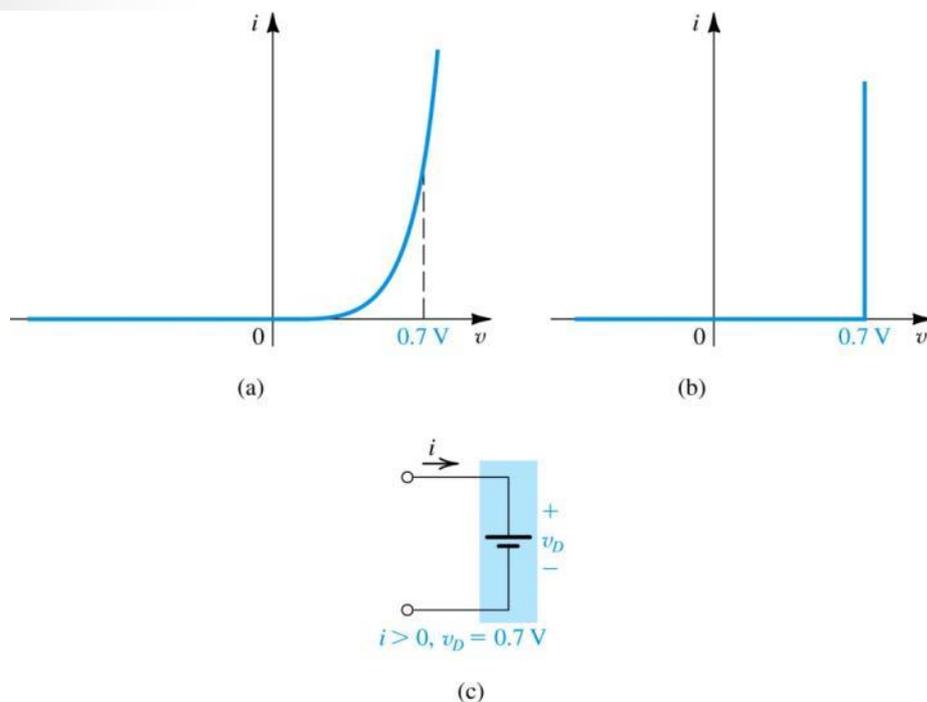


圖3.12:二極體定電壓降模型的建立：(a) ...

### 3.3.6.理想二極體模型

- 理想二極體模型-假設 $I_D$ 與 $V_D$ 的斜率在 $0V$ 時是垂直的
- **Q:**若使用理想模型，例題3.4的解答會如何改變？
  - **A:**  $4.262mA$  變成  $5mA$

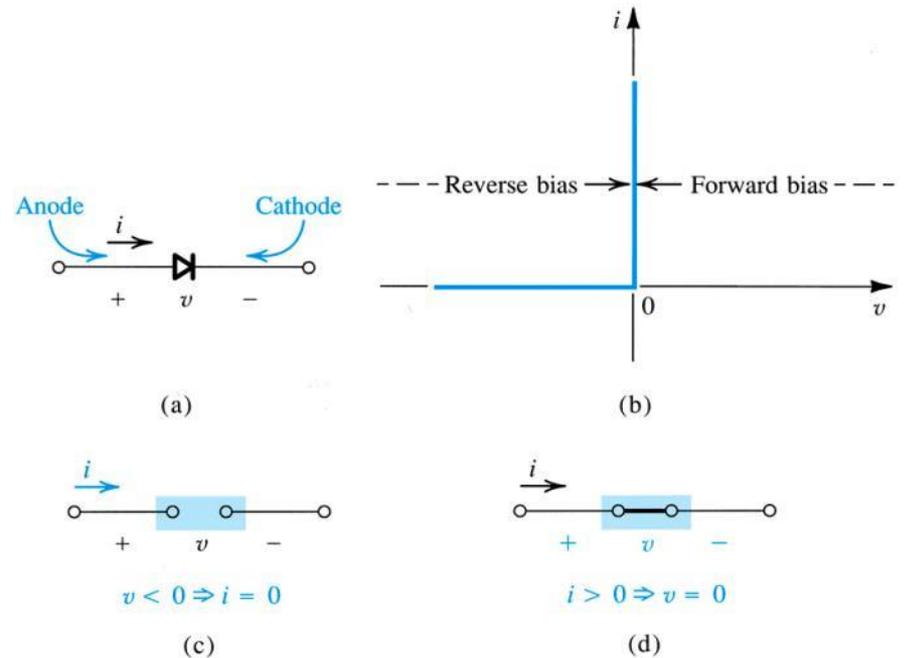


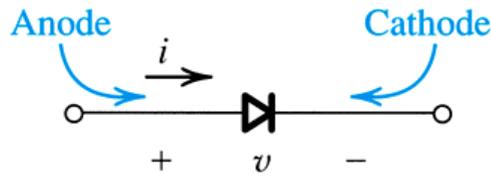
圖3.1:理想二極體

# 3.3.6.理想二極體模型

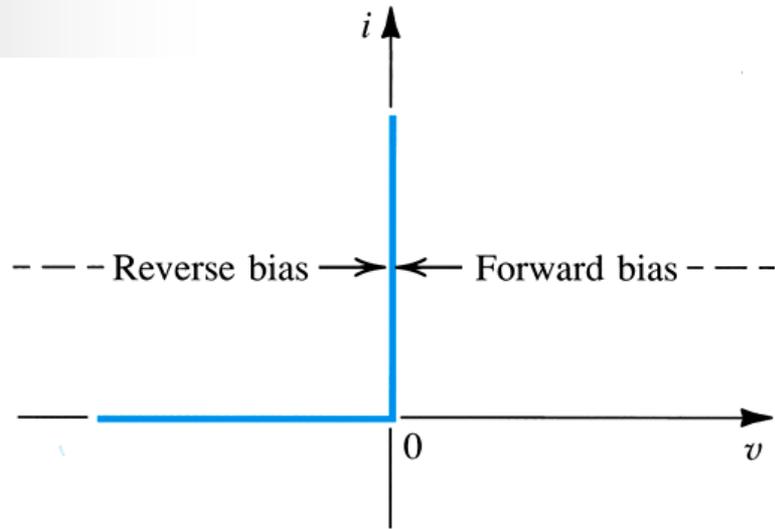
模式#2: 逆偏 = 開路電路

模式#1: 順偏 = 短路電路

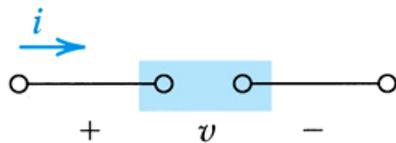
具兩節點的元件符號



(a)

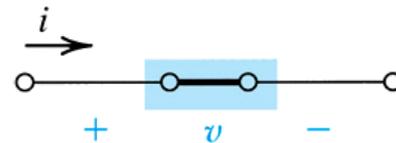


(b)



$$v < 0 \Rightarrow i = 0$$

(c)



$$i > 0 \Rightarrow v = 0$$

(d)

圖 3.1: 二極體特性

# 使用這些模型的時機

- 指數函數模型：
  - 低電壓
  - 較不複雜的電路
  - 對精確性的要求大於實用性
- 定電壓降模型：
  - 中等電壓 =  $0.7V$
  - 較複雜的電路
  - 對實用性的要求大於精確性
- 理想二極體模型：
  - 高電壓  $\gg 0.7V$
  - 非常複雜的電路
  - 在 $0.7V$ 時，差異可被忽略的個案
- 小信號模型：
  - 接下來將會討論...

## 3.3.7.小信號模型

### ■ 小信號二極體模型

- 二極體的模型如同可變電阻
- 他的值是經由指數函數模型的線性化所求得
- 在偏壓點周圍，由定電壓降模型求出
  - $V_D^{(0)} = 0.7V$

### 3.3.7.小信號模型

這些電路均不採用指數  
函數模型－簡化“解答”  
過程

- **Q:** 小信號二極體模型如何表示？
  - **A:** 總瞬時電路分為穩定狀態元件及隨時間變化元件兩種，可被個別分析並藉由代數來解。
    - 穩定狀態：二極體的表現如同CVDM
    - 隨時間變化：二極體的表現如同電阻

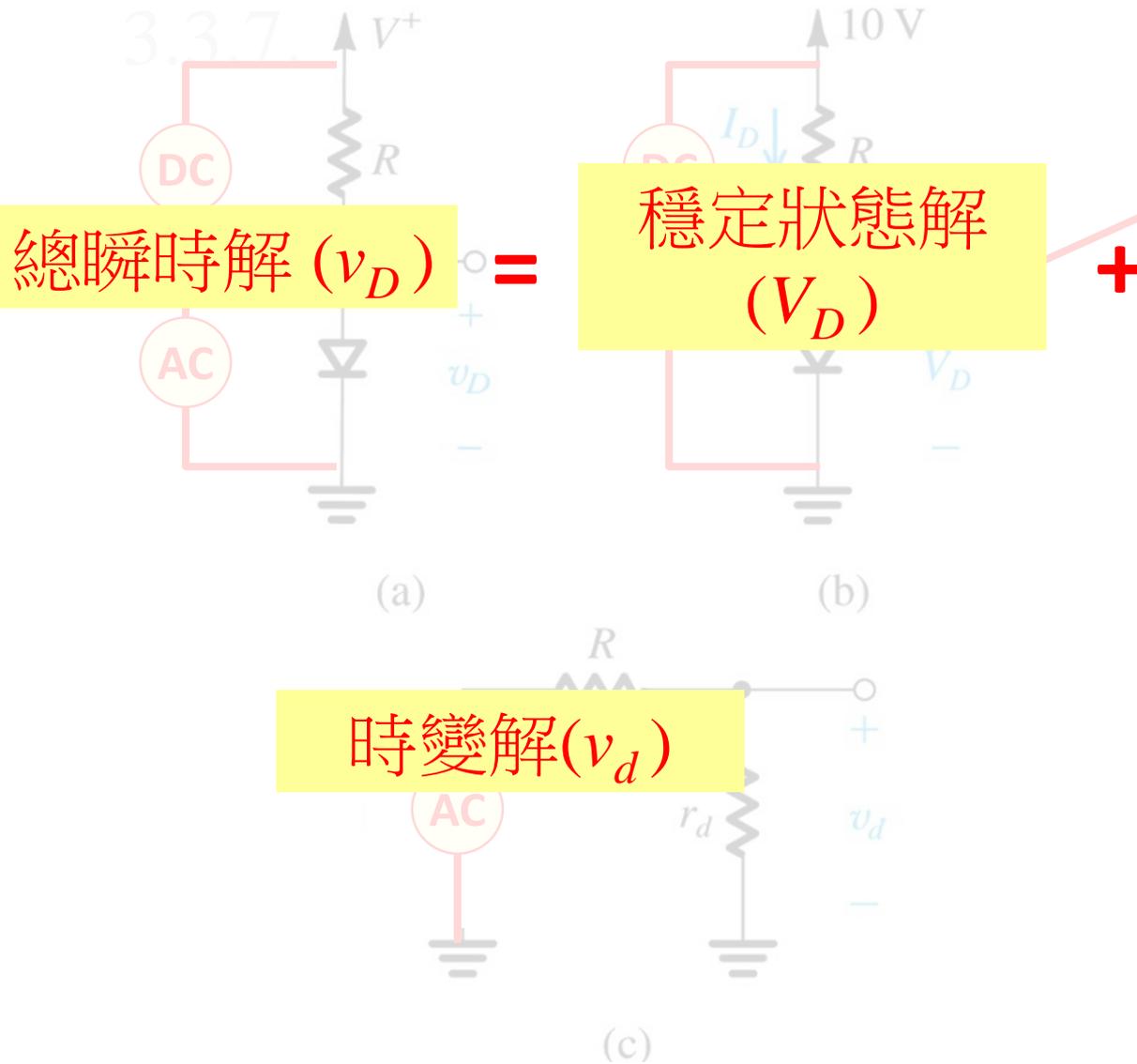


圖3.16: (a) 例題 3.5 的電路；(b) 用來計算直流操作點的電路；(c) 小信號等效電路

## 3.3.7.小信號模型

- **Q:** 小信號二極體模型如何定義？
  - **步驟#1:** 參考圖3.13(a)的電路概念
    - 直流電壓 ( $V_D$ ) 被施加於二極體
    - 在  $V_D$  之後，任意的時變信號  $v_d$  被超級加強(super-imposed)

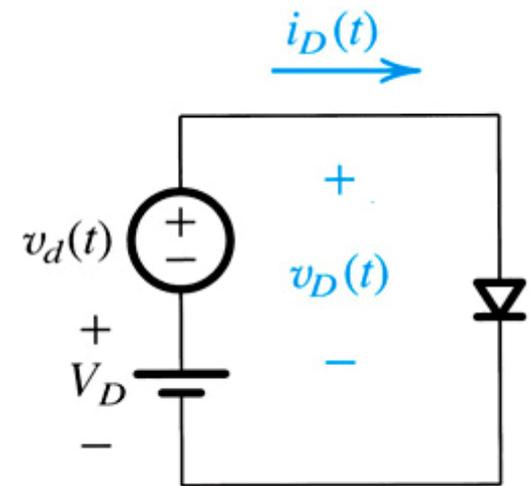


圖 3.13(a)

### 3.3.7.小信號模型

- 僅有直流 – 大寫及大寫下標
- 僅有時變 – 小寫及小寫下標
- 總瞬時 – 小寫及大寫下標
  - 直流 + 時變

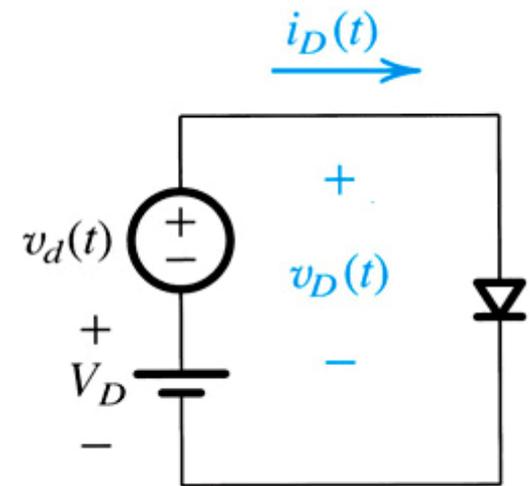


圖 3.13(a)

## 3.3.7.小信號模型

- 步驟#2: 如式(3.8)定義直  
流電流  $\rightarrow$  (eq3.8)  $I_D = I_S e^{V_D/V_T}$
- 步驟#3: 以  $V_D$  及  $v_d$  的組合  
定義總瞬時電壓 ( $v_D$ )  $\rightarrow$  (eq3.9)  $v_D(t) = V_D + v_d(t)$   
 $v_D(t)$  = total instantaneous  
voltage across diode  
 $V_D$  = dc component of  $v_D(t)$   
 $v_d(t)$  = time varying  
component of  $v_D(t)$
- 步驟#4: 以  $v_D$  函數定義總  
瞬時電流 ( $i_D$ )  $\rightarrow$  (eq3.10)  $i_D(t) = I_S e^{v_D/V_T}$   
note that this is  
different from (3.8)

## 3.3.7.小信號模型

- 步驟#5: 以 $V_D$ 及 $v_d$ 函數重新定義式(3.10)

(eq3.11)  $i_D(t) = I_S e^{(V_D + v_d)/V_T}$

- 步驟#6: 將此指數函數拆成兩個

action: split this exponential using appropriate laws

- 步驟#7: 以直流元件( $I_D$ )與時變電壓( $v_d$ )重新定義總瞬時電流

(eq3.11)  $i_D(t) = \underbrace{I_S e^{V_D/V_T}}_{I_D} e^{v_d/V_T}$

→ (eq3.12)  $i_D(t) = I_D e^{v_d/V_T}$

# 3.3.7.小信號模型

- 步驟#8: 應用級數的方式展開 (3.12)

example:  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$

- 步驟#9: 因為  $v_d/V_T \ll 1$ ，部分可被捨去忽略

action: apply power series expansion to (3.12)

because  $v_d/V_T \ll 1$ , these terms are assumed to be negligible

(eq3.12a) 
$$i_D(t) = I_D \left( 1 + \frac{v_d}{V_T} + \left[ \left( \frac{v_d}{V_T} \right)^2 \frac{1}{2!} \right] + \left[ \left( \frac{v_d}{V_T} \right)^3 \frac{1}{3!} \right] + \dots \right)$$

power series expansion of  $e^{v_d/V_T}$

action: eliminate negligible terms

(eq3.14) 
$$i_D(t) = I_D \left( 1 + \frac{v_d}{V_T} \right)$$

## 3.3.7.小信號模型

### ■ 小信號近似法

- 指數函數二極體模型如右所示

示

- 總瞬時電流 ( $i_D$ )

- 小信號電流 ( $i_d$ )

- 小信號電阻 ( $r_d$ )

- 合理的  $v_d < 5mV$  振幅 (非波峰到波峰).

$$i_D(t) = I_D + \underbrace{\left( \frac{I_D}{V_T} \right)}_{i_d} v_d$$


$$i_D(t) = I_D + i_d$$


$$i_d = \frac{1}{r_d} v_d$$


$$r_d = \frac{V_T}{I_D}$$

### 3.3.7.小信號模型

- 此法可被用來近似一個操作點 $(x_0, y_0)$ 附近的任何函數  
 $y = f(x)$

$$y(t) = y_0 + \left( \frac{\partial y}{\partial x} \bigg|_{y=Y} \right)^{-1} \overbrace{(x(t) - x_0)}^{\Delta x}$$

## 3.3.7.小信號模型

- **Q:** 小信號電阻 $r_d$ 如何定義？
  - **A:** 藉由穩定狀態電流( $I_D$ )及熱電壓( $V_T$ )，如下所示：
    - 注意，此近似值僅在小信號電壓 $v_d < 5mV$ 時有效

$$r_d = \frac{V_T}{I_D}$$

## 例題 3.5: 小信號模型

- 考慮圖 3.16(a) 中所示之電路在  $R = 10k\Omega$  下之情形
- 電源供應器  $V_+$  具有直流值  $10V$ ，其上載有一個  $60Hz$ 、 $1V$  峰值振幅之正弦波 (即所謂**供應器漣波**)
  - **Q:** 試計算二極體之直流電壓以及出現在其兩端的弦波信號
    - **A:**  $v_d$  (峰值) =  $2.68mV$
- 假設二極體在  $1mA$  電流時有壓降  $0.7V$

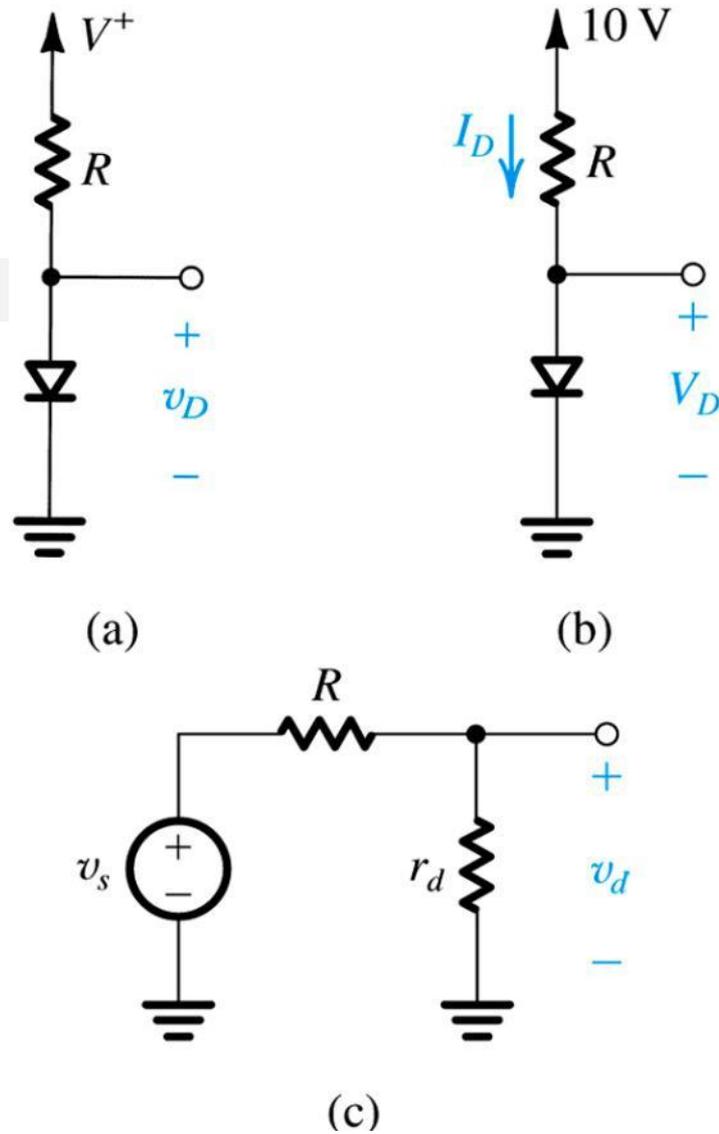
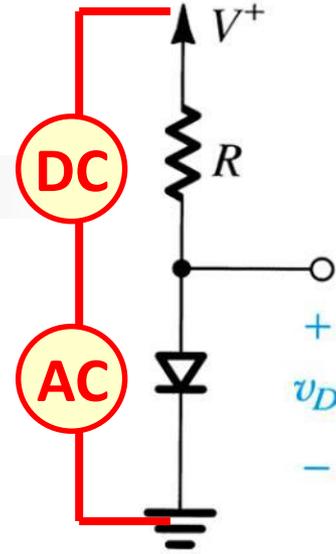


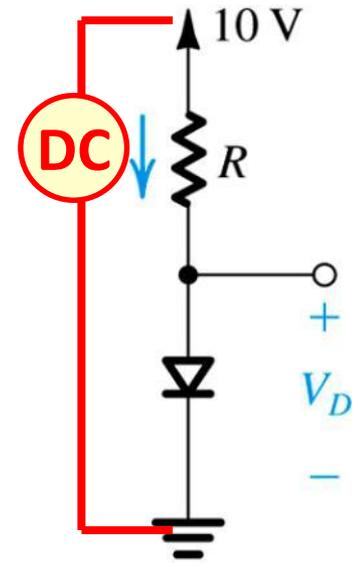
圖3.16: (a) 例題 3.5 的電路；(b) 用來計算直流操作點的電路；(c) 小信號等效電路

# 例題 3.5: 小信號模型

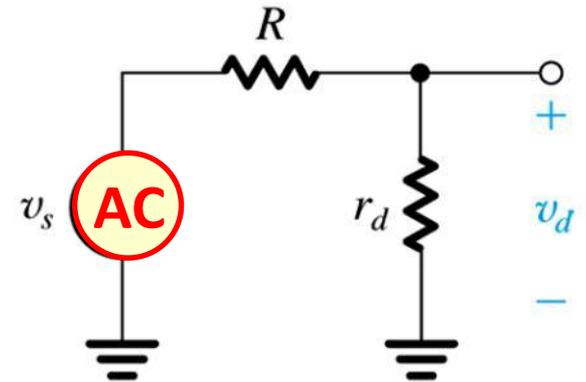
- 步驟#1: 考慮右方電路
  - 直流
  - 時變
  - 直流 + 時變



(a)



(b)



(c)

# 例題 3.5: 小信號模型

- 步驟#2: 定義要採用的模型

$$i_D(t) = I_D + \underbrace{\left( \frac{I_D}{V_T} \right)}_{i_d} v_d$$

- 步驟#3: 計算直流電流  $I_D$

- $I_D = (10 - 0.7V)/10 \Omega$

- $I_D = 0.93mA$

$$i_D(t) = I_D + i_d$$

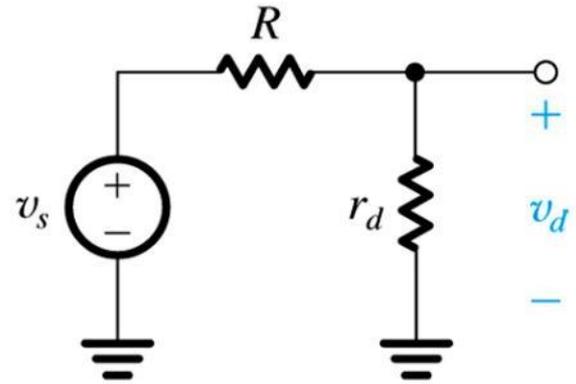
- 步驟#4: 計算  $r_d$

- $r_d = V_T / I_D = 26.9\Omega$

$$i_d = \frac{1}{r_d} v_d$$

$$r_d = \frac{V_T}{I_D}$$

# 例題 3.5: 小信號模型



- 步驟#5: 分析右方時變電路
  - 分壓器
- 步驟#6: 計算跨越 $r_d$ 的時變電壓( $v_d$ )

$$v_d(\text{peak}) = v_s(\text{peak}) \underbrace{\left( \frac{r_d}{R + r_d} \right)}_{\text{voltage divider}}$$

$$v_d(\text{peak}) = 1V \left( \frac{0.0269\Omega}{10\Omega + 0.0269\Omega} \right)$$

$$v_d(\text{peak}) = 2.68mV$$

### 3.3.8.二極體順偏電壓 降在穩壓電路的應用

- **Q:** 何謂穩壓器？
  - **A:** 儘管供應與加載有變化，輸出電壓仍保持穩定的電路
- **Q:** 二極體的何種特性能促進穩壓？
  - **A:** 幾乎恆定的電壓降 (0.7V).

# 例題 3.6: 以二極體為基礎的 穩壓器

- 考慮圖 3.17 中之電路。三個二極體被串聯起來以提供大約  $2.1V$  之定電壓
- **Q:** 此一穩定電壓在下列狀況下所造成之變化百分比為何？
  - (a) 電源供應器之電壓改變  $\pm 10\%$
  - (b) 連接一個  $1k\Omega$  之負載電阻

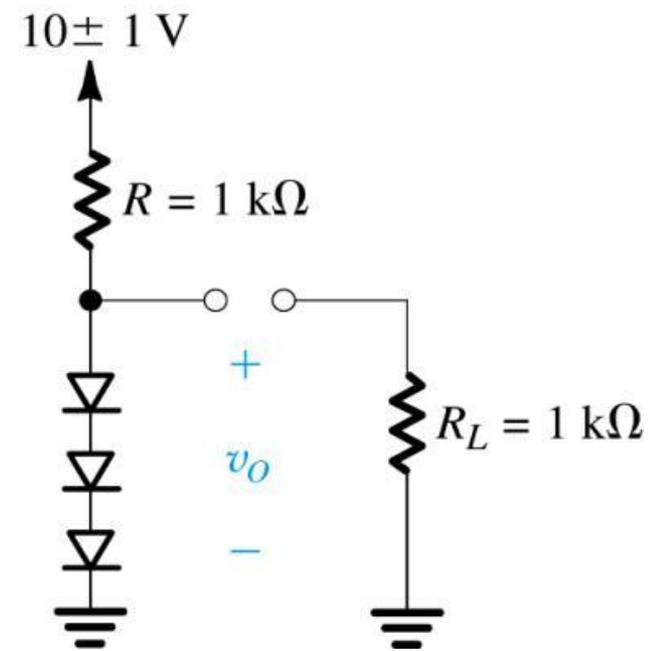


圖3.17:例題 3.6 之  
電路

# 例題 3.6:

## 以二極體為基礎的 穩壓器

- **步驟#1:** 計算流經二極體的電流值 ( $I_D$ )

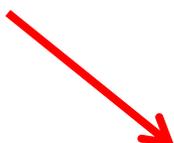
- 參考前述的直流電流...


$$I_D = \frac{10V - 2.1V}{1\Omega} = 7.9mA$$

- **步驟#2:** 計算小信號電阻 ( $r_d$ )

- **步驟#3:** 計算3個二極體 $r_d$ 的總和 ( $3r_d$ )


$$r_d = \frac{V_D}{I_D} = \frac{25mA}{7.9mA} = 3.2\Omega$$


$$3r_d = 9.6\Omega$$

# 例題 3.6: 以二極體為基礎的 穩壓器

- 步驟#4: 定義無負載的信號模型  $\rightarrow \Delta v_o = \Delta v_I \left( \overbrace{\frac{3r_d}{R + 3r_d}}^{\text{voltage divider}} \right)$
- 步驟#5: 定義峰值對峰值的電壓變化  $2 \times 10\% \times 10V$   $\rightarrow \Delta v_o = \overbrace{(2 \times 1V)}^{\text{peak to peak variation } (\Delta v_I)} \left( \frac{0.0096\Omega}{0.0096\Omega + 1\Omega} \right)$
- 步驟#6: 帶入值並求解  $\rightarrow \Delta v_o = 19mV \text{ peak-to-peak}$

# 例題 3.6:

## 以二極體為基礎的 穩壓器

- **步驟#7:** 計算每個二極體振幅的變化量
- **Q:** 小信號模型的使用合理嗎？
  - **A:** 是的，因為每個二極體所造成的變化( $3.2mV$ )少於 $\pm 5mV$
- $5mV$  為限制，之後會講解

$$\Delta v_o = 19mV \text{ peak-to-peak}$$

$$\Delta v_d = \frac{19mV_{pp}}{3 \text{ diodes} \times 2 \text{ polarities}}$$

$$\Delta v_d = 3.2 \text{ mV}_{pp} \text{ amplitude}$$

# 例題 3.6: 以二極體為基礎的 穩壓器

- 步驟#8: 計算由負載所造成的二極體內電流變化  $i_D$ 

$$\Delta i_D = I_D - I_L$$
- 步驟#9: 計算負載的小信號模型
 
$$\Delta i_D = \overbrace{7.9\text{mA}}^{I_D} - \overbrace{\left(\frac{2.1\text{V}}{1\text{k}\Omega}\right)}^{\text{load current draw } (I_L)}$$

$$= 2.1\text{mA}$$
- 步驟#10: 帶入值並求解
 
$$\Delta v_O = \overbrace{\Delta i_D (3r_d)}^{\text{ohm's law}}$$

$$\Delta v_O = -2.1\text{mA} \times 9.6\Omega$$

$$\Delta v_O = -20\text{mV}_{pp}$$

amplitude

# 例題 3.6: 以二極體為基礎的 穩壓器

- **Q:** 小信號分析用在此處合理嗎？
  - **A:** 不完全，因為每個二極體的電壓都改變  $6.7\text{mV}_{amp}$

$$\Delta v_o = \overbrace{\Delta i_D (3r_d)}^{\text{ohm's law}}$$

$$\Delta v_o = -2.1\text{mA} \times 9.6\Omega$$

$$\Delta v_o = -20\text{mV}_{pp}$$

amplitude

### 3.4.逆偏崩潰區的操作 — 齊納二極體

- 在某些情況下，二極體會被刻意用在逆偏崩潰區
- 這些被稱為齊納二極體

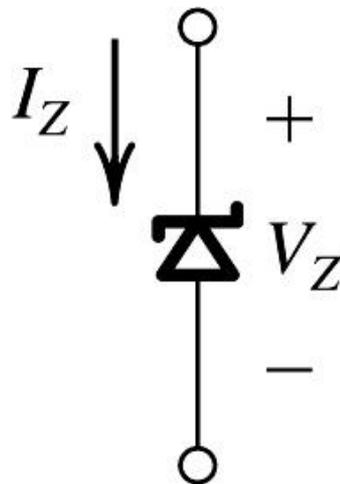
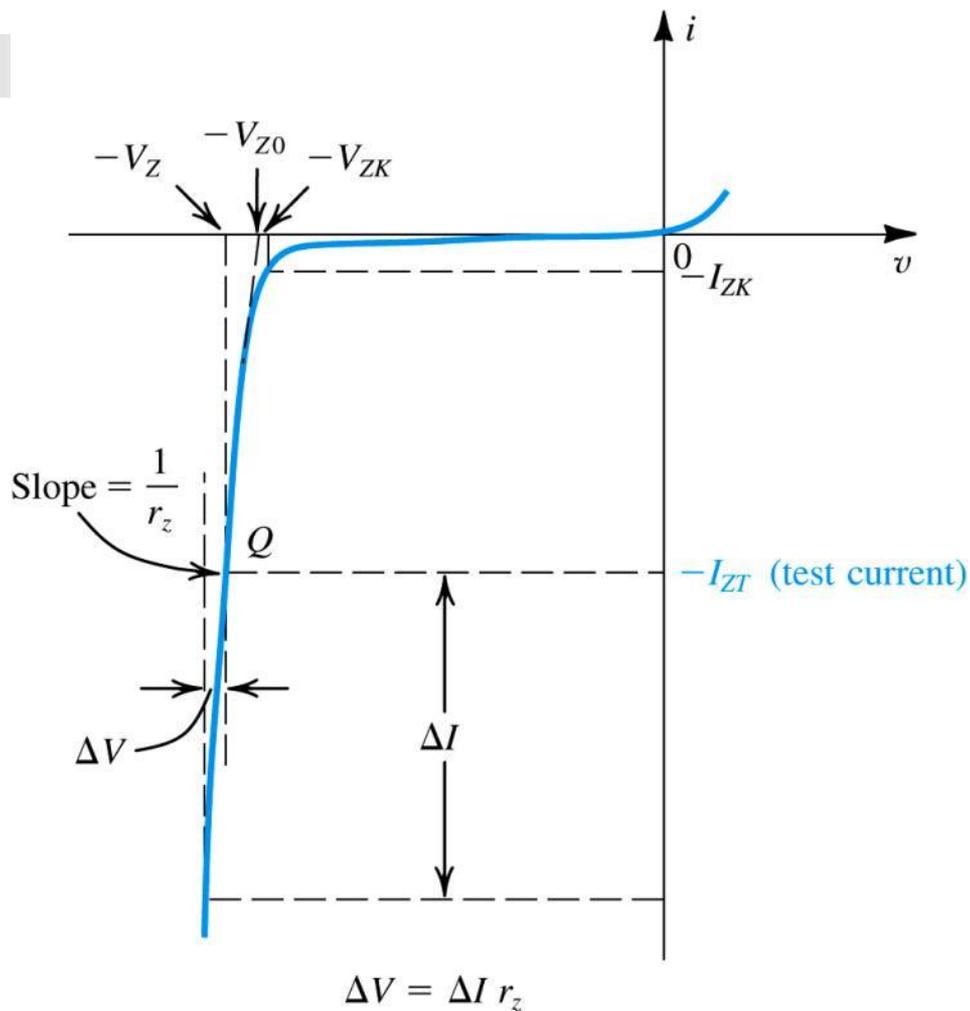


圖3.18:齊納二極體的電路符號

### 3.4.1. 齊納二極體的規格與模型

- 圖 3.19: 二極體  $i-v$  特性以及崩潰區的細節



### 3.4.1. 齊納二極體的規格與模型

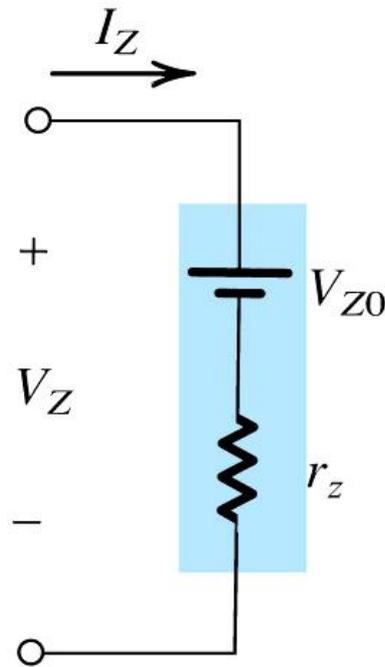
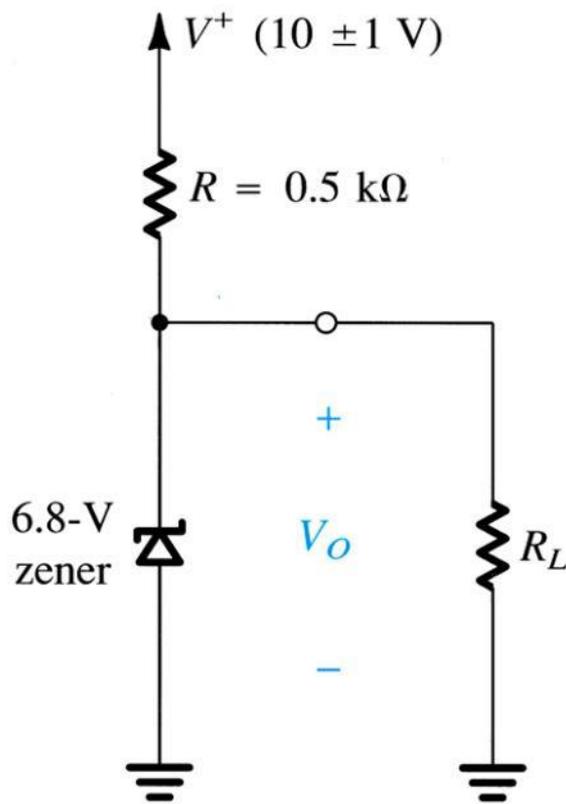


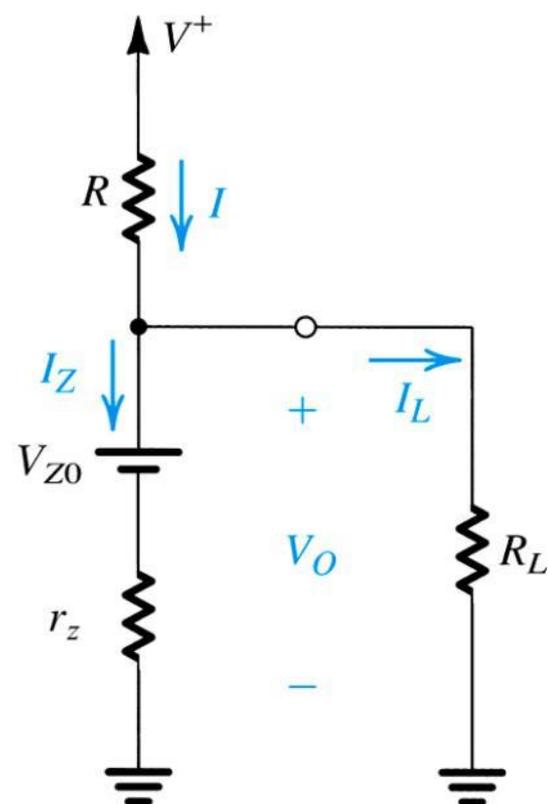
圖3.20: 齊納二極體的模型

# 例題 3.7

- 圖3.21 (a)例題 3.7 的電路；(b) 把電路中的齊納二極體換成它的等效電路模型



(a)



(b)

## 3.5. 整流電路

- 二極體的最重要應用之一即為**整流電路**之設計 –
  - 能將**交流電流(AC)**轉為**直流電流(DC)**的電子設備。  
**直流電源供應**是整流器的一個重要應用。

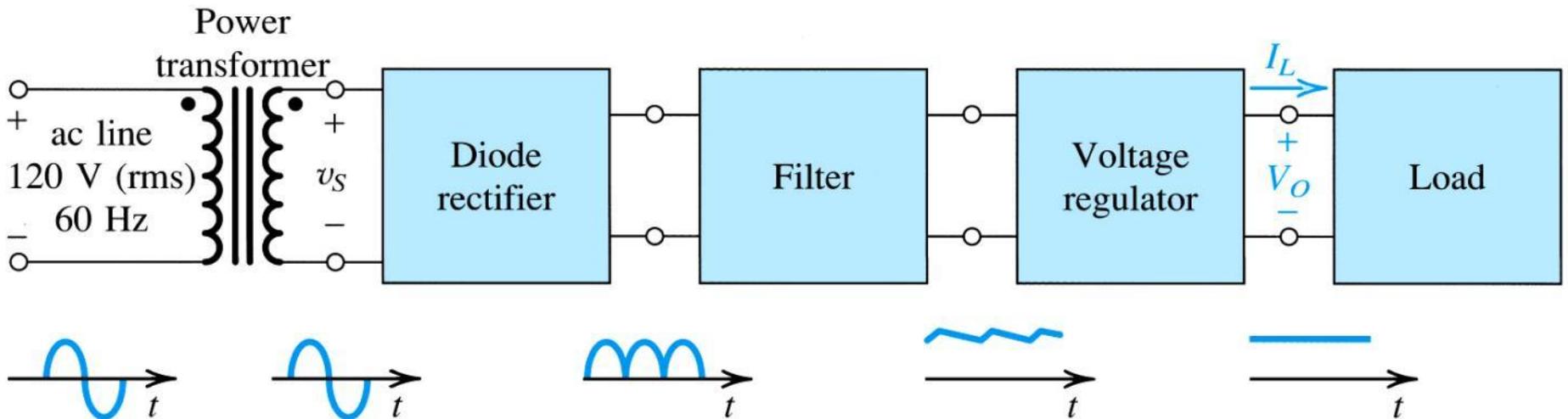


圖3.22: 直流電源供應器之方塊圖

**步驟#1:** 藉由功率變壓器，增加/減少交流波的 rms 量值

**步驟#2:** 將交流全波轉為直流半波(仍隨時間變化並具週期性)

**步驟#3:** 採用低通濾波器將波的振幅減少至  $> 90\%$

**步驟#4:** 使用穩壓器來消弭漣波

**步驟#5:** 供應直流負載

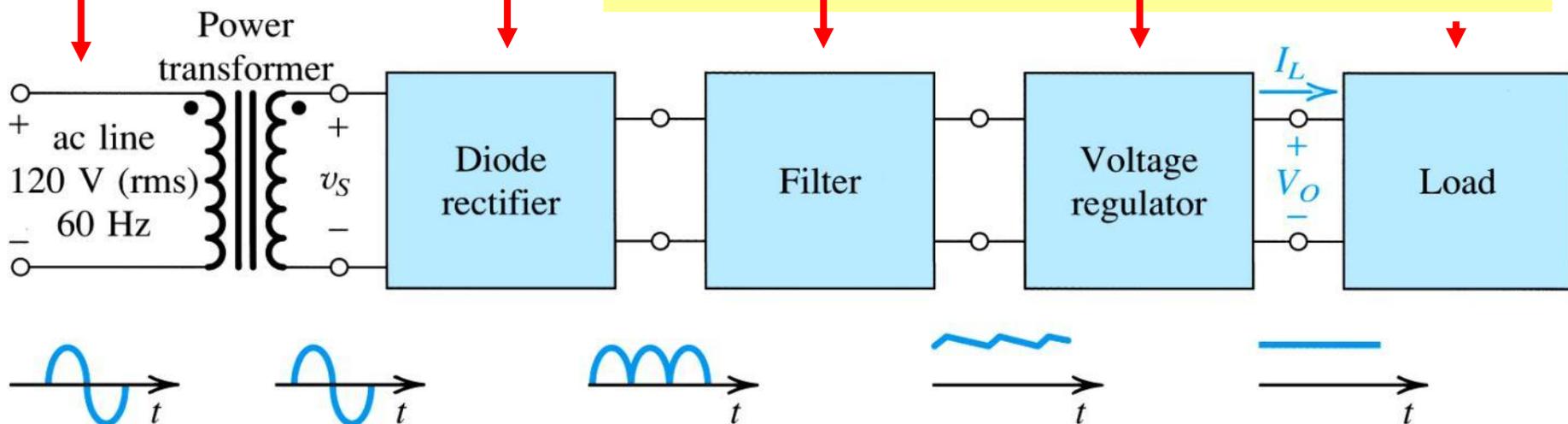


圖3.22: 直流電源供應器之方塊圖

## 3.5.1.半波整流器

- 半波整流器 – 利用輸入正弦波互相間隔的半週期
- 採用定電壓降二極體模型

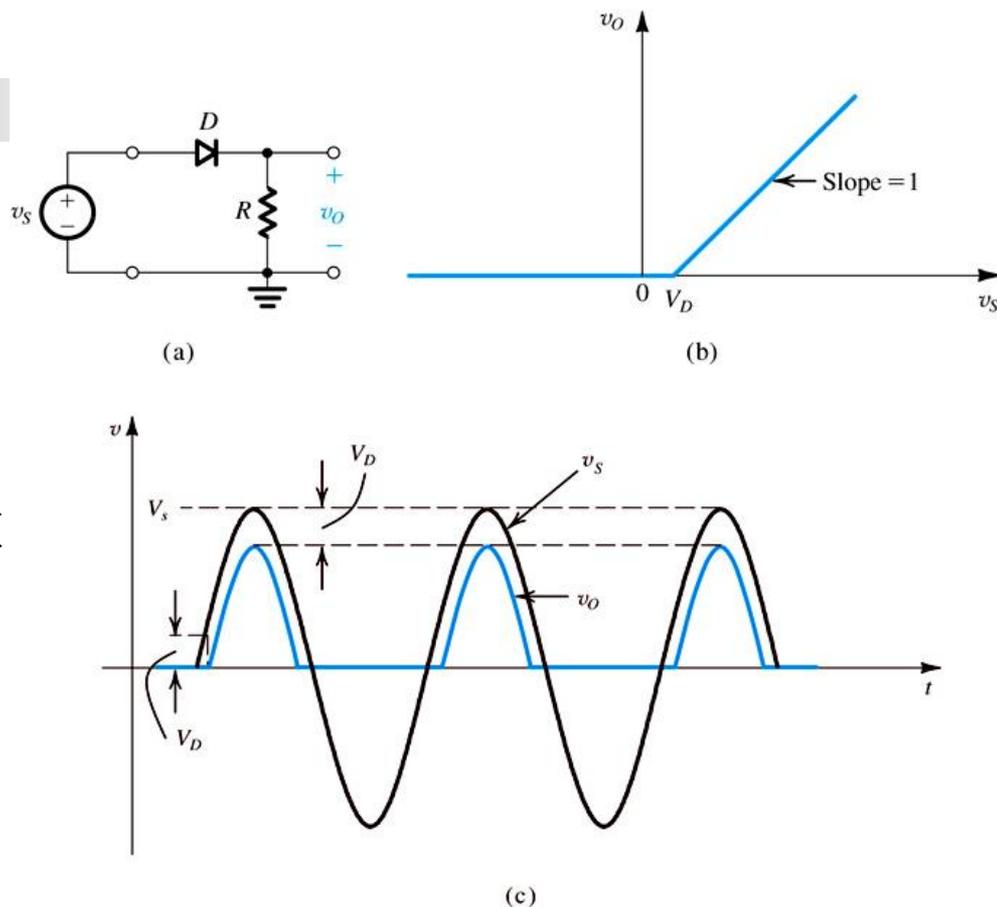


圖3.23: (a) 半波整流器；(b) 整流器電路之轉換特性；(c) 輸入和輸出波形

## 3.5.1.半波整流器

- **電流處理能力** – 由二極體預計要**導通**的最大電流來決定
- **逆向電壓峰值 (PIV)** – 二極體必須**承受**而不會崩潰的逆向電壓

## 3.5.1.半波整流器

- **指數函數模型？** 用二極體指數函數模型來描述整流器運作是可行的，但這**太耗費功夫**
- **小輸入？**我們要注意，不論採用何種模型，若輸入電壓太小( $< 1V$ )，整流器將**無法正確運作**
  - 以上的狀況需要使用**精密整流器**

## 3.5.2.全波整流器

- **Q:** 全波整流器與半波整流器之差異何在？
  - **A:** 全波整流器利用輸入弦波的两个半週期

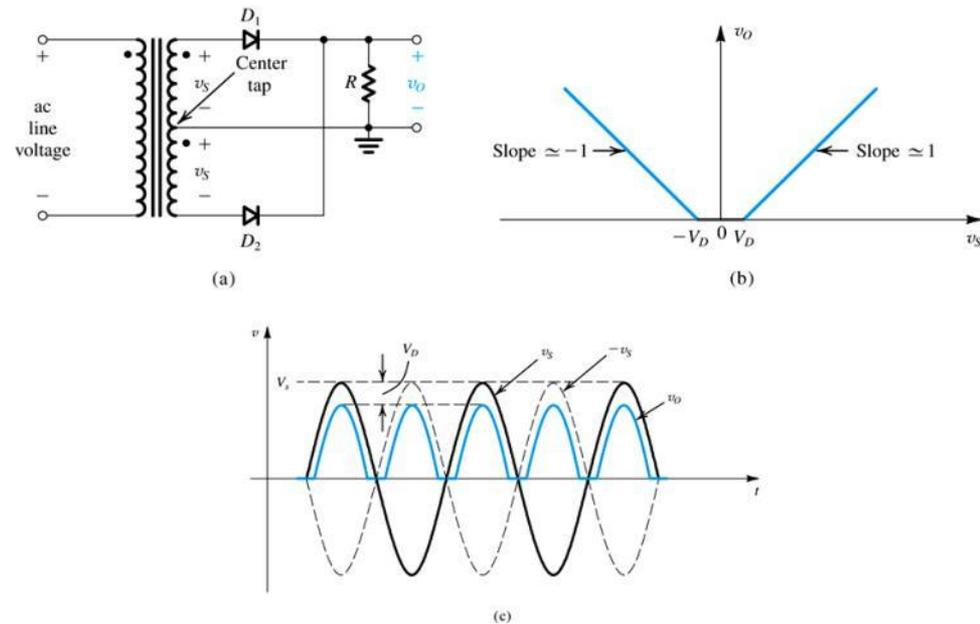


圖3.24: 利用一組具有次級線圈中心抽頭的變壓器之全波整流器

此處的關鍵是變壓器的中心抽頭線圈，允許部分電流“逆轉”...

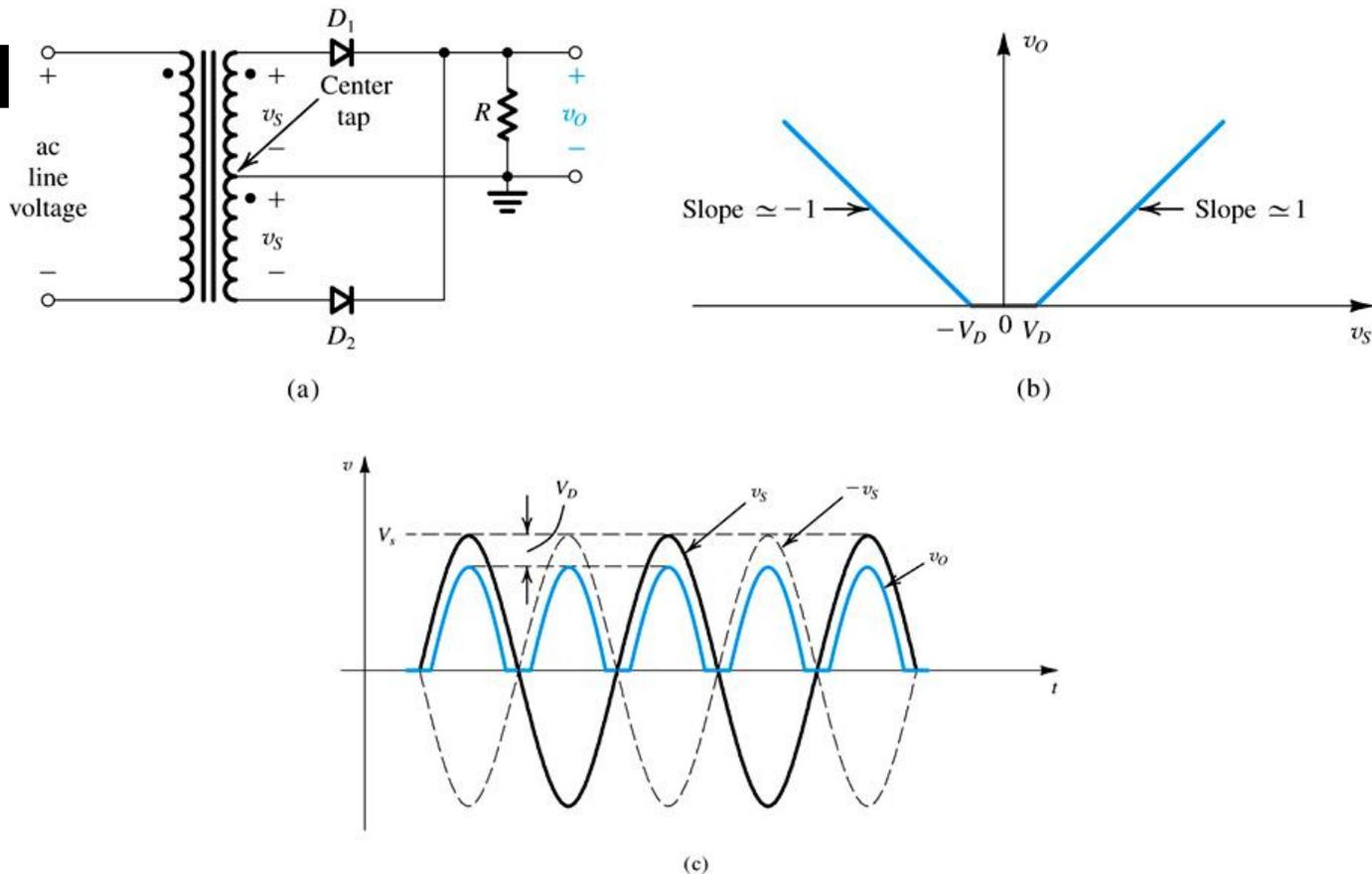
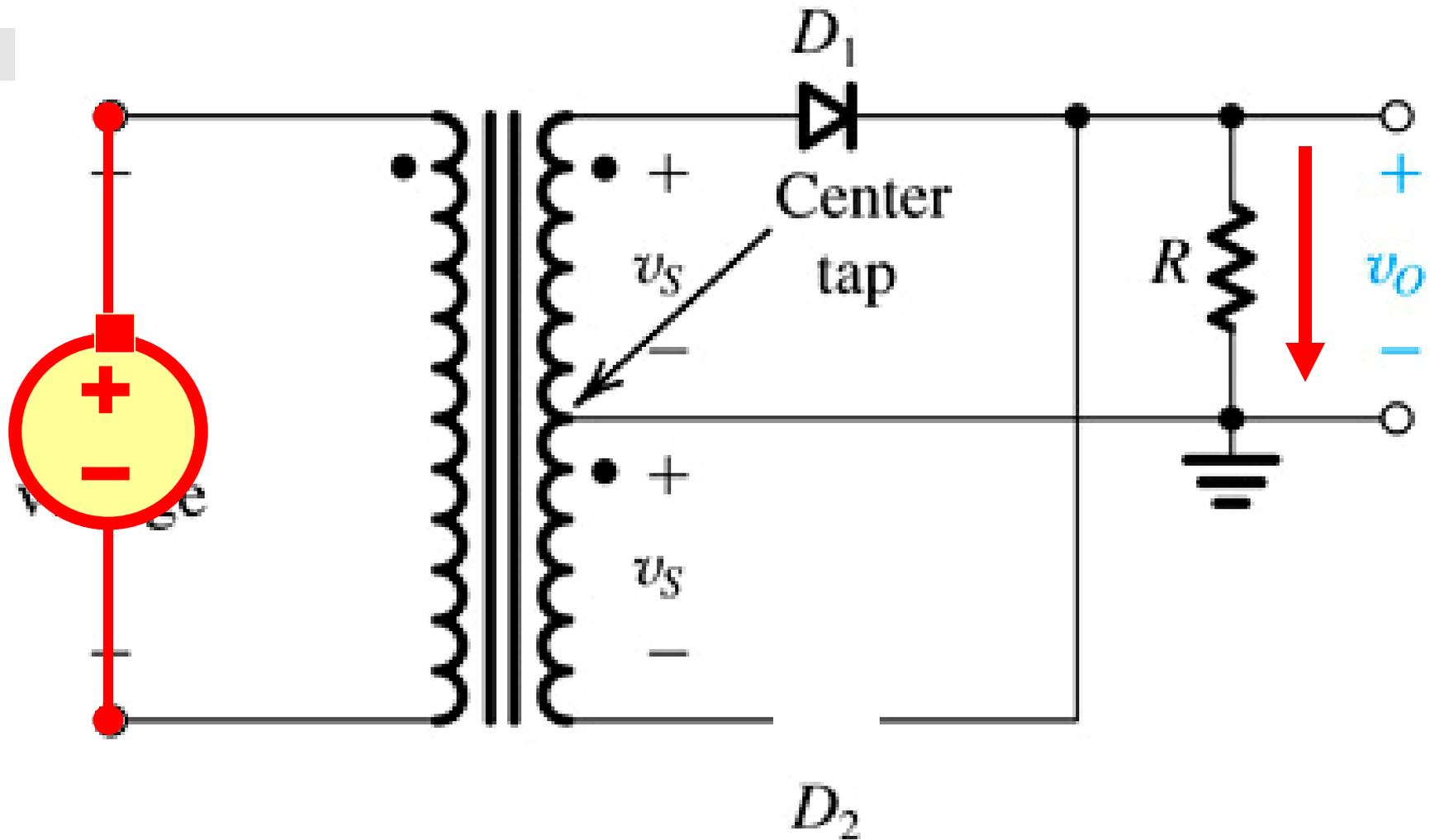
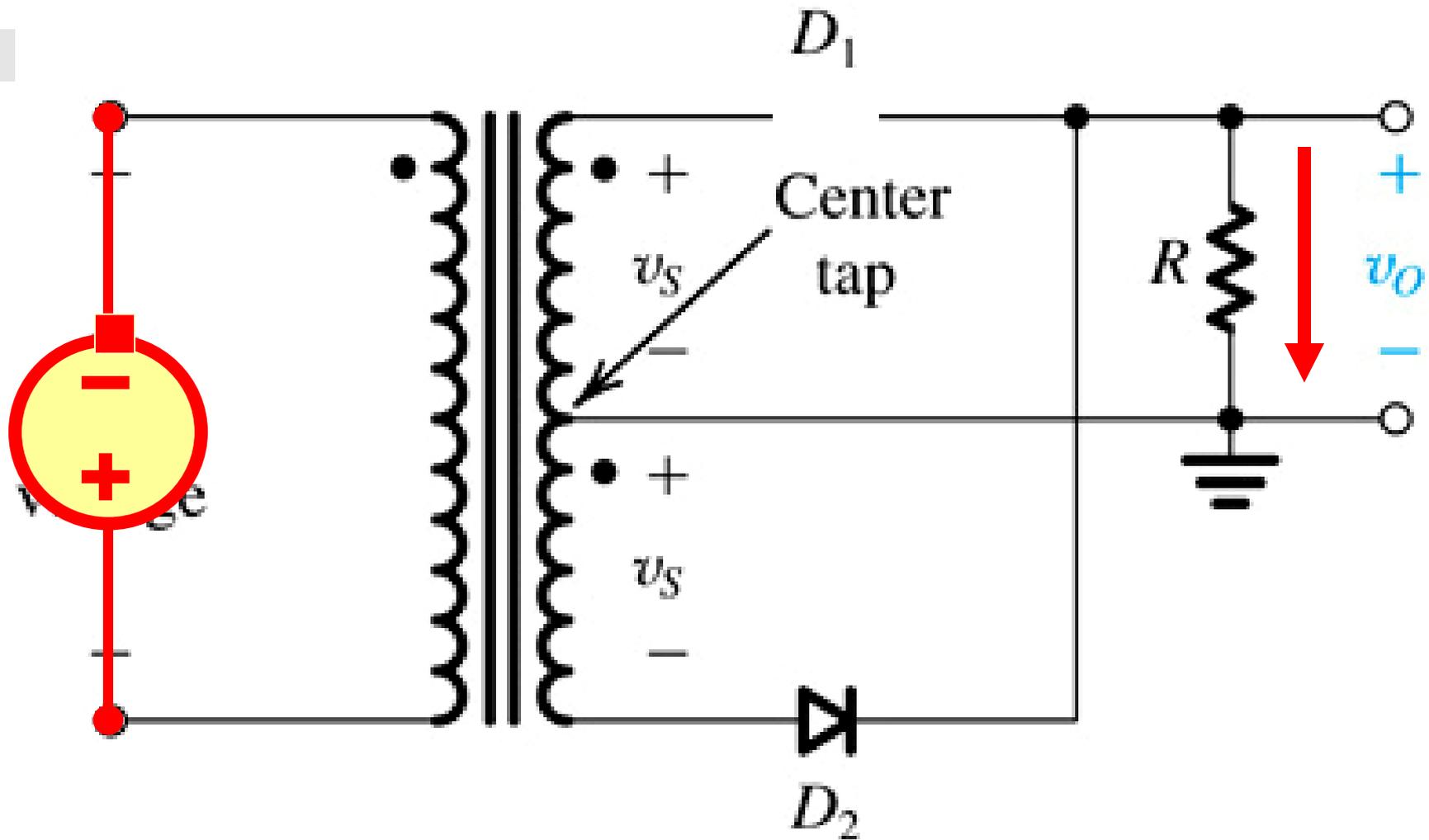


圖3.24: 利用一組具有次級線圈中心抽頭的變壓器之全波整流器：(a) 電路；(b) 假設二極體為定電壓降模型之轉換特性；(c) 輸入及輸出波形

當瞬間源電壓為正， $D_1$ 通導而 $D_2$ 阻斷



當瞬間源電壓為負， $D_2$ 通導而 $D_1$ 阻斷



## 3.5.2.全波整流器

- **Q:** 這個操作中最**重要的觀察**為何？
  - **A:** T通過負載的電流方向永不改變(**交流波的兩個半週期都被整流**)。全波整流器產生的波形比半波整流器所提供之波形「**更具效率**」
    - 全波**PIV** =  $2V_S - V_D$

### 3.5.3.橋式整流器

- 另一個全波整流器的作法是橋式整流器
  - 如圖3.25

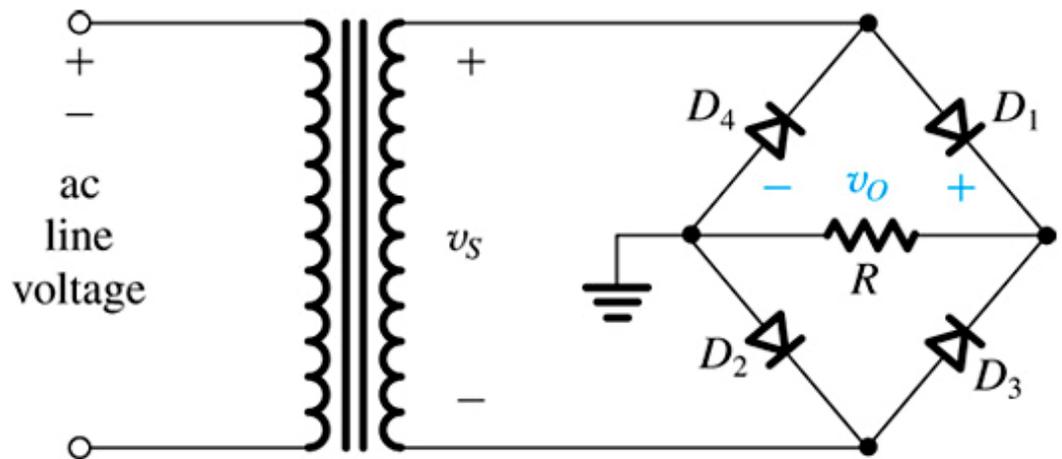


圖3.25:橋式整流器：(a) 電路

當瞬間源電壓為正， $D_1$ 及 $D_2$ 通導而 $D_3$ 及 $D_4$ 阻斷

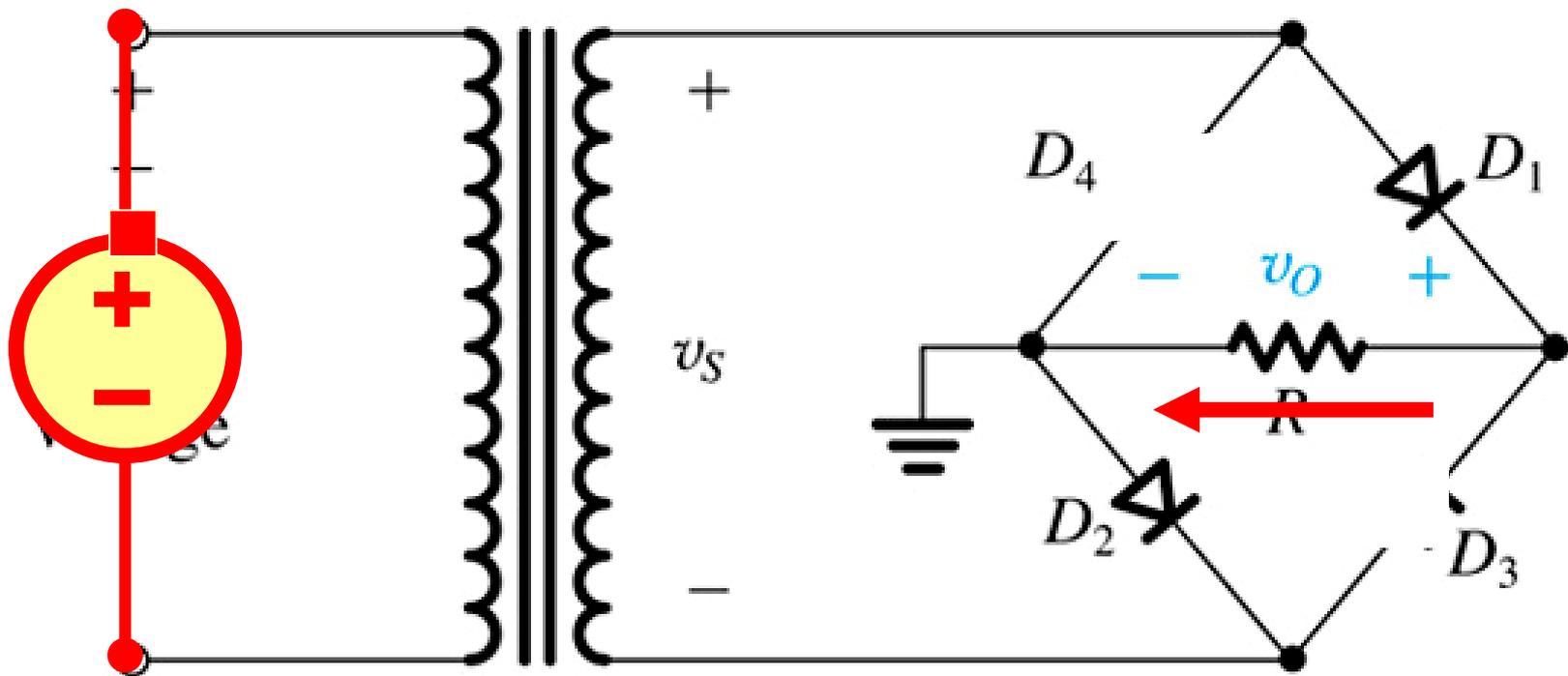


圖3.25:橋式整流器：(a) 電路

當瞬間源電壓為負， $D_3$ 及 $D_4$  通導而 $D_1$ 及 $D_2$ 阻斷

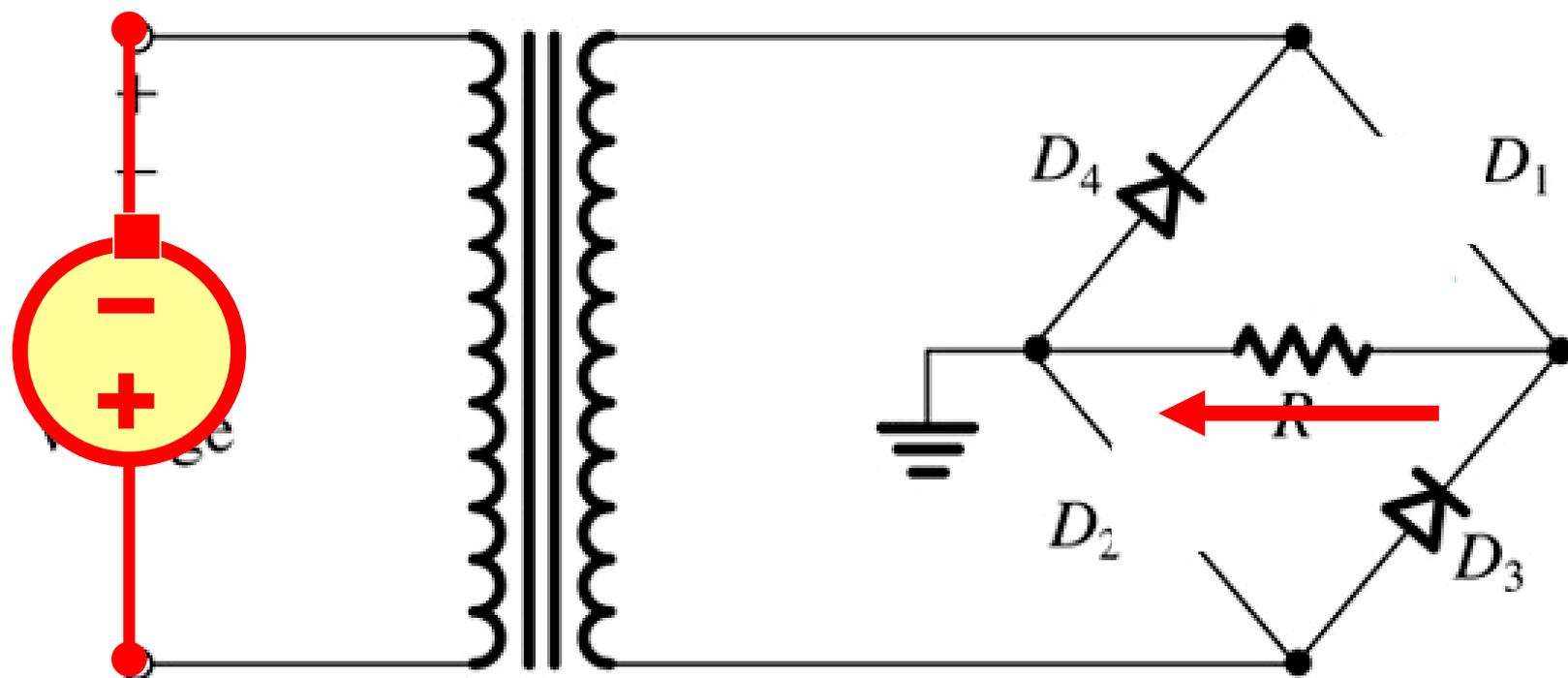


圖3.25:橋式整流器：(a) 電路

### 3.5.3.橋式整流器

- **Q:** 橋式整流器的主要優點為何？
  - **A:** 無須中心抽頭變壓器
- **Q:** 主要缺點為何？
  - **A:** 兩個二極體串聯會使輸出電壓減少
- $PIV = V_S - V_D$

### 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

- 整流器所產生之輸出電壓的脈衝特性，使直流電源供應不穩定
- 因此，採用濾波電容器來消除漣波

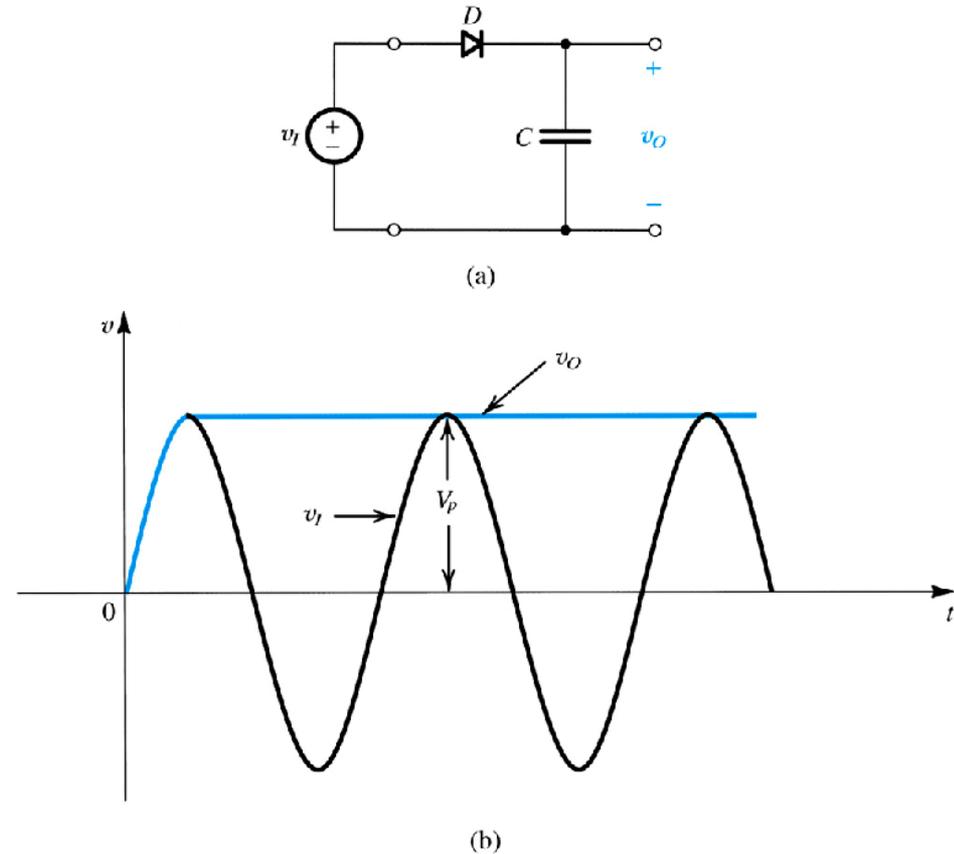


圖3.26: (a) 一個用來說明濾波電容器效應的簡單電路；(b) 假設為理想二極體狀況下的輸入和輸出波形。注意該電路提供了一個等於輸入正弦波之峰值的直流電壓。因此該電路被稱為峰值整流器 (peak rectifier) 或峰值偵測器 (peak detector)。

### 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

- **步驟#1:** 源電壓為正，二極體為順向偏壓，電容器被充電
- **步驟#2:** 源電壓反轉，二極體為逆向偏壓(阻斷)，電容器無法放電
- **步驟#3:** 源電壓為正，二極體為順向偏壓，電容器被充電(電壓維持不變)

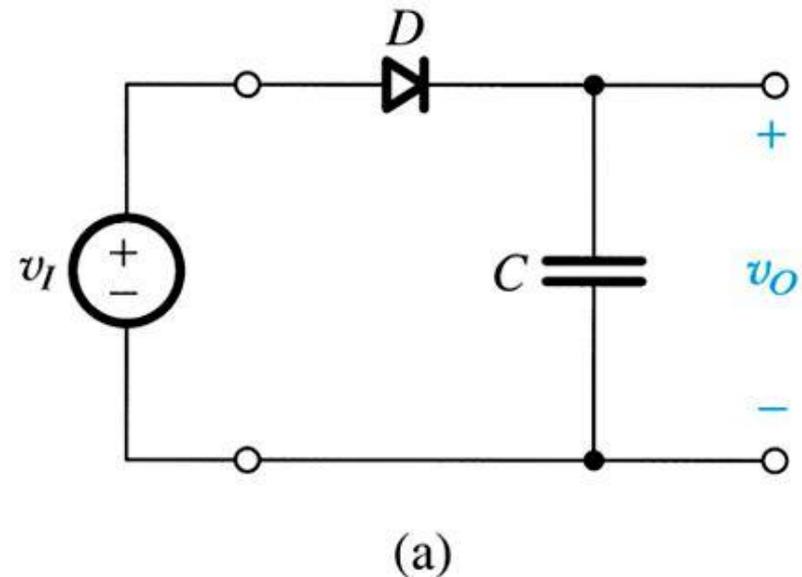


圖3.26: (a) 一個用來說明濾波電容器效應的簡單電路

## 3.5.4.包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

- **Q:** 為何這樣的案例是不切實際的？
  - **A:** 因為在實際應用上，轉換器會提供一個負載(輪流提供電容器放電的途徑)

### 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

- **Q:** 當負載電阻與電容器併聯時會發生什麼事？
  - **A:** 現在必須考慮跨越負載的電容器放電

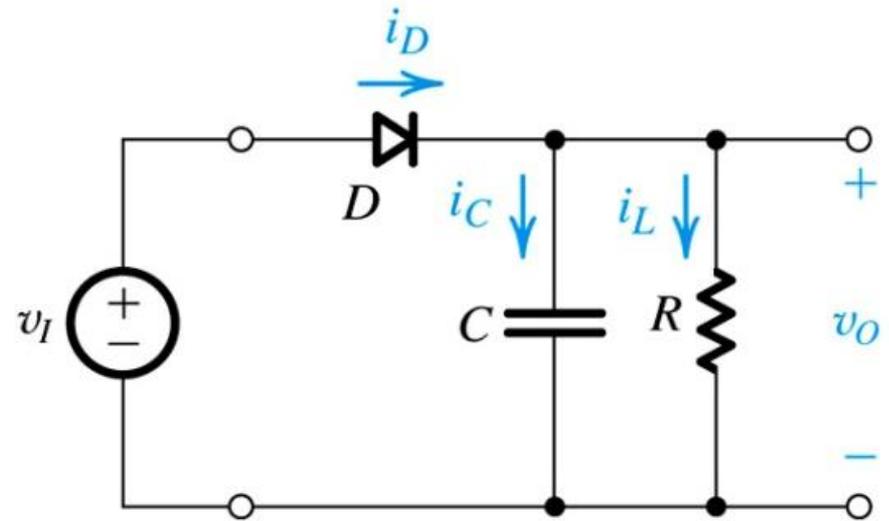


圖3.27 (a)

### 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

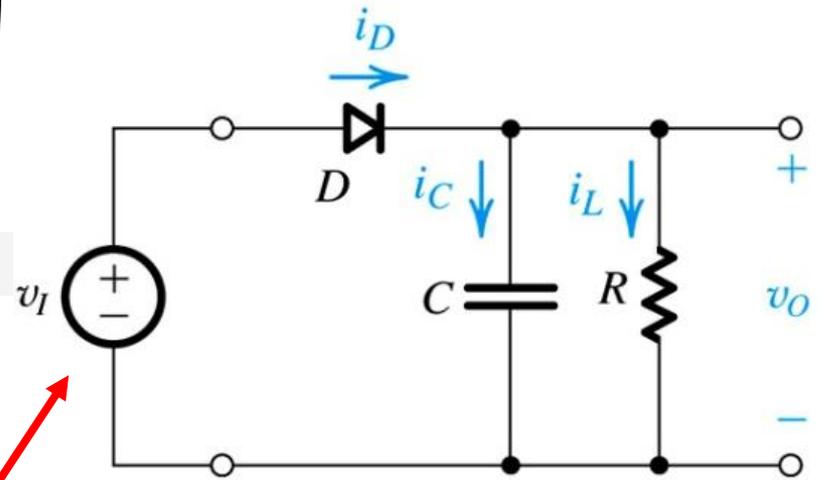
- 課本上勾勒出拉普拉斯轉換如何被用來定義以下的動作

output voltage for state #1

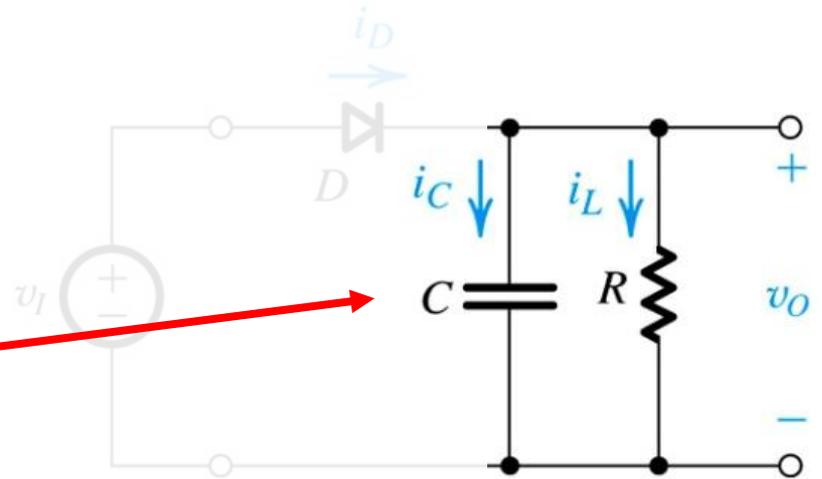
$$v_O(t) = v_I(t) - v_D$$

$$v_O(t) = V_p e^{-\frac{t}{RC}}$$

output voltage for state #2



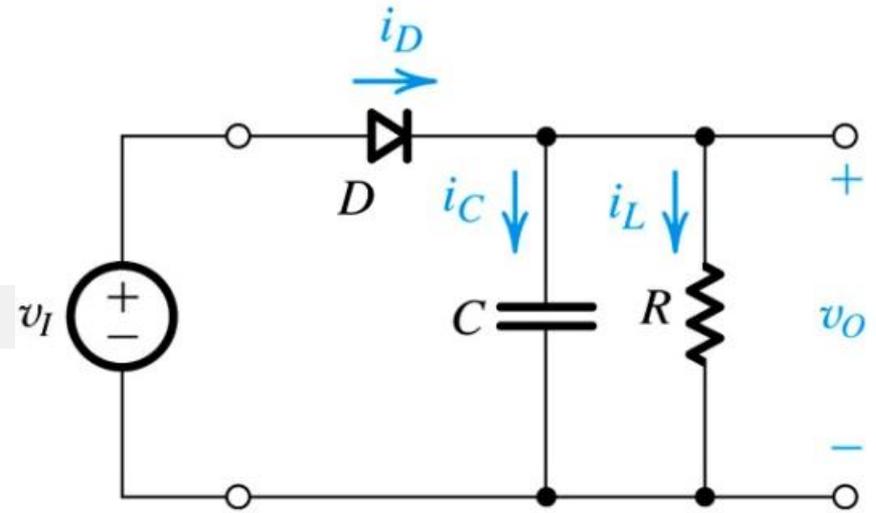
電路狀態 #1



電路狀態 #2

圖 3.27 (a)

**Q:**當負載電阻與電容器併聯時會發生什麼事？



電路狀態 #1

- 步驟#1: 分析電路狀態#1.
  - 當二極體為順向偏壓並通導時
- 步驟#2: 輸入電壓( $v_I$ )被施加於輸出( $v_O$ )，跨越二極體時產生負  $0.7V$  電壓降

$$i_L = \frac{v_O}{R}$$

$$i_D = i_C + i_L$$

action: define capacitor current differentially

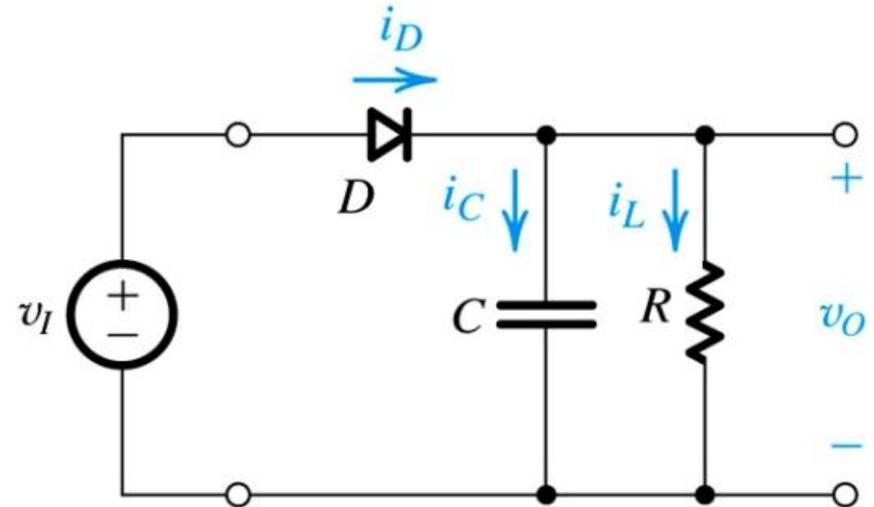
$$i_D = C \frac{dv_I}{dt} + i_L$$

Q: 當負載電阻與電容器併聯時會發生什麼事？

- 步驟#3: 為狀態#1定義輸出電壓

output voltage for state #1

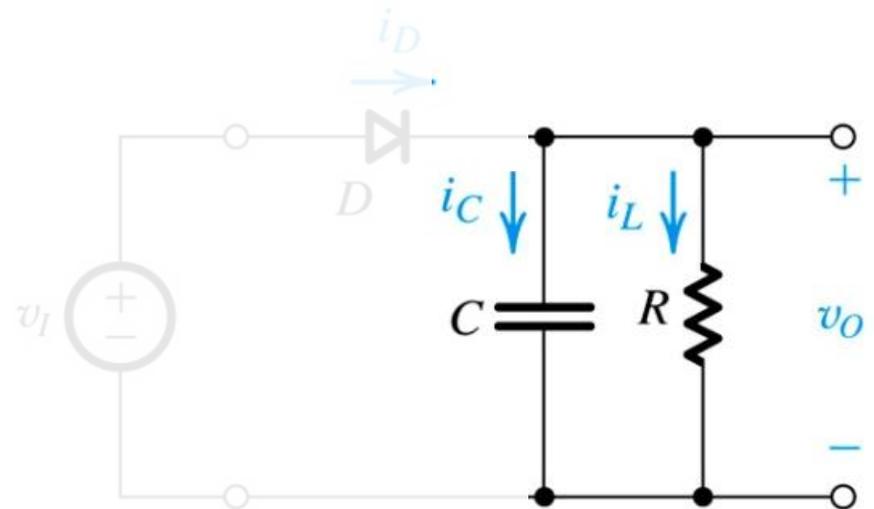
$$v_O = v_I - v_D$$



電路狀態 #1

**Q:**當負載電阻與電容器併聯時會發生什麼事？

- **步驟#4:** 分析電路**狀態#2.**
  - 當二極體阻斷且電容器在放電
- **步驟#5:** 為此電路定義 **KVL 及 KCL**
  - $v_O = Ri_L$
  - $i_L = -i_C$



電路狀態 #2

**Q:**當負載電阻與電容器併聯時會發生什麼事？

- **步驟#6:** 結合電路及拉普拉斯分析去求初始情況及時間的 $v_o(t)$ 的解...

# 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

**action: replace  $i_L$  with  $-i_c$**

$$v_o = Ri_L$$

$$v_o = -Ri_c$$

**action: define  $i_c$  differentially**

$$v_o = -R \left( C \frac{dv_o}{dt} \right)$$

**action: change side**

$$v_o + RC \frac{dv_o}{dt} = 0$$

**action: take Laplace transform**

$$\mathcal{L} \left\{ v_o + RC \frac{dv_o}{dt} = 0 \right\}$$

**action: take Laplace transform**

$$V_o(s) + RC \left[ sV_o(s) - V_o(0) \right] = 0$$

**transform of  $\frac{dv_o}{dt}$**

**action: separate disalike / collect like terms**

$$V_o(s) + RCsV_o(s) = RC V_o(0)$$

**initial condition**

**action: pull out RC**

$$(1 + RCs)V_o(s) = RC V_o(0)$$

**action: eliminate RC from both sides**

$$RC \left( s + \frac{1}{RC} \right) V_o(s) = RC V_o(0)$$

**action: solve for  $V_o(s)$**

$$V_o(s) = V_o(0) \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$

**action: take inverse Laplace**

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ V_o(s) = V_o(0) \frac{1}{s + 1/RC} \right\}$$

**action: solve**

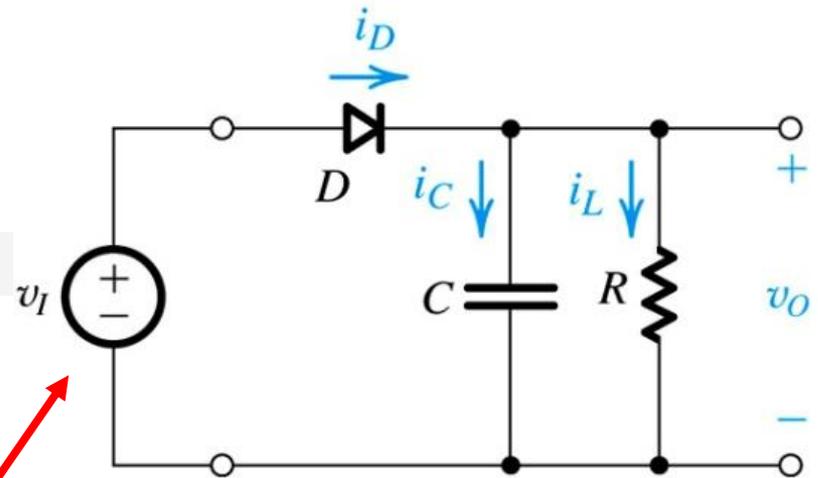
$$v_o(t) = V_o(0) e^{-\frac{t}{RC}}$$

### 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

- **Q:**  $V_o(0)$  為何?
  - **A:**  $v_I$  的峰值，由於狀態#1與狀態#2之間的轉變(也就是二極體開始阻斷)，大約是當  $v_I$  下降至低於  $v_C$

### 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

- 步驟#7: D 為狀態#1及狀態#2定義輸出電壓



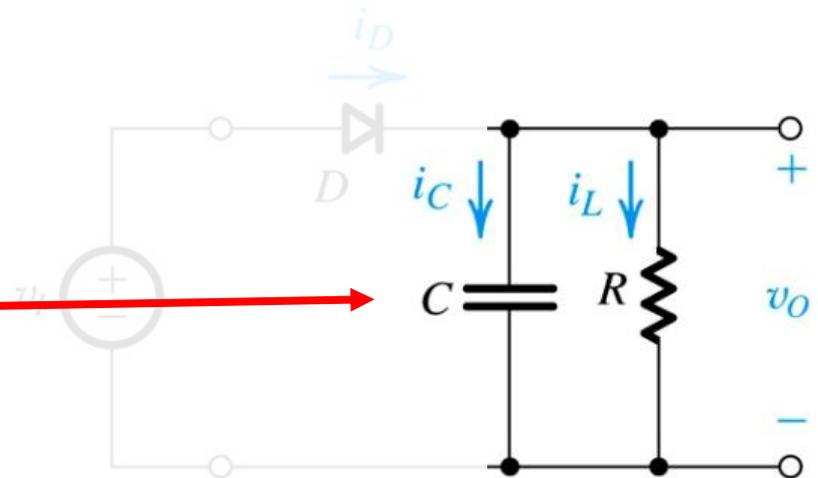
電路狀態 #1

output voltage for state #1

$$v_O(t) = v_I(t) - v_D$$

output voltage for state #2

$$v_O(t) = V_p e^{-\frac{t}{RC}}$$



電路狀態 #2

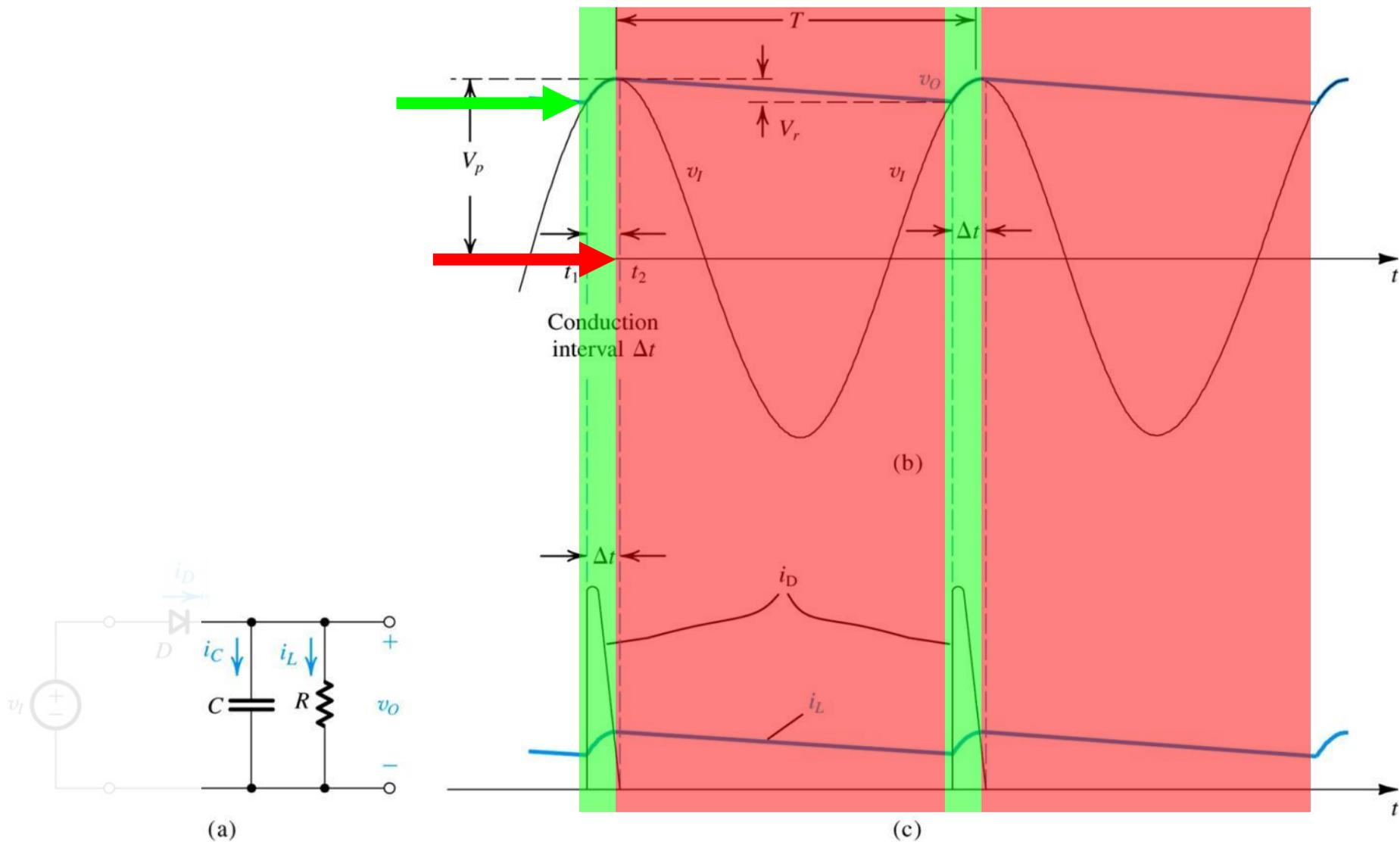


圖3.27:在  $CR \gg T$  之情形下，峰值整流器電路中電壓和電流之波形。假設二極體為理想

# 觀察

- 二極體在一短暫的時段( $\Delta t$ )內導通，導通時間在接近輸入弦波峰值附近，同時所提供給電容器之電荷等於在較長之放電時段內所損失的電荷。後者之時段大約等於週期  $T$ 。
- 假設為理想二極體，二極體在時間 $t_1$ 開始導通，此時輸入電壓 $v_I$ 等於正在指數衰減的輸出電壓 $v_O$ 。導通狀況終止於 $t_2$ ，大約是在 $v_I$ 之峰值之後極短之時刻；令(3.25)式中 $I_D = 0$ 可解出 $t_2$ 的實際值。

# 觀察

- 在二極體截止時段內，電容  $C$  經  $R$  放電，因此  $v_o$  以指數遞減，其時間常數為  $CR$ 。此放電時段於  $v_I$  峰值過後啟始。在放電時段結束時（該放電時段持續大約整個週期  $T$ ）， $v_o = V_p - V_r$ ，其中  $V_r$  為漣波電壓之峰對峰值。當  $CR \gg T$  時， $V_r$  之值將很小。
- 當  $V_r$  很小時， $v_o$  幾乎是常數且等於  $v_I$  之峰值。平均輸出電壓可表示如下...

# 3.5.4. 包含濾波電容的整流器 - 峰值整流器

- **Q:** 漣波電壓 ( $V_r$ ) 如何定義？
  - 步驟#1: 從「截止時段」內輸出的短暫響應開始
  - 步驟#2:  $T$  是放電時段
  - 步驟#3: 用  $CR \gg T$  的假設來簡化
  - 步驟#4: 求漣波電壓  $V_r$  解

$$v_o(t) = V_p e^{-\frac{t}{RC}}$$

$T$  is discharge interval

$$V_p - V_r = v_o(T)$$

$$V_p - V_r \approx V_p \times \left( e^{-\frac{T}{RC}} \right)$$

because  $RC \gg T$ , we can assume...

$$e^{-\frac{T}{RC}} \approx 1 - \frac{T}{RC}$$

action: solve for ripple voltage  $V_r$

$$(eq3.28) \quad V_r \approx V_p \left( \frac{T}{RC} \right)$$

$$1 - \frac{T}{RC} \approx 1 - \frac{T}{RC}$$

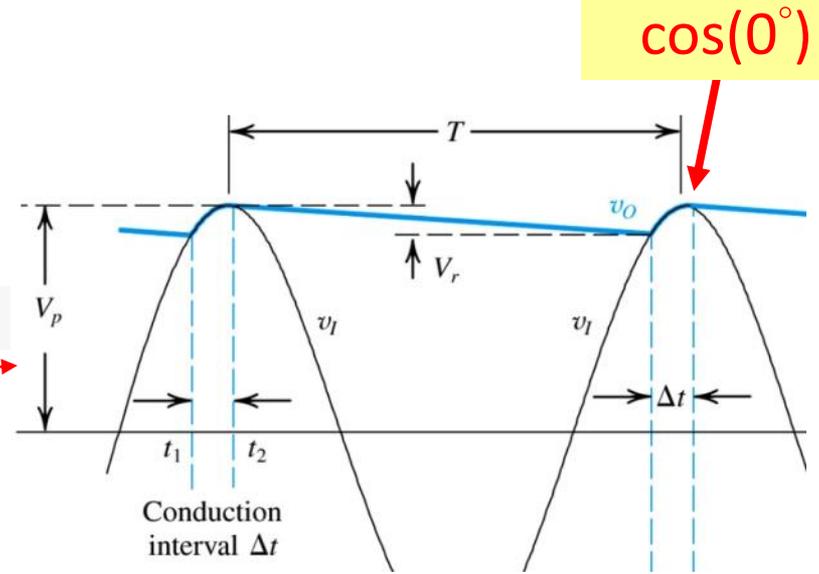
## 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

- **步驟#5:** 帶入頻率表示法 ( $f = 1/T$ ).
  - 觀察一下，只要  $V_r \ll V_p$ ，電容器會如同定電流源( $I_L$ )放電
- **Q:** 通導時段( $\Delta t$ )如何表示？
  - **A:** 見後續頭影片...

$$(eq3.29) \quad V_r \approx \frac{V_p}{fCR} = \frac{I_L}{fC} \frac{V_p}{R}$$

定義漣波電壓 ( $V_r$ ) 的  
表現式

Q: 通導時段( $\Delta t$ )如何表示?



- 步驟#1: 假設二極體的通導停止於(非常接近)  $v_I$  達到峰值時

- 步驟#2: 在此假設下，表式可如右方

$$V_p \cos(\omega\Delta t) = V_p - V_r$$

note that peak of  $v_I$  represents  $\cos(0^\circ)$ , therefore  $\cos(\omega\Delta t)$  represents variation around this value

- 步驟#3: 求解  $\omega\Delta t$ .

$$(eq3.30) \quad \omega\Delta t = \sqrt{2V_r / V_p}$$

as assumed, conduction interval  $\Delta t$  will be small when  $V_r \ll V_p$

### 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

- **Q:** 峰對峰漣波 ( $V_r$ ) 如何表示?

- **A:** (3.29)式

→ (eq3.29)  $V_r \approx \frac{V_p}{fCR} = \frac{I_L}{fC}$

- **Q:** 通導時段 ( $\Delta t$ ) 如何表示?

- **A:** (3.30)式

→ (eq3.30)  $\omega\Delta t = \sqrt{2V_r / V_p}$

as assumed, conduction interval  $\Delta t$  will be small when  $V_r \ll V_p$

### 3.5.4. 包含濾波電容的 整流器 - 峰值整流器

$$(eq3.33) \quad V_r = \frac{V_p}{2fCR}$$

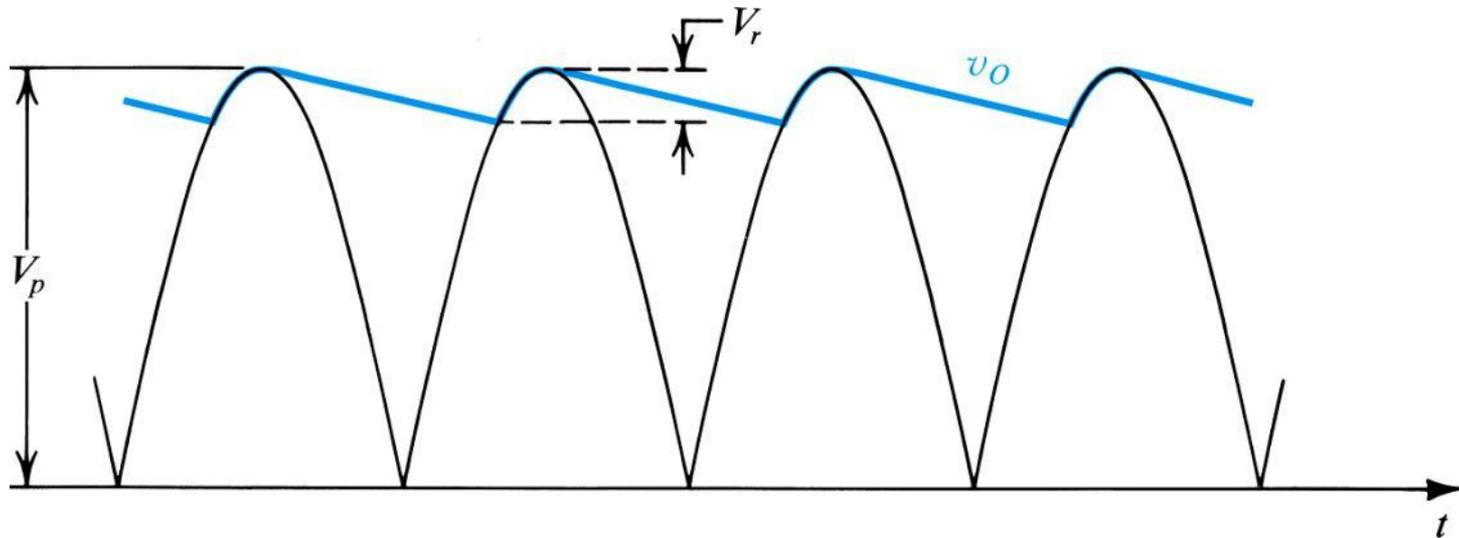


圖3.28 全波峰值整流器之波形

### 3.5.5.精密半波整流器 - 超級二極體

- 精密整流器 – 為用來增進低電壓輸入波形整流的元件

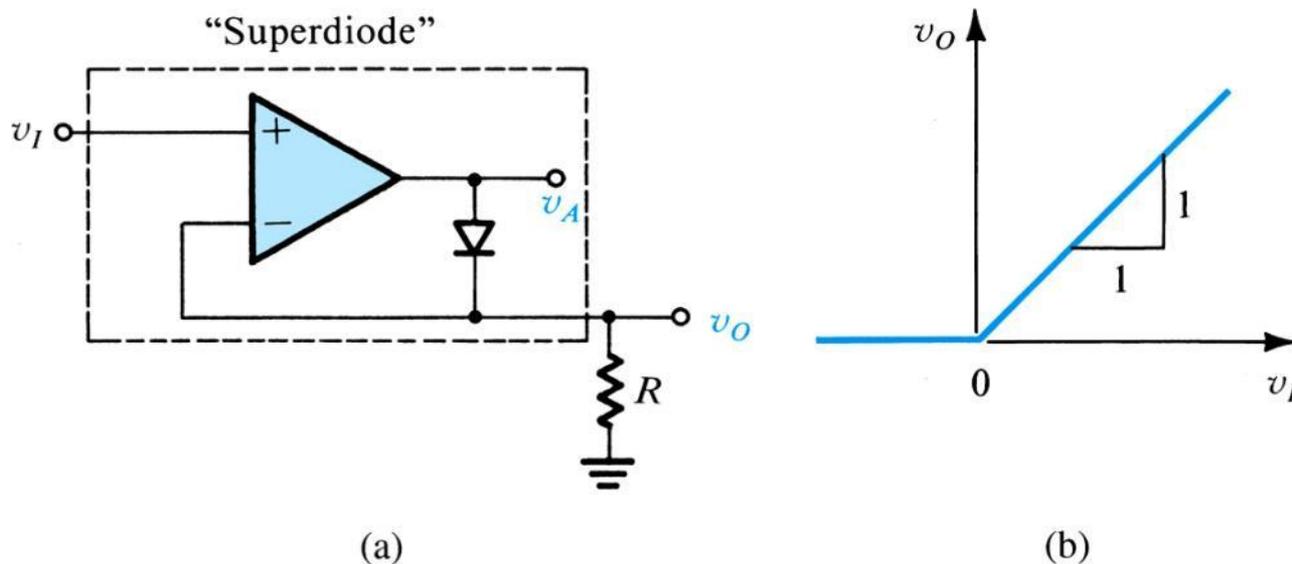


Figure 3.29: (a) 「超級二極體」精密半波整流器及其 (b) 幾乎理想的轉換特性。

## 3.6.限幅及箝位電路

- **Q:** 什麼是限幅電路？
  - **A:** 可限制輸入電壓

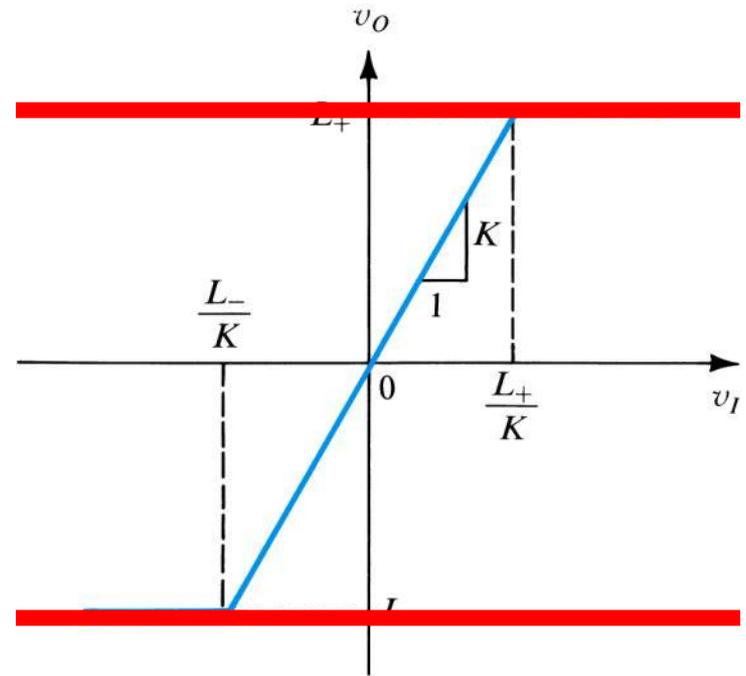
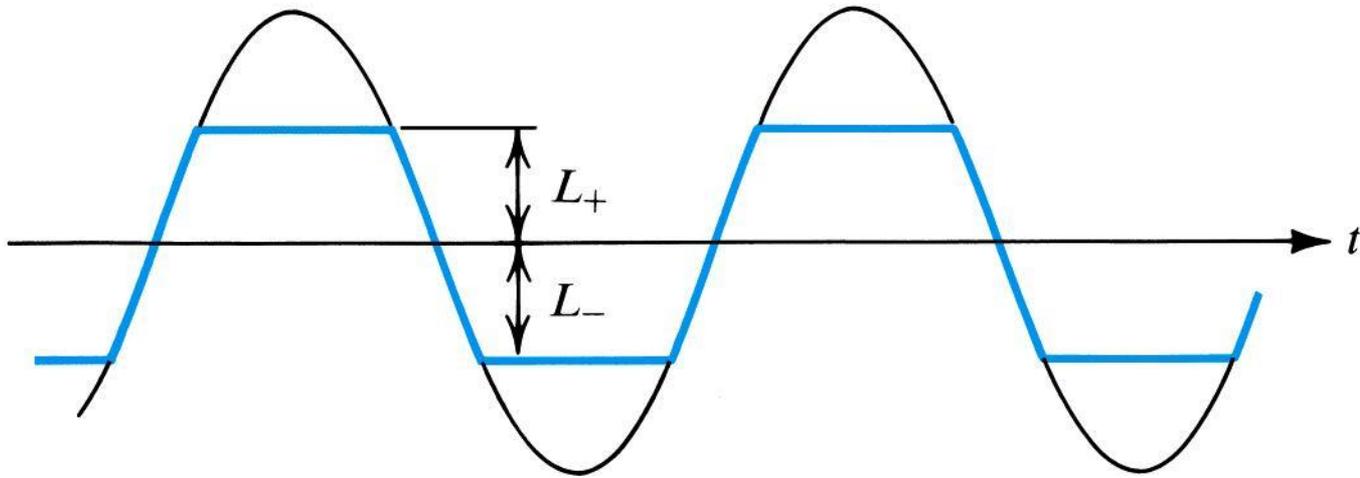


圖3.30:限幅電路的一般性轉換特性

## 3.6.限幅及箝位電路



**Figure 3.31** 將一正弦波送入限幅器會使其兩個峰值均被剪除

## 3.6.限幅及箝位電路

### ■ 被動限幅器

- 有線性區
- 有非線性區
- $K < 1$
- 例子包括
  - 單一限幅器：單邊工作的方式
  - 雙重限幅器：雙邊工作的方式

$$v_O = \begin{cases} \text{over linear range} \\ Kv_I \\ \text{constant value(s)} \\ \text{outside linear range} \end{cases}$$

$$v_O = \begin{cases} L_- & v_I \leq \frac{L_-}{K} \\ Kv_I & \frac{L_-}{K} < v_I < \frac{L_+}{K} \\ L_+ & v_I \geq \frac{L_+}{K} \end{cases}$$

## 3.6.限幅及箝位電路

- 軟 vs. 硬限幅器

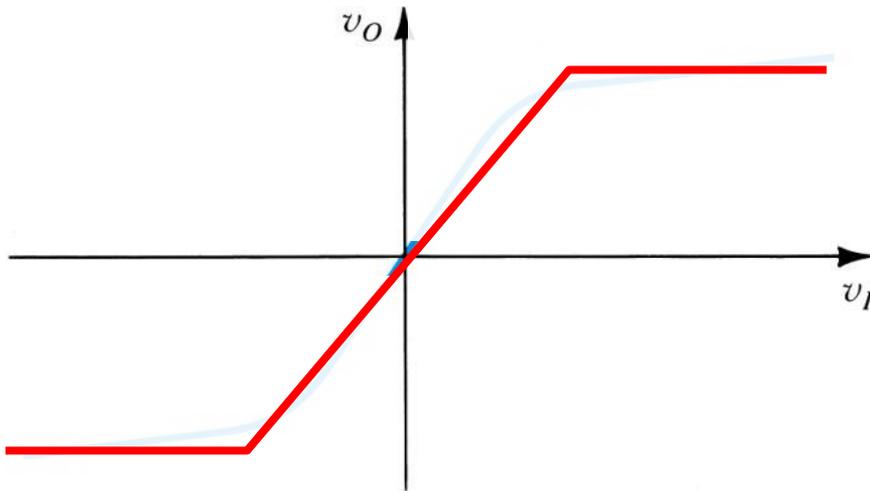
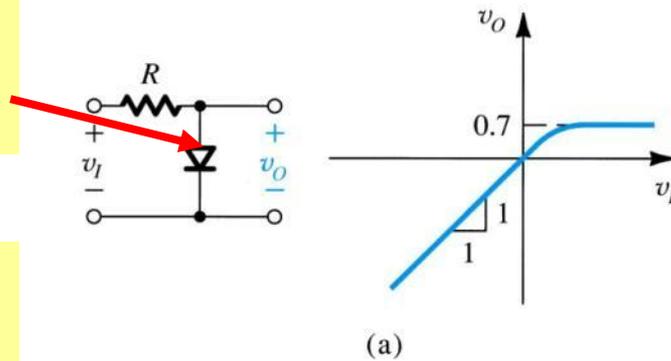


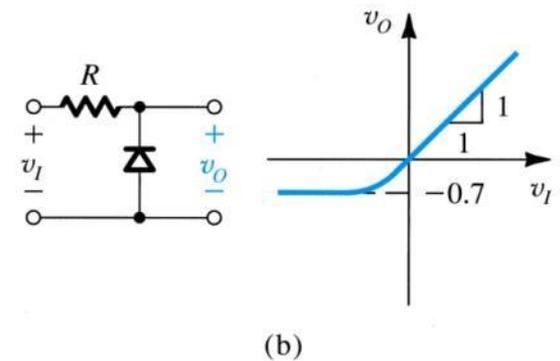
圖3.30: 軟 vs. 硬限幅器

- Q: 限幅器如何應用?
  - A: 信號處理，用來預防不同元件內電晶體的崩潰

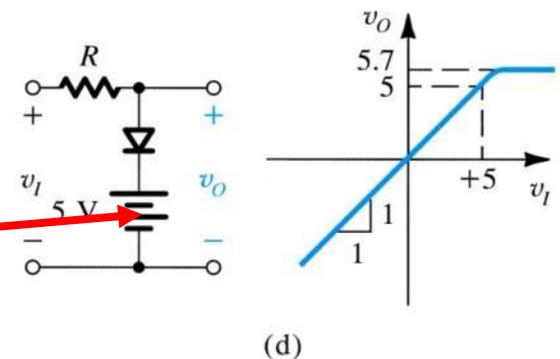
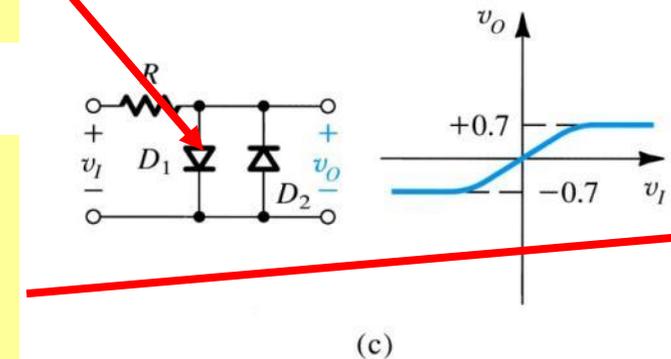
採用單一二極體的單一限幅器



採用兩個相反極性二極體的雙重限幅器



線性區可經由串連二極體及直流電源控制



齊納二極體可用來實行軟限幅器

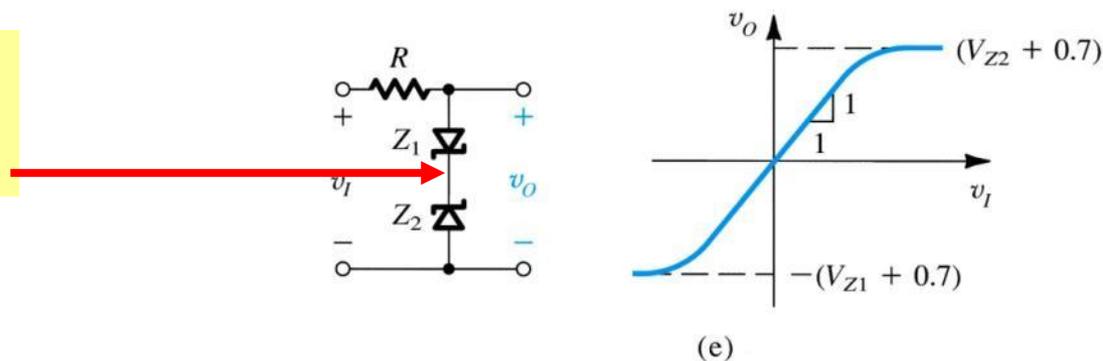
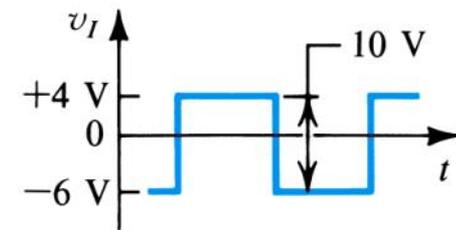


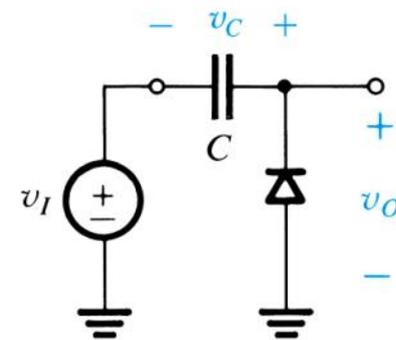
圖 3.33: 各種基本限幅電路

## 3.6.2. 箝位電容器或 直流還原器

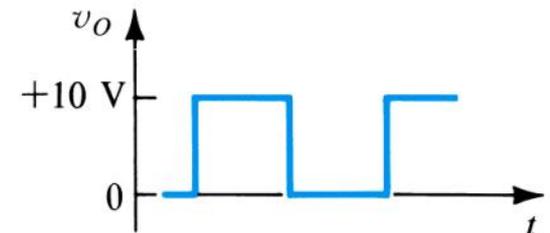
- **Q:** 何謂直流還原器？
  - **A:** 可**移除**交流波內的**直流成分**的電路
- **Q:** 這個功能為何重要？
  - **A:** 此輸出的平均值( $w/dc = 0$ )可**有效測量週期效率**



(a)



(b)



(c)

圖3.34: 箝位電容器或直流還原器，具有方波輸入，但沒有負載

### 3.6.3. 倍壓電路

- **Q:** 何謂倍壓電路？
  - **A:** 可倍增一個波的振幅或信號的電路

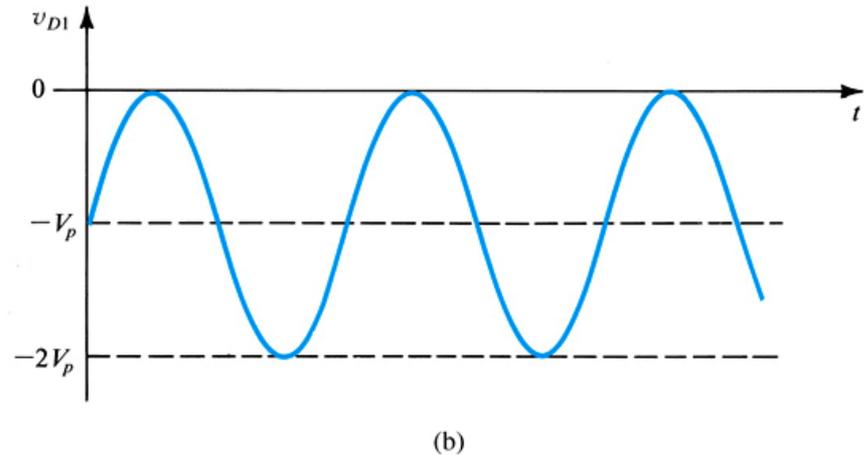
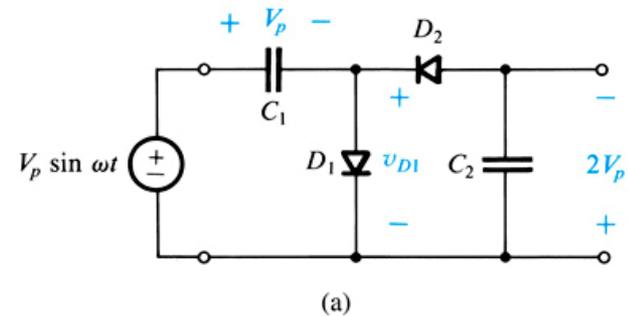


圖3.36: 倍壓電路：(a) 電路；(b) 跨在  $D_1$  上的電壓波形